CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU**	**Código: 25**
	SETEMBRO 2013	

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1.- La ecuación de una onda transversal de amplitud 4 cm y frecuencia 20 Hz que se propaga en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 20 $m \cdot s^{-1}$ es: A) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos \pi (40\, t + 2\, x)$ m. B) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos \pi (40\, t - 2\, x)$ m. C) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos 2\, \pi (40\, t + 2\, x)$ m.

C.2.- Un espejo cóncavo tiene 80 cm de radio de curvatura. La distancia del objeto al espejo para que su imagen sea derecha y 4 veces mayor es: A) 50 cm. B) 30 cm. C) 60 cm.

C.3.- Una radiación monocromática, de longitud de onda 300 nm, incide sobre cesio. Si la longitud de onda umbral del cesio es 622 nm, el potencial de frenado es: A) 12,5 V. B) 2,15 V. C) 125 V.
(Datos: 1 nm = 10^{9} m; $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s; $c = 3\times10^{8}$ $m \cdot s^{-1}$; $q_e = -1{,}6\times10^{-19}$ C)

C.4.- Si tenemos un resorte de constante elástica conocida, ¿cómo podemos determinar el valor de una masa desconocida? Describe las experiencias que debemos realizar.

P.1.- Se desea poner un satélite de masa 10^{3} kg en órbita alrededor de la Tierra y a una altura dos veces el radio terrestre. Calcula: a) La energía que hay que comunicarle desde la superficie de la Tierra. b) La fuerza centrípeta necesaria para que describa la órbita. c) El periodo del satélite en dicha órbita.
(Datos: R_T = 6 370 km; g_0 = 9,8 m/s^2)

P.2.- Se acelera una partícula alfa mediante una diferencia de potencial de 1 kV, penetrando a continuación, perpendicularmente a las líneas de inducción, en un campo magnético de 0,2 T. Halla: a) El radio de la trayectoria descrita por la partícula. b) El trabajo realizado por la fuerza magnética. c) El módulo, dirección y sentido de un campo eléctrico necesario para que la partícula alfa no experimente desviación alguna a su paso por la región en la que existen los campos eléctrico y magnético.
(Datos: $m_\alpha = 6{,}68\times10^{-27}$ kg; $q_\alpha = 3{,}2\times10^{-19}$ C)

OPCIÓN B

C.1.- La actividad en el instante inicial de medio mol de una sustancia radiactiva cuyo período de semidesintegración es de 1 día, es: A) $2{,}41\times10^{18}$ Bq. B) $3{,}01\times10^{23}$ Bq. C) 0,5 Bq. (Dato: $N_A = 6{,}022\times10^{23}$ mol^{-1})

C.2.- La longitud de onda asociada a un electrón de 100 eV de energía cinética es: A) $2{,}3\times10^{-5}$ m. B) $1{,}2\times10^{-10}$ m. C) 10^{-7} m. (Datos: $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s; $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$ kg; $q_e = -1{,}6\times10^{-19}$ C)

C.3.- Las líneas de inducción del campo magnético son: A) Siempre cerradas. B) Abiertas o cerradas, ya que dependen del agente creador del campo magnético. C) Siempre abiertas, por semejanza con el campo eléctrico.

C.4.- Si en la práctica de óptica geométrica la lente convergente tiene una distancia focal imagen de +10 cm, ¿a qué distancias de la lente puedes situar el objeto para obtener imágenes sobre la pantalla, si se cumple que $|s| + |s'|$ = 80 cm? Dibuja la marcha de los rayos.

P.1.- Tres cargas eléctricas puntuales de 10^{-6} C se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Calcula: a) La intensidad del campo y el potencial electrostático en el vértice libre. b) Módulo, dirección y sentido de la fuerza del campo electrostático sobre una carga de -2×10^{-6} C situada en dicho vértice. c) El trabajo realizado por la fuerza del campo para trasladar dicha caga desde el vértice al centro del cuadrado. Interpreta el signo del resultado. (Dato: $K = 9\times10^{9}$ $N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$)

P.2.- Una bola colgada de un hilo de 2 m de longitud se desvía de la vertical un ángulo de 4°, se suelta y se observan sus oscilaciones. Halla: a) La ecuación del movimiento armónico simple. b) La velocidad máxima de la bola cuando pasa por la posición de equilibrio. c) Comprueba el resultado obtenido en el apartado anterior, utilizando la ecuación de la conservación de la energía mecánica.

Soluciones

OPCIÓN A

C.1.- La ecuación de una onda transversal de amplitud 4 cm y frecuencia 20 Hz que se propaga en el sentido negativo do eje *X* con una velocidad de 20 m·s^{-1} es:
A) $y(x, t) = 4\cdot10^{-2} \cos \pi\ (40\ t + 2\ x)$ [m]
B) $y(x, t) = 4\cdot10^{-2} \cos \pi\ (40\ t - 2\ x)$ [m]
C) $y(x, t) = 4\cdot10^{-2} \cos 2\ \pi\ (40\ t + 2\ x)$ [m]

Solución: A

La ecuación de una onda armónica unidimensional puede escribirse como:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

En la que
y es la elongación del punto que oscila (separación de la posición de equilibrio)
A es la amplitud (elongación máxima)
ω es la frecuencia angular que está relacionada con la frecuencia f por $\omega = 2\ \pi \cdot f$.
t es el tiempo
k es el número de onda, la cantidad de ondas que entran en una longitud de 2 π metros. Está relacionada con la longitud de onda λ por $k = 2\ \pi / \lambda$
x es la distancia del punto al foco emisor.
El signo ± entre $\omega \cdot t$ y $k \cdot x$ es negativo si la onda se propaga en sentido positivo del eje X, y positivo si lo hace en sentido contrario.
Como dice que se propaga en sentido negativo del eje X podemos descartar la opción B.
La frecuencia angular ω de la ecuación de la opción A es $\omega_A = \pi \cdot 40$ [rad/s], que corresponde a una frecuencia de 20 Hz.

$$f_A = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{40\pi[\text{rad/s}]}{2\pi[\text{rad}]} = 20\ \text{s}^{-1}$$

C.2.- Un espejo cóncavo tiene 80 cm de radio de curvatura. La distancia del objeto al espejo para que su imagen sea derecha y 4 veces mayor es:
A) 50 cm.
B) 30 cm.
C) 60 cm.

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Radio de curvatura	R = -80,0 cm = -0,800 m
Aumento lateral	A_L = 4,00
Incógnitas	
Posición del objeto	s
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Posición de la imagen	s'
Tamaño del objeto	y
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$

Solución: B

La distancia focal del espejo es la mitad del radio de curvatura. Como el espejo es cóncavo el foco se encuentra a la izquierda, y, por el convenio de signos, la distancia focal es negativa

$$f = R / 2 = -0{,}400 \text{ m}$$

El aumento lateral en espejos es

$$A_L = -\frac{s'}{s} = 4{,}00$$

$$s' = -4{,}00\ s$$

Se sustituyen f, s' en la ecuación de los espejos

$$\frac{1}{-4{,}00\ s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0{,}400\ [\mathrm{m}]}$$

y multiplicando ambos lados por (-4,00 s) queda una ecuación sencilla

$$1 - 4{,}00 = 10\ s$$

cuya solución es:

$$s = -0{,}300\ \mathrm{m}$$

C.3.- Una radiación monocromática, de longitud de onda 300 nm, incide sobre cesio. Si la longitud de onda umbral del cesio es 622 nm, el potencial de frenado es:
A) 12,5 V
B) 2,15 V
C) 125 V
Datos 1 nm = 10^9 m; h = 6,63×10^{-34} J·s; c = 3×10^8 m·s^{-1}; q_e = -1,6×10^{-19} C

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	$\lambda = 300\ \mathrm{nm} = 3{,}00\times10^{-7}\ \mathrm{m}$
Longitud de onda umbral del cesio	$\lambda_0 = 622\ \mathrm{nm} = 6{,}22\times10^{-7}\ \mathrm{m}$
Constante de Planck	$h = 6{,}62\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$
Carga del electrón	$e = 1{,}60\times10^{-19}\ \mathrm{C}$
Incógnitas	
Potencial de frenado	V
Otros símbolos	
Frecuencia umbral	f_0
Ecuaciones	
De Planck (energía de un fotón)	$E_f = h \cdot f$
De Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia y la longitud de onda de una onda	$f = c / \lambda$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = e \cdot V$

Solución: B

Partiendo de la ecuación de Einstein y sustituyendo en ella las de Planck y la relación entre longitud de onda y frecuencia, queda

$$E_c = E_f - W_e = h f - h f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda} - \frac{h \cdot c}{\lambda_0} = h \cdot c \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$E_c = 6{,}62\times10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}] \cdot 3{,}00\times10^{8}\ [\mathrm{m\cdot s^{-1}}] \left(\frac{1}{3{,}00\times10^{-7}\ [\mathrm{m}]} - \frac{1}{6{,}22\times10^{-7}\ [\mathrm{m}]} \right) = 3{,}43\times10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$V = \frac{E_c}{e} = \frac{3{,}43\times10^{-19}\ [\mathrm{J}]}{1{,}6\times10^{-19}\ [\mathrm{C}]} = 2{,}14\ \mathrm{V}$$

C.4.- Si tenemos un resorte de constante elástica conocida, ¿cómo podemos determinar el valor de una masa desconocida? Describe las experiencias que debemos realizar.

Solución:

Método estático.
Con el resorte vacío se mira la posición del índice en una regla graduada y se anota: x_1
Se cuelga el objeto del resorte, y, se deja que alcance el reposo. Se mira la posición del índice en la regla y se anota: x_2
Habiendo calculado la constante elástica del resorte k, la masa del objeto se calcula del equilibrio estático entre la fuerza de recuperación elástica $k\,(x_2 - x_1)$ y el peso del objeto $m \cdot g$.

$$m = k\,(x_2 - x_1) / g$$

Método dinámico.
Se cuelga el objeto del resorte, se tira hacia abajo un poco y se suelta. Comprobado que el resorte sólo se mueve en el eje vertical, se mide el tiempo de diez oscilaciones completas t.
Se calcula el período $T = t / 10$.
Habiendo calculado la constante elástica del resorte k, la masa del objeto se calcula de la ecuación del período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$m = \frac{k\,T^2}{4\pi^2}$$

P.1.- Se desea poner un satélite de masa 10^3 kg en órbita alrededor de la Tierra y a una altura dos veces el radio terrestre. Calcula:
a) La energía que hay que comunicarle desde la superficie de la Tierra.
b) La fuerza centrípeta necesaria para que describa la órbita.
c) El periodo del satélite en dicha órbita.
Datos: R_T = 6 370 km; g_0 = 9,8 m/s²
Rta.: a) $\Delta E = 5{,}20\times10^{10}$ J; b) $F = 1{,}09\times10^3$ N; c) T = 7 h 19 min

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa del satélite	$m = 10^3$ kg $= 1{,}00\times10^3$ kg
Radio de la Tierra	R_T = 6 370 km $= 6{,}37\times10^6$ m
Altura de la órbita	$h = 2\cdot6\,370$ km $= 1{,}27\times10^7$ m
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra	$g_0 = 9{,}80$ m/s²
Incógnitas	
Energía que hay que comunicarle desde la superficie de la Tierra	ΔE
Fuerza centrípeta necesaria para que describa la órbita	F
Período orbital del satélite	T
Otros símbolos	
Masa de la Tierra	M_T
Constante de la gravitación universal	G
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (aplicada a la fuerza que ejerce la Tierra esférica sobre el satélite puntual)	$F_G = G\frac{M_T\,m}{r_{\text{órb}}^2}$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio r)	$a_N = \frac{v^2}{r}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r (M.C.U.)	$v = \frac{2\pi r}{T}$
Energía cinética	$E_c = ½\, m\, v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p = -G\frac{M_T\,m}{r_{\text{órb}}}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial.

La expresión de la energía potencial:

$$E_p = -G \frac{M_T m}{r}$$

no puede calcularse de momento porque no tenemos los datos de la constante G de la gravitación universal ni la masa M_T de la Tierra. Pero teniendo en cuenta que en la superficie de la Tierra el peso de un cuerpo $m g_0$ es igual a la fuerza gravitatoria

$$m\, g_0 = G \frac{M_T m}{R_T^2}$$

$$G\, M_T = g_0\, R_T^2$$

Se sustituye $G\, M_T$ por $g_0\, R_T^2$ en la ecuación de la energía potencial, y queda

$$E_p = -G \frac{M_T m}{r} = \frac{-g_0 R_T^2 m}{r}$$

Se supone que en la superficie de la Tierra está en reposo[1], por lo que sólo tiene energía potencial, que vale:

$$E_{p\,s} = -G \frac{M_T m}{R_T} = \frac{g_0 R_T^2 m}{R_T} = -g_0 R_T m = 9{,}80\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 6{,}37 \times 10^6\ [\mathrm{m}] \cdot 1{,}00 \times 10^3\ [\mathrm{kg}] = -6{,}24 \times 10^{10}\ \mathrm{J}$$

El radio de una órbita circular a una altura dos veces el radio terrestre es

$$r = R_T + h = R_T + 2\, R_T = 3\, R_T = 3 \cdot 6{,}37 \times 10^6\ [\mathrm{m}] = 1{,}91 \times 10^7\ \mathrm{m}$$

La energía potencial en la órbita es:

$$E_{p\,o} = -G \frac{M_T m}{r_{\text{órb}}} = \frac{-g_0 R_T^2 m}{3\, R_T} = \frac{-g_0 R_T m}{3} = \frac{E_{p\,s}}{3} = \frac{-6{,}24 \times 10^{10}\ \mathrm{J}}{3} = -2{,}08 \times 10^{10}\ \mathrm{J}$$

Para calcular la energía cinética en la órbita necesitamos calcular la velocidad orbital.
La única fuerza sobre del satélite a tener en cuenta es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra,

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

$$m \cdot a = F_G$$

El satélite describe una trayectoria aproximadamente circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N,

$$m \frac{v^2}{r_{\text{órb}}} = G \frac{M_T m}{r_{\text{órb}}^2}$$

Despejando la velocidad, queda

$$v = \sqrt{\frac{G\, M_T}{r_{\text{órb}}}}$$

Sustituyendo $G\, M_T$ por $g_0\, R_T^2$ en la ecuación de la velocidad, queda

$$v = \sqrt{\frac{G\, M_T}{r_{\text{órb}}}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{3\, R_T}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T}{3}} = \sqrt{\frac{9{,}80\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 6{,}37 \times 10^6\ [\mathrm{m}]}{3}} = 4{,}56 \times 10^3\ \mathrm{m/s} = 4{,}56\ \mathrm{km/s}$$

Análisis: Se espera que un satélite en órbita alrededor de la Tierra tenga una velocidad de algunos km/s. El resultado está dentro del orden de magnitud.

La energía cinética en órbita es:

$$E_{c\,o} = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} m \frac{g_0 R_T}{3} = \frac{1}{6}\, 1{,}00 \times 10^3\ [\mathrm{kg}] \cdot 9{,}80\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 6{,}37 \times 10^6\ [\mathrm{m}] = 1{,}04 \times 10^{10}\ \mathrm{J}$$

---

1 Para un sistema de referencia en el centro de la Tierra, cualquier punto de la superficie tiene velocidad debido a la rotación terrestre. La velocidad de un punto de la superficie terrestre vale: $v = \omega\, R_T = 2\, \pi\, R_T / T = 463$ m/s. Para un objeto de 1 000 kg, la energía cinética sería $E_c = 1/2\ m\, v^2 = 1{,}07 \times 10^8$ J mucho menor que el valor absoluto de la energía potencial ($6{,}24 \times 10^{10}$ J)

La energía mecánica en órbita valdrá

$$E_o = E_{c\,o} + E_{p\,o} = 1{,}04\times10^{10}\text{ [J]} - 2{,}08\times10^{10}\text{ [J]} = -1{,}04\times10^{10}\text{ J}$$

Análisis: puede comprobarse que la energía potencial vale el doble que la energía cinética, pero es negativa por ser un sistema ligado. La energía mecánica vale lo mismo que la energía cinética, pero es negativa.

La energía que hay que comunicarle al satélite en la superficie de la Tierra es la diferencia entre la que tendrá en órbita y la que tiene en el suelo:

$$\Delta E = E_o - E_s = -1{,}04\times10^{10} - (-6{,}24\times10^{10}\text{ J}) = 5{,}20\times10^{10}\text{ J}$$

b) La fuerza centrípeta es:

$$F = m\cdot a_N = m\frac{v^2}{r_{\text{órb}}} = m\frac{\frac{g_0 \cancel{R_T}}{3}}{3\cancel{R_T}} = \frac{m\,g_0}{9} = \frac{1{,}00\times10^3\,[\text{kg}]\cdot 9{,}80\,[\text{m/s}^2]}{9} = 1{,}09\times10^3\text{ N}$$

c) El período orbital del satélite es el período de un movimiento circular uniforme de velocidad $4{,}56\times10^3$ m/s. Despejando el período, T, de la expresión de la velocidad del M.C.U.

$$T = \frac{2\pi\cdot r_{\text{órb}}}{v} = \frac{2\pi\cdot 1{,}91\times10^7\,[\text{m}]}{7{,}58\times10^3\,[\text{m/s}]} = 2{,}63\times10^4\text{ s} = 7\text{ h }18\text{ min}$$

P.2.- Se acelera una partícula alfa mediante una diferencia de potencial de 1 kV, penetrando a continuación, perpendicularmente a las líneas de inducción, en un campo magnético de 0,2 T. Halla:

a) El radio de la trayectoria descrita por la partícula.

b) El trabajo realizado por la fuerza magnética.

c) El módulo, dirección y sentido de un campo eléctrico necesario para que la partícula alfa no experimente desviación alguna a su paso por la región en la que existen los campos eléctrico y magnético.

Datos: $m_\alpha = 6{,}68\times10^{-27}$ **kg;** $q_\alpha = 3{,}2\times10^{-19}$ **C**

Rta.: a) $R = 3{,}2$ cm; b) $W_B = 0$; c) $|\overline{E}| = 6{,}2\times10^4$ V/m

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga de la partícula alfa	$q_\alpha = 3{,}2\times10^{-19}$ C
Diferencia de potencial de aceleración	$\Delta V = 1{,}00$ kV $= 1{,}00\times10^3$ V
Masa de la partícula alfa	$m_\alpha = 6{,}68\times10^{-27}$ kg
Intensidad del campo magnético	$\lvert\overline{B}\rvert = 0{,}200$ T
Incógnitas	
Radio de la trayectoria descrita por la partícula alfa	R
Trabajo realizado por la fuerza magnética	W_B
Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético	$\overline{E}$
Otros símbolos	
Vector de la fuerza magnética sobre la partícula alfa	$\overline{F}_B$
Vector fuerza eléctrica sobre la partícula alfa	$\overline{F}_E$
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético $\overline{B}$ con una velocidad $\overline{v}$	$\overline{F}_B = q\,(\overline{v}\times\overline{B})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \frac{v^2}{R}$
Relación entre el período T de un movimiento circular de radio R y la velocidad v	$v = \frac{2\pi R}{T}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum\overline{F} = m\cdot\overline{a}$
Fuerza electrostática ejercida por un campo electrostático $\overline{E}$	$\overline{F}_E = q\,\overline{E}$

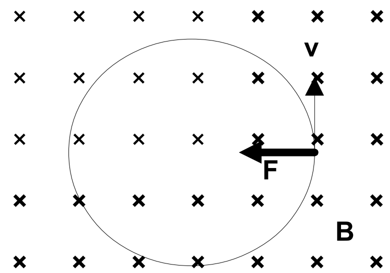
Solución:

a) Para calcular la velocidad de la partícula alfa tenemos que tener en cuenta que al acelerar la partícula alfa con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W_{\text{ELECTRICO}} = q\,\Delta V = \Delta E_c = ½\, m_\alpha\, v^2 - ½\, m_\alpha\, v_0^2$$

Si parte del reposo, $v_0 = 0$. La velocidad final es:

$$v=\sqrt{\frac{2\,q_\alpha \cdot \Delta V}{m_\alpha}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}20\times 10^{-19}\,[\text{C}]\cdot 1{,}00\times 10^{3}\,[\text{V}]}{6{,}28\times 10^{-27}\,[\text{kg}]}}=3{,}10\times 10^{5}\ \text{m/s}$$



Si sólo actúa la fuerza magnética:

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

La partícula alfa describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N,

$$F_B = m\,a = m\,a_{\text{N}} = m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

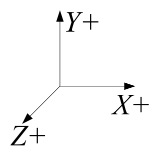
$$|q|\,B\,v\,\text{sen}\,\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio R

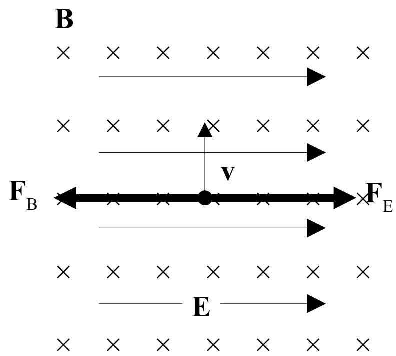
$$R=\frac{m\cdot v}{q\cdot B\cdot \text{sen}\,\varphi}=\frac{6{,}28\times 10^{-27}\,[\text{kg}]\cdot 3{,}10\times 10^{5}\,[\text{m/s}]}{3{,}20\times 10^{-19}\,[\text{C}]\cdot 0{,}200[\text{T}]\cdot \text{sen}\,90^{\circ}}=3{,}23\times 10^{-2}\ \text{m}=3{,}23\ \text{cm}$$

b) Como la trayectoria es circular, el desplazamiento es, en todo momento, perpendicular a la fuerza magnética, por lo que su trabajo es nulo.

$$W_B = F_B \cdot \Delta s \cdot \cos 90^{\text{o}} = 0$$



c) Tomando el sistema de referencia como el de figura de la derecha, cuando sólo actúa la fuerza magnética la trayectoria de la partícula alfa es una circunferencia. En la figura anterior se dibujó la partícula alfa moviéndose inicialmente en el sentido positivo del eje Y y el campo magnético dirigido en el sentido negativo del eje Z.



Cuando actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_E + \overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,\overline{\boldsymbol{E}} + q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = \overline{\boldsymbol{0}}$$

el campo eléctrico debe valer:

$$\overline{\boldsymbol{E}} = -(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = -(3{,}10\times 10^5\,\overline{\mathbf{j}}\ [\text{m/s}] \times 0{,}200\,(-\overline{\mathbf{k}})\ [\text{T}]) = 6{,}19\times 10^4\,\overline{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

dirigido en el sentido positivo del eje X.

En cualquier sistema de referencia, la dirección del campo eléctrico debe ser perpendicular tanto a la dirección del campo magnético como a la dirección de la velocidad. El sentido del campo eléctrico tiene que ser igual que el de la fuerza eléctrica y opuesto al de la fuerza magnética.

OPCIÓN B

C.1.- La actividad en el instante inicial de medio mol de una sustancia radiactiva cuyo período de semidesintegración es de 1 día, es:

A) $2{,}41\times 10^{18}$ Bq

B) $3{,}01\times 10^{23}$ Bq

C) 0,5 Bq

Dato: $N_A = 6{,}022\times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

Solución: A

La actividad radiactiva es el número de desintegraciones por segundo y es proporcional a la cantidad de isótopo radiactivo

$$A = -\,\mathrm{d}N / \mathrm{d}t = \lambda \cdot N$$

siendo λ la constante de desintegración radiactiva.
Integrando la ecuación anterior, se encuentra la relación entre λ y el período de semidesintegración $T_{1/2}$.

$$N = N_0\, e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \frac{\ln (N_0 / N)}{t}$$

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1\ [\text{día}] \cdot 24\ [\text{h/día}] \cdot 3600\ [\text{s/h}]} = 8{,}02 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

$$A = \lambda \cdot N = 8{,}02 \times 10^{-6}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 0{,}500\ [\text{mol}] \cdot 6{,}022 \times 10^{23}\ [\text{mol}^{-1}] = 2{,}42 \times 10^{18}\ \text{Bq}$$

C.2.- La longitud de onda asociada a un electrón de 100 eV de energía cinética es:
- **A) $2{,}3 \times 10^{-5}$ m**
- **B) $1{,}2 \times 10^{-10}$ m**
- **C) 10^{-7} m**

Datos: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s; $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg; $q_e = -1{,}6 \times 10^{-19}$ C

Solución: B

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

en la que h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
La energía cinética de 100 eV corresponden a:

$$E_c = 100 \cdot 1{,}6 \times 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 1\ [\text{V}] = 1{,}6 \times 10^{-17}\ \text{J}$$

que es la de un electrón que se mueve a una velocidad de:

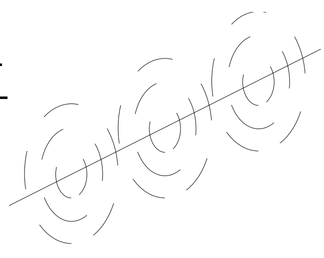
$$v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \times 10^{-19}\ [\text{J}]}{9{,}1 \times 10^{-31}\ [\text{kg}]}} = 5{,}93 \times 10^{5}\ \text{m/s}$$

Sustituyendo en la ecuación de De Broglie, queda

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\ [\text{J·s}]}{9{,}1 \times 10^{-31}\ [\text{kg}] \cdot 5{,}93 \times 10^{5}\ [\text{m/s}]} = 1{,}23 \times 10^{-9}\ \text{m}$$

C.3.- Las líneas de inducción del campo magnético son:
- **A) Siempre cerradas.**
- **B) Abiertas o cerradas, ya que dependen del agente creador del campo magnético.**
- **C) Siempre abiertas, por semejanza con el campo eléctrico.**

Solución: A



Si el campo magnético es producido por un imán, un solenoide o una espira, las fuentes del campo magnético son los polos N del elemento mientras que los sumideros son los polos S. Pero como ambos polos son inseparables, las líneas de campo son cerradas.
(Si partimos un imán en dos, cada parte sigue teniendo dos polos. No se pueden conseguir por división monopolos magnéticos)
Si el campo es producido por una corriente rectilínea indefinida, las líneas de campo son circunferencias concéntricas alrededor del hilo.

C.4.- Si en la práctica de óptica geométrica la lente convergente tiene una distancia focal imagen de +10 cm, ¿a qué distancias de la lente puedes situar el objeto para obtener imágenes sobre la pantalla, si se cumple que |s| + |s'| = 80 cm? Dibuja la marcha de los rayos.

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Distancia focal de la lente	$f' = 10,0$ cm $= 0,100$ m
Distancia entre el objeto y su imagen	$d = 80,0$ cm $= 0,800$ m
Incógnitas	
Posición del objeto	s
Otros símbolos	
Posición del objeto	s
Tamaño del objeto	y
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Solución:

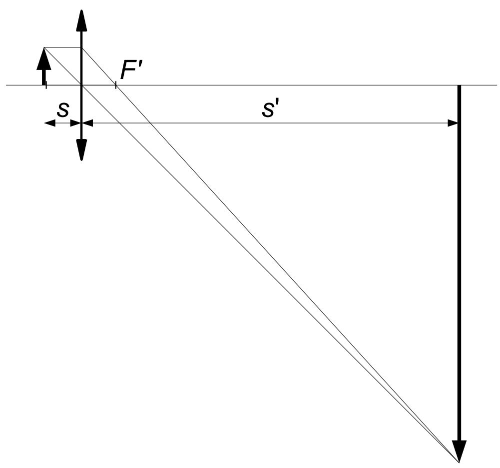
De la ecuación:

$$|s| + |s'| = 0,800 \text{ m}$$

teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa, $s < 0$, pero la distancia de la imagen, cuando es real, es positiva $s' > 0$, queda

$$-s + s' = 0,800 \text{ m}$$

Sustituyendo f y s' en la ecuación de las lentes, queda



$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s+0,800\ [\text{m}]}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0,100\ [\text{m}]}$$

$$\frac{1}{s+0,800}=\frac{1}{s}+\frac{1}{0,100}=\frac{s+0,100}{0,100\, s}$$

$$0,100\, s = (s + 0,100)\,(s + 0,800)$$

$$s^2 + 0,800\, s + 0,0800 = 0$$

$$s_1 = -0,117 \text{ m}$$

$$s_2 = -0,683 \text{ m}$$

El dibujo representa de forma aproximada la primera solución.

P.1.- Tres cargas eléctricas puntuales de 10^{-6} C se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Calcula:

a) La intensidad del campo y el potencial electrostático en el vértice libre.

b) Módulo, dirección y sentido de la fuerza del campo electrostático sobre una carga de -2×10^{-6} C situada en dicho vértice.

c) El trabajo realizado por la fuerza del campo para trasladar dicha caga desde el vértice al centro del cuadrado. Interpretar el signo del resultado.

Dato: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²

Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}| = 1,7\times10^4$ N/C, diagonal hacia fuera; $V = 2,4\times10^4$ V; b) $|\overline{\boldsymbol{F}}| = 0,034$ N, diagonal hacia el centro; c) $W_E = 0,028$ J

Datos	***Cifras significativas: 3***
Lado del cuadrado	$l = 1,00$ m
Valor de la carga situada en el punto A: (0; 0) m	$Q_A = 1,00\times10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto B: (1,00; 0) m.	$Q_B = 1,00\times10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto C: (0; 1,00) m	$Q_C = 1,00\times10^{-6}$ C

Datos — *Cifras significativas: 3*

Valor de la carga situada en el punto D: (1,00; 1,00) m — $Q_D = -2{,}00 \times 10^{-6}$ C

Constante eléctrica — $K = 9{,}00 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en el punto D — $\overline{\boldsymbol{E}}_D$

Potencial electrostático en el punto D — V_D

Trabajo del campo al llevar a carga desde D al centro del cuadrado G — $W_{D \to G}$

Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B — r_{AB}

Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r — $\vec{\mathbf{E}} = \dfrac{\vec{\mathbf{F}}}{q} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{r}}$

Principio de superposición — $\vec{\mathbf{E}}_A = \sum \vec{\mathbf{E}}_{Ai}$

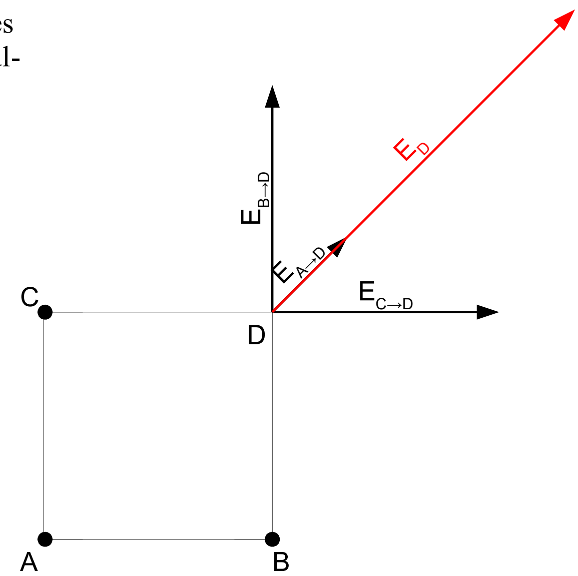
Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga q desde un punto A hasta otro punto B — $W_{A \to B} = q\,(V_A - V_B)$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r — $V = K \dfrac{Q}{r}$

Potencial electrostático de varias cargas — $V = \sum V_i$

Solución:

a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores campo y de la suma vectorial que es el vector campo $\overline{\boldsymbol{E}}$ resultante.



Las distancias BD y CD valen la longitud del lado:

$$r_{BD} = r_{CD} = l = 1{,}00 \text{ m}$$

La distancia AD es la longitud de la diagonal de cuadrado

$$r_{AD} = |\vec{\mathbf{r}}_{AD}| = \sqrt{(1{,}00\,[\mathrm{m}])^2 + (1{,}00\,[\mathrm{m}])^2} = 1{,}41 \text{ m}$$

Se elige un sistema de referencia con el origen en cada carga, tomando el eje X horizontal, positivo hacia la derecha y el eje Y vertical, positivo hacia arriba.

El vector unitario $\overline{\boldsymbol{u}}_{CD}$ del punto D tomando como origen el punto C es el vector $\overline{\boldsymbol{i}}$ unitario del eje X.

El vector unitario $\overline{\boldsymbol{u}}_{BD}$ del punto D tomando como origen el punto B es el vector $\overline{\boldsymbol{j}}$ unitario del eje Y.

El vector unitario $\overline{\boldsymbol{u}}_{AD}$ del punto D tomando como origen el punto A es:

$$\vec{\mathbf{u}}_{AD} = \frac{\vec{\mathbf{r}}_{AD}}{|\vec{\mathbf{r}}_{AD}|} = \frac{(1{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\,[\mathrm{m}]}{1{,}41\,[\mathrm{m}]} = 0{,}707\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}707\,\vec{\mathbf{j}}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D, debida a la carga de 1 µC situada en el punto A es:

$$\vec{\mathbf{E}}_{A \to D} = 9{,}00 \times 10^9\,[\mathrm{N \cdot m^2 C^{-2}}] \cdot \frac{(1{,}00 \times 10^{-6}\,[\mathrm{C}])}{(1{,}41\,[\mathrm{m}])^2}(0{,}707\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}707\,\vec{\mathbf{j}}) = (3{,}18 \times 10^3\,\vec{\mathbf{i}} + 3{,}18 \times 10^3\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D, debida a la carga de 1 µC situada en el punto B es:

$$\vec{\mathbf{E}}_{B \to D} = 9{,}00 \times 10^9\,[\mathrm{N \cdot m^2 C^{-2}}] \cdot \frac{(1{,}00 \times 10^{-6}\,[\mathrm{C}])}{(1{,}00\,[\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{j}} = 9{,}00 \times 10^3\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Por analogía, la intensidad de campo electrostático en el punto D, debida a la carga de 1 µC situada en el punto C es:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{C \to D} = 9{,}00 \times 10^3\,\overline{\boldsymbol{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \sum \overline{\boldsymbol{E}}_{i \to D} = \overline{\boldsymbol{E}}_{A \to D} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B \to D} + \overline{\boldsymbol{E}}_{C \to D}$$

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = (3{,}18 \times 10^3\,\overline{\boldsymbol{i}} + 3{,}18 \times 10^3\,\overline{\boldsymbol{j}}) + (9{,}00 \times 10^3\,\overline{\boldsymbol{j}}) + (9{,}00 \times 10^3\,\overline{\boldsymbol{i}}) = (1{,}22 \times 10^4\,\overline{\boldsymbol{i}} + 1{,}22 \times 10^4\,\overline{\boldsymbol{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: Se ve que el vector intensidad de campo eléctrico resultado del cálculo es diagonal hacia arriba y hacia la derecha, coherente con el dibujo que se había hecho.

El valor del campo es:

$$|\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{D}}|=\sqrt{(1{,}22\times 10^{4}[\mathrm{N/C}])^{2}+(1{,}22\times 10^{4}[\mathrm{N/C}])^{2}}=1{,}72\times 10^{4}\ \mathrm{N/C}$$

Generalizando el resultado para cualquier sistema de referencia,

$\left|\overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{D}}\right|$ = 1,72×10⁴ N/C. El campo va en la dirección de la diagonal, hacia fuera.

Los potenciales electrostáticos en el punto D debidos a las cargas en C y B son iguales y valen:

$$V_{\mathrm{B}\to\mathrm{D}}=V_{\mathrm{C}\to\mathrm{D}}=9{,}00\times 10^{9}[\mathrm{N\cdot m^{2}C^{-2}}]\frac{1{,}00\times 10^{-6}[\mathrm{C}]}{(1{,}00[\mathrm{m}])}=9{,}00\times 10^{3}\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático en el punto D debidos a la carga en A vale:

$$V_{\mathrm{A}\to\mathrm{D}}=9{,}00\times 10^{9}[\mathrm{N\cdot m^{2}C^{-2}}]\frac{1{,}00\times 10^{-6}[\mathrm{C}]}{(1{,}41[\mathrm{m}])}=6{,}36\times 10^{3}\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático en un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_{\mathrm{D}} = V_{\mathrm{A}\to\mathrm{D}} + V_{\mathrm{B}\to\mathrm{D}} + V_{\mathrm{C}\to\mathrm{D}} = 6{,}36\times 10^{3}\ [\mathrm{V}] + 2 \cdot 9{,}00\times 10^{3}\ [\mathrm{V}] = 2{,}44\times 10^{4}\ \mathrm{V}$$

b) Como la intensidad del campo electrostático en un punto es la fuerza sobre la unidad de carga positiva colocada en ese punto, podemos calcular la fuerza electrostática sobre la carga de -2 µC a partir del vector intensidad de campo electrostático:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,\overline{\boldsymbol{E}} = -2{,}00\times 10^{-6}\ [\mathrm{C}]\ (1{,}22\times 10^{4}\ \overline{\boldsymbol{i}} + 1{,}22\times 10^{4}\ \overline{\boldsymbol{j}})\ [\mathrm{N/C}] = (-2{,}44\times 10^{-2}\ \overline{\boldsymbol{i}} - 2{,}44\times 10^{-2}\ \overline{\boldsymbol{j}})\ \mathrm{N}$$

c) El trabajo que hace la fuerza del campo cuando se traslada la carga q = -2 µC desde el vértice D al centro G del cuadrado es

$$W_{\mathrm{D}\to\mathrm{G}} = q\ (V_{\mathrm{D}} - V_{\mathrm{G}}) = -1{,}00\times 10^{-3}\ [\mathrm{C}] \cdot (8{,}43\times 10^{6} - 13{,}5\times 10^{6})\ [\mathrm{V}] = 5{,}1\times 10^{3}\ \mathrm{J}$$

Hay que calcular el potencial electrostático en el punto G situado en el centro del cuadrado de forma análoga a como se hizo antes.

La distancia de cada vértice al centro del cuadrado es la mitad de la diagonal:

$$r_{\mathrm{AG}} = r_{\mathrm{BG}} = r_{\mathrm{CG}} = 1{,}41\ [\mathrm{m}]\ /\ 2 = 0{,}707\ \mathrm{m}$$

Los potenciales electrostáticos en el punto G debidos a las cargas en A, B y C son iguales y valen:

$$V_{\mathrm{A}\to\mathrm{G}}=V_{\mathrm{B}\to\mathrm{G}}=V_{\mathrm{C}\to\mathrm{G}}=9{,}00\times 10^{9}[\mathrm{N\cdot m^{2}C^{-2}}]\frac{1{,}00\times 10^{-6}[\mathrm{C}]}{(0{,}707[\mathrm{m}])}=1{,}27\times 10^{4}\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático en G es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_{\mathrm{G}} = V_{\mathrm{A}\to\mathrm{G}} + V_{\mathrm{B}\to\mathrm{G}} + V_{\mathrm{C}\to\mathrm{G}} = 3 \cdot 1{,}27\times 10^{4}\ [\mathrm{V}] = 3{,}82\times 10^{4}\ \mathrm{V}$$

El trabajo de la fuerza del campo es

$$W_{\mathrm{D}\to\mathrm{G}} = q\ (V_{\mathrm{D}} - V_{\mathrm{G}}) = -2{,}00\times 10^{-6}\ [\mathrm{C}] \cdot (2{,}44\times 10^{4} - 3{,}82\times 10^{4})\ [\mathrm{V}] = 2{,}76\times 10^{-2}\ \mathrm{J}$$

El trabajo el positivo porque el sentido de la fuerza (hacia el centro del cuadrado) y el del desplazamiento son iguales.

P.2.- Una bola colgada de un hilo de 2 m de longitud se desvía de la vertical un ángulo de 4°, se suelta y se observan sus oscilaciones. Halla:

a) La ecuación del movimiento armónico simple.

b) La velocidad máxima de la bola cuando pasa por la posición de equilibrio.

c) Comprueba el resultado obtenido en el apartado anterior, utilizando la ecuación de la conservación de la energía mecánica.

Rta.: a) s = 0,140 sen(2,21 t + 4,71) [m]; b) $v_{\text{máx}}$ = 0,309 m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud del hilo	$l = 2{,}00$ m
Amplitud angular (elongación angular máxima)	$\theta_0 = 4{,}00^\circ = 0{,}0698$ rad
Aceleración de la gravedad (no la dan pero sin ella no se puede resolver)	$g = 9{,}81$ m/s^2
Incógnitas	
Elongación en función del tiempo	θ
Velocidad máxima de la bola	$v_{máx}$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	$\omega = 2\pi \cdot f = \dfrac{2\pi}{T}$
Ecuaciones	
De movimiento en el M.A.S.	$\theta = \theta_0 \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$ $s = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Período del péndulo	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$
Relación entre el arco s y el ángulo central θ en una circunferencia	$s = \theta\, R$

Solución:

a) Tomando el movimiento de péndulo como armónico simple porque $\theta \approx \operatorname{sen}\theta$

$$\operatorname{sen} 0{,}0698 = 0{,}0697 \approx 0{,}0698$$

se calcula el período y la frecuencia angular

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{2{,}00\frac{[\text{m}]}{9{,}81}[\text{m/s}^2]} = 2{,}84\ \text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}84\ \text{s}} = 2{,}21\ \text{rad/s}$$

La ecuación de movimiento queda

$$\theta = 0{,}0698 \cdot \operatorname{sen}(2{,}21\ t + \varphi_0)\ [\text{rad}]$$

Cuando $t = 0$, $\theta = 0{,}0698$ (está en la posición de máxima elongación),

$$0{,}0698 = 0{,}0698 \cdot \operatorname{sen}(\omega\ 0 + \varphi_0)$$

$$\operatorname{sen}\varphi_0 = 1 \begin{cases} \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2} \\ \varphi_0 = \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Tomando como positivo el sentido en que se mueva al principio, queda

$$\theta = 0{,}0698 \cdot \operatorname{sen}(2{,}21\ t + 4{,}71)\ [\text{rad}]$$

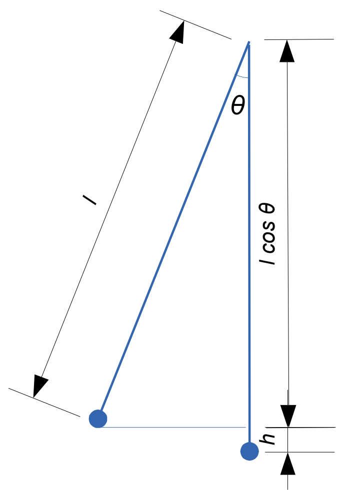
La elongación máxima o amplitud:

$$A = s_{máx} = \theta_0\, R = \theta_0\, l = 0{,}0698\ [\text{rad}] \cdot 2{,}00\ [\text{m}] = 0{,}140\ \text{m}$$

La ecuación de movimiento quedaría

$$s = 0{,}140\ \operatorname{sen}(2{,}21\ t + 4{,}71)\ [\text{m}]$$

b) La velocidad máxima cuando pasa por la posición de equilibrio, se calcula derivando la ecuación de movimiento



$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\{0{,}140\ \operatorname{sen}(2{,}21\, t + 4{,}71)\} = 0{,}309 \cos(2{,}21\, t + 4{,}71)\ [\text{m/s}]$$

que alcanza un valor máximo cuando el coseno de la fase es 1.

$$v_{máx} = 0{,}309\ \text{m/s}$$

c) En el punto más alto, la altura vale:

$$h_{máx} = l - l \cos \theta_0 = l\,(1 - \cos \theta_0) = 2{,}00\ [\mathrm{m}]\ (1 - \cos 0{,}0698) = 4{,}87\times10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Como la única fuerza no conservativa (la tensión del hilo) no realiza trabajo (porque el desplazamiento es perpendicular siempre a la dirección de la fuerza), la energía mecánica se conserva:

$$(E_c + E_p)_{arriba} = (E_c + E_p)_{abajo}$$

$$(½\, m\, \mathrm{v}^2 + m \cdot g \cdot h)_{arriba} = (½\, m\, \mathrm{v}^2 + m \cdot g \cdot h)_{abajo}$$

$$2\, \cancel{m}\, (½\, \mathrm{v}^2 + g \cdot h)_{arriba} = 2\, \cancel{m}\, (½\, \mathrm{v}^2 + g \cdot h)_{abajo}$$

$$2\ \ g \cdot h_{arriba} = \mathrm{v}^2_{abajo}$$

$$\mathrm{v}_{abajo} = \sqrt{2\, g \cdot h_{arriba}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,[\mathrm{m/s^2}] \cdot 4{,}87\times10^{-3}\,[\mathrm{m}]} = 0{,}309\ \mathrm{m/s}$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña
Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.