

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
 No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
 Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
 El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1.- Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indica cuál de las siguientes magnitudes es mayor en el afelio (punto más alejado del Sol) que en el perihelio (punto más próximo al Sol): A) Momento angular respecto a la posición del Sol. B) Momento lineal. C) Energía potencial.

C.2.- Para obtener una imagen en la misma posición en que está colocado el objeto, ¿qué tipo de espejo y en qué lugar ha de colocarse el objeto?: A) Cóncavo y objeto situado en el centro de curvatura. B) Convexo y objeto situado en el centro de curvatura. C) Cóncavo y objeto situado en el foco.

C.3.- Las partículas beta (β) están formadas por: A) Electrones que proceden de la corteza de los átomos. B) Electrones que proceden del núcleo de los átomos. C) Neutrones que proceden del núcleo de los átomos.

C.4.- En la medida de la constante elástica de un resorte por el método dinámico, ¿qué influencia tiene en el período: a) La amplitud. b) El número de oscilaciones. c) La masa del resorte? ¿Qué tipo de gráfica se construye a partir de las magnitudes medidas?

P.1.- Una carga puntual Q ocupa la posición $(0, 0)$ del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es $V = -100$ V y el campo eléctrico es $\vec{E} = -10 \hat{i}$ N/C (coordenadas en metros): a) Calcula la posición del punto A y el valor de Q . b) Determina el trabajo necesario para llevar un protón desde el punto B $(2, 2)$ hasta el punto A. c) Haz una representación gráfica aproximada de la energía potencial del sistema en función de la distancia entre ambas cargas. Justifica la respuesta. (Datos: carga del protón: $1,6 \times 10^{-19}$ C; $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²)

P.2.- Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con velocidad $v = 20$ m·s⁻¹. La amplitud de la onda es $A = 0,10$ m y su frecuencia es $f = 50$ Hz. a) Escribe la ecuación de la onda. b) Calcula la elongación y la aceleración del punto situado en $x = 2$ m en el instante $t = 0,1$ s. c) ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

OPCIÓN B

C.1.- Analiza cuál de las siguientes afirmaciones referentes a una partícula cargada es verdadera y justifica por qué: A) Si se mueve en un campo magnético uniforme, aumenta su velocidad cuando se desplaza en la dirección de las líneas del campo. B) Puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza. C) El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar esa partícula depende del camino seguido.

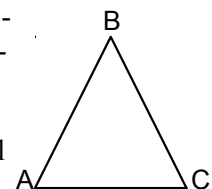
C.2.- Razona cuál de las siguientes afirmaciones referidas a la energía de un movimiento ondulatorio es correcta: A) Es proporcional a la distancia al foco emisor de ondas. B) Es inversamente proporcional a la frecuencia de la onda. C) Es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda.

C.3.- Una roca contiene el mismo número de núcleos de dos isótopos radiactivos A y B, de periodos de semi-desintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente; para estos isótopos se cumple que: A) El A tiene mayor actividad radiactiva que B. B) B tiene mayor actividad que A. C) Ambos tienen la misma actividad.

C.4.- En la práctica de la medida de g con un péndulo: ¿Cómo conseguirías (sin variar el valor de g) que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo? ¿Influye el valor de la masa del péndulo en el valor del período?

P.1.- Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular a una altura de 650 km sobre la Tierra. Calcula: a) El período y la velocidad del satélite en la órbita. b) La energía mecánica del satélite. c) El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra. (Datos: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²).

P.2.- Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC: a) Calcula el índice de refracción del prisma. b) Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo. c) Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma. ($n_{\text{aire}} = 1$)



Soluciones

OPCIÓN A

C.1.- Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indica cuál de las siguientes magnitudes es mayor en el afelio (punto más alejado del Sol) que en el perihelio (punto más próximo al Sol):

- A) Momento angular respecto a la posición del Sol.
- B) Momento lineal.
- C) Energía potencial.

Solución: C

La energía potencial gravitatoria, tomando como origen de energía el infinito, viene dada por la expresión:

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

en la que M es la masa que origina el campo gravitatorio, (en este caso la del Sol), m es la masa del objeto situado en él (Plutón), r la distancia entre ambas masas y G la constante de la gravitación universal.

La energía potencial es negativa y será tanto mayor cuanto mayor sea la distancia r .

Las otras opciones:

A. Falsa. En las fuerzas centrales, como la gravitatoria, en la que la dirección de la fuerza es la de la línea que une las masas, el momento cinético (o angular) \vec{L}_O de un objeto de masa m que se mueve a una velocidad \vec{v}

$$\vec{L}_O = \vec{r} \times m \vec{v}$$

respecto al punto O donde se encuentra la masa M que crea el campo gravitatorio es un vector constante.

B. Falsa. El momento lineal \vec{p} de un objeto de masa m que se mueve a una velocidad \vec{v} vale:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

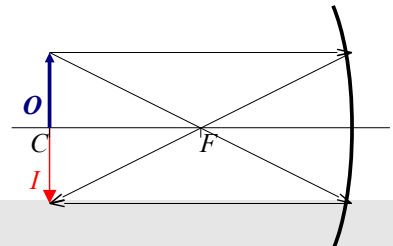
Por la 2ª ley de Kepler, que dice que las áreas descritas por el radiovector que une el Sol con un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales, la velocidad en las proximidades del Sol (perihelio) es mayor que cuando está más alejado del él (afelio).

C.2.- Para obtener una imagen en la misma posición en que está colocado el objeto, ¿qué tipo de espejo y en qué lugar ha de colocarse el objeto?:

- A) Cóncavo y objeto situado en el centro de curvatura.
- B) Convexo y objeto situado en el centro de curvatura.
- C) Cóncavo y objeto situado en el foco.

Solución: A

El resultado se ve en la figura, en la que O es el objeto, I la imagen, C el centro de curvatura y F el foco del espejo cóncavo.

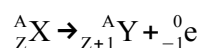


C.3.- Las partículas beta (β^-) están formadas por:

- A) Electrones que proceden de la corteza de los átomos.
- B) Electrones que proceden del núcleo de los átomos.
- C) Neutrones que proceden del núcleo de los átomos.

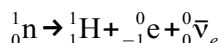
Solución: B

Las leyes de Soddy dicen que cuando un átomo emite radiación β^- , el átomo resultante tiene el mismo número másico pero una unidad más de número atómico.



Cuando se analizó la radiación β^- se descubrió que estaba constituida por electrones. Como la desintegración es debida a la inestabilidad del núcleo, los electrones proceden del núcleo aunque el núcleo está consti-

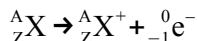
tuido sólo por neutrones y protones. Pero se sabe que un neutrón aislado se descompone por interacción débil en poco tiempo (una vida media de unos 15 min) en un protón, un electrón y un antineutrino electrónico.



por lo que se puede suponer que los electrones nucleares proceden de una desintegración semejante.

Las otras opciones:

A. Si un átomo emitiese electrones de su envoltura, se obtendría un átomo del mismo número atómico y másico, sólo que una carga positiva (un catión).



B. La emisión de un neutrón no es una desintegración natural del núcleo. Sólo ocurre cuando es bombardeado por otras partículas (incluso neutrones). Las formas de desintegración natural (radiactividad natural) son la desintegración alfa (α = núcleo de helio-4), desintegración beta (β = electrón) y la emisión de radiación gamma (γ = radiación electromagnética de alta energía).

C.4.- En la medida de la constante elástica de un resorte por el método dinámico, ¿qué influencia tiene en el período:

a) La amplitud.

b) El número de oscilaciones.

c) La masa del resorte?

¿Qué tipo de gráfica se construye a partir de las magnitudes medidas?

Solución:

b) El número de oscilaciones no interviene, pero si el período es pequeño, se minimiza el error midiendo el tiempo de 10 o 20 oscilaciones para determinar el período. Si se emplea un número grande de oscilaciones y el recuento es visual es fácil equivocarse y cometer un error.

Solución:

En la expresión del período de un M.A.S.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

el período del resorte sólo depende de la masa que oscila y de la constante elástica.

Esta ecuación puede demostrarse así.

Un movimiento armónico simple cumple que la fuerza elástica es proporcional a la elongación.

$$F_{\text{ELASTICA}} = -k \cdot x$$

Pero también cumple que la aceleración recuperadora es proporcional a la elongación x

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Por la segunda ley de Newton

$$\sum \bar{F} = m \cdot \bar{a}$$

Si la fuerza resultante es la elástica $\sum \bar{F} = \bar{F}_{\text{ELASTICA}}$,

$$m \cdot a = -k \cdot x$$

por lo que

$$m (-\omega^2 \cdot x) = -k \cdot x$$

$$m \cdot \omega^2 = k$$

Como la pulsación es

$$\omega = 2\pi / T$$

$$T = 2\pi / \omega$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

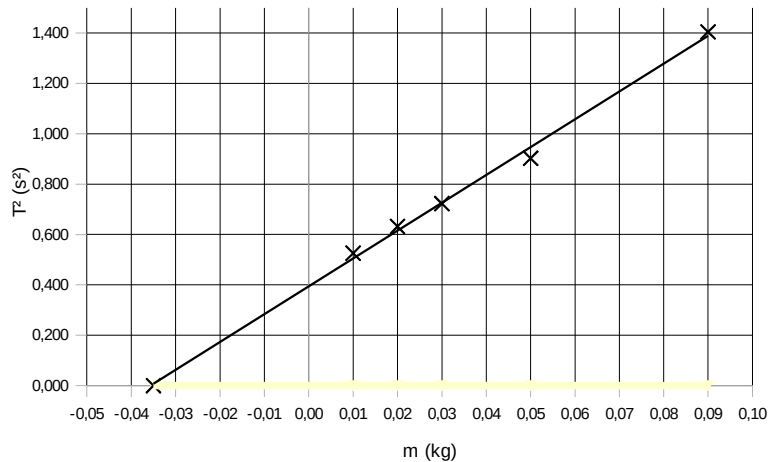
En la ecuación se observa que la amplitud no interviene, aunque si se alarga el muelle de forma exagerada las masas colgantes salen disparadas.

El período de oscilación no depende de la longitud, pero sí de la masa del resorte. La dependencia con la masa del resorte no es sencilla, ya que no todo el resorte oscila del mismo modo. Se puede demostrar que el resorte contribuye a la masa oscilante en un sumando que vale la tercera parte de la masa del resorte.

$$m_{\text{OSCILANTE}} = m_{\text{COLGADA}} + 1/3 M_{\text{RESORTE}}$$

Al hacer una representación gráfica de los cuadrados de los períodos frente a la masa colgada, la recta no pasa por el origen. La contribución de la masa del resorte es la abscisa en el origen de la gráfica. (En la gráfica que aparece a continuación, la contribución de la masa del resorte sería de 0,035 kg)

La gráfica que se construye es la de los cuadrados de los períodos frente a la masa colgada, ya que, al elevar al cuadrado la expresión del período queda



$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

que corresponde a la ecuación de una recta que pasa por el origen y tiene una pendiente = $4\pi^2 / k$

P.1.- Una carga puntual Q ocupa la posición (0, 0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es $V = -100$ V y el campo eléctrico es $\vec{E} = -10 \hat{i}$ N/C (coordenadas en metros):

- Calcula la posición del punto A y el valor de Q.
- Determina el trabajo necesario para llevar un protón desde el punto B (2, 2) hasta el punto A.
- Haz una representación gráfica aproximada de la energía potencial del sistema en función de la distancia entre ambas cargas. Justifica la respuesta.

Datos: carga del protón: $1,6 \times 10^{-19}$ C; $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²

Rta.: a) $\vec{r}_A = (10,0; 0)$ m; $Q = -1,11 \times 10^{-7}$ C; b) $W = -4,05 \times 10^{-17}$ J

Datos

- Posición de la carga Q
- Potencial en el punto A
- Campo eléctrico en el punto A
- Posición del punto B
- Carga del protón
- Constante eléctrica

Incógnitas

- Posición del punto A
- Valor de la carga Q
- Trabajo necesario para llevar un protón de B a A

Otros símbolos

- Distancia entre dos puntos A y B

Ecuaciones

Campo eléctrico creado por una carga puntual Q a una distancia r

Cifras significativas: 3

- $\vec{r}_O = (0, 0)$ m
- $V = -100$ V
- $\vec{E} = -10,0 \hat{i}$ N/C
- $\vec{r}_B = (2,000, 2,000)$ m
- $q_p = 1,60 \times 10^{-19}$ C
- $K = 9,00 \times 10^9$ N·m²·C⁻²

- \vec{r}_A
- Q
- $W_{B \rightarrow A}$

r_{AB}

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Potencial electrostático de un punto que dista una distancia r de una carga Q $V = K \frac{Q}{r}$

Ecuaciones

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga q desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

Energía potencial electrostática de una carga q en un punto A

$$E_{P A} = q V_A$$

Solución:

a) Se sustituyen los datos en las ecuaciones del campo

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$-10,0 \vec{i} \text{ [N/C]} = 9,00 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

que, tomando sólo el módulo, queda:

$$10,0 \text{ [N/C]} = 9,00 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r^2}$$

También se sustituye en la ecuación de potencial electrostático:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$-100 \text{ [V]} = 9,00 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r}$$

Como en la ecuación del campo aparece el valor absoluto de la carga $|Q|$, aplicamos valores absolutos a la ecuación del potencial, que queda:

$$100 \text{ [V]} = 9,00 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r}$$

Se resuelve el sistema

$$\begin{cases} 10,0 = 9,00 \times 10^9 \frac{|Q|}{r^2} \\ 100 = 9,00 \times 10^9 \frac{|Q|}{r} \end{cases}$$

dividiendo la segunda ecuación entre la primera. Se obtiene

$$r = 10,0 \text{ m}$$

Y despejando el valor absoluto de la carga $|Q|$ de la segunda ecuación:

$$Q = 1,11 \times 10^{-7} \text{ C}$$

El potencial es negativo, por lo tanto la carga debe ser negativa:

$$Q = -1,11 \times 10^{-7} \text{ C}$$

Como la intensidad del campo electrostático en el punto es negativa, $\vec{E}_r = -10,0 \vec{i} \text{ (N/C)}$, el punto tiene que estar en el semieje positivo:

$$\vec{r}_A = (10,0, 0) \text{ m}$$

b) El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{B \rightarrow A} = q (V_B - V_A)$$

La distancia del punto B a la carga Q es:

$$r_{OB} = \sqrt{(2,00 \text{ [m]})^2 + (2,00 \text{ [m]})^2} = 2,83 \text{ m}$$

El potencial en el punto B vale:

$$V = 9,00 \times 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{[-1,11 \times 10^{-7} \text{ [C]}]}{2,83 \text{ [m]}} = -353 \text{ V}$$

El trabajo de la fuerza del campo es

$$W_{B \rightarrow A} = q (V_B - V_A) = 1,60 \times 10^{-19} \text{ [C]} \cdot (-353 - (-100)) \text{ [V]} = -4,05 \times 10^{-17} \text{ J}$$

Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

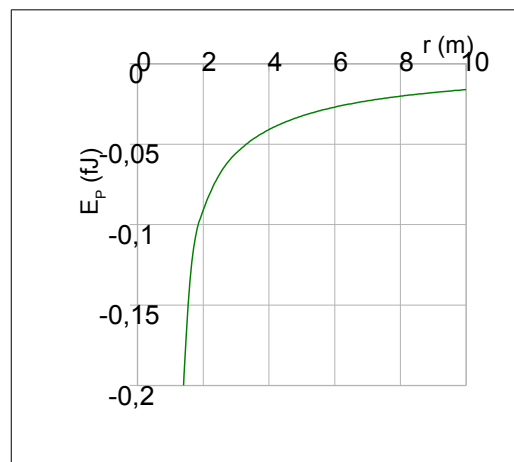
$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 4,05 \times 10^{-17} \text{ J}$$

c) La energía potencial de dos cargas viene dada por la expresión:

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

y es inversamente proporcional a la distancia entre ambas cargas.

Como las cargas son de signo opuesto la energía potencial es negativa y aumenta con la distancia hasta ser nula a una distancia infinita.



P.2.- Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con velocidad $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La amplitud de la onda es $A = 0,10 \text{ m}$ y su frecuencia es $f = 50 \text{ Hz}$.

a) Escribe la ecuación de la onda.

b) Calcula la elongación y la aceleración del punto situado en $x = 2 \text{ m}$ en el instante $t = 0,1 \text{ s}$.

c) ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

Rta.: a) $y = 0,10 \cdot \text{sen}(100\pi t - 5\pi x) \text{ [m]}$; $y = 0$; $a = 0$; c) $\Delta x = 0,20 \text{ m}$

Datos

Amplitud

Frecuencia

Velocidad de propagación

Para el cálculo de la elongación y aceleración: Posición
Tiempo

Cifras significativas: 2

$A = 0,10 \text{ m}$

$f = 50 \text{ Hz} = 50 \text{ s}^{-1}$

$v_p = 20 \text{ m/s}$

$x = 2,0 \text{ m}$

$t = 0,10 \text{ s}$

Incógnitas

Ecuación de la onda

Elongación del punto situado en $x = 2 \text{ m}$ en el instante $t = 0,1 \text{ s}$.

Aceleración del punto situado en $x = 2 \text{ m}$ en el instante $t = 0,1 \text{ s}$.

Distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase

$y(x, t)$

$y(2; 0,1)$

$a(2; 0,1)$

Δx

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Período

Longitud de onda

x

T

λ

Ecuaciones

De una onda armónica unidimensional

$$y = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

Frecuencia

$$f = 1 / T$$

Relación entre la longitud de onda y la frecuencia

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Período: $T = 1 / f = 1 / 50 \text{ [s}^{-1}] = 0,020 \text{ s}$

Longitud de onda: $\lambda = v_p / f = 20 \text{ [m/s]} / 50 \text{ [s}^{-1}] = 0,40 \text{ m}$

Ecuación de onda:

$$y = 0,10 \cdot \text{sen}(100\pi t - 5\pi x) \text{ [m]}$$

b) La aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo, y la velocidad es la derivada de la posición con respecto al tiempo. Obtenemos la ecuación de la aceleración derivando la de posición dos veces:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\{0,10 \cdot \sin(100\pi t - 5\pi x)\}}{dt} = 10\pi \cdot \cos(100\pi t - 5\pi x) \text{ [m/s]}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\{10\pi \cdot \cos(100\pi t - 5\pi x)\}}{dt} = -1,0 \times 10^3 \pi^2 \cdot \sin(100\pi t - 5\pi x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Para $x = 2,0$ m y $t = 0,10$ s, la elongación es

$$y(2; 0,1) = 0,10 \cdot \sin(100\pi \cdot 0,10 - 5\pi \cdot 2,0) = 0 \text{ m}$$

y la aceleración:

$$a(2; 0,1) = -1,0 \times 10^3 \cdot \pi^2 \cdot \sin(100\pi \cdot 0,10 - 5\pi \cdot 2,0) = 0 \text{ m/s}^2$$

(Si la ecuación de onda se pone en función del coseno, en vez del seno, las respuestas serían:

$$y(2; 0,1) = 0,10 \text{ m y } a(2, 0,1) = -1,0 \times 10^3 \cdot \pi^2 = 9,9 \times 10^3 \text{ m/s}^2)$$

c) Como están en oposición de fase, la diferencia de fase es π [rad]. En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [(100\pi t - 5\pi x_2)] - [(100\pi t - 5\pi x_1)] = 5\pi(x_1 - x_2) = 5\pi \Delta x = \pi \text{ rad}$$

$$\Delta x = 1 / 5 = 0,20 \text{ m}$$

Análisis: La longitud de onda es la distancia mínima entre dos puntos que están en fase. La distancia mínima entre dos puntos que están en oposición de fase es: $\Delta x = \lambda / 2 = 0,20$ m, que coincide con lo calculado.

OPCIÓN B

C.1.- Analiza cuál de las siguientes afirmaciones referentes a una partícula cargada es verdadera y justifica por qué:

A) Si se mueve en un campo magnético uniforme, aumenta su velocidad cuando se desplaza en la dirección de las líneas del campo.

B) Puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.

C) El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar esa partícula depende del camino seguido.

Solución: B

La fuerza \vec{F} sobre una carga eléctrica q en movimiento se rige por la ley de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q\vec{E}$$

en la que \vec{v} es la velocidad de la carga, \vec{B} la inducción magnética (intensidad del campo magnético) y \vec{E} la intensidad del campo electrostático.

Mientras que la dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático, la dirección de la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético.

La partícula puede no experimentar ninguna fuerza si hay un campo magnético y un campo electrostático perpendiculares a la dirección de movimiento de la partícula y perpendiculares entre sí, y se cumple que

$$q(\vec{v} \times \vec{B}) + q\vec{E} = \vec{0}$$

o sea

$$|\vec{v}| |\vec{B}| = |\vec{E}|$$

C.2.- Razona cuál de las siguientes afirmaciones referidas a la energía de un movimiento ondulatorio es correcta:

A) Es proporcional a la distancia al foco emisor de ondas.

B) Es inversamente proporcional a la frecuencia de la onda.

C) Es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda.

Solución: C

La energía que transporta una onda material armónica unidimensional es la suma de la cinética y de potencial:

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{máx}}^2$$

La ecuación de la onda armónica unidimensional es: $y = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$
Derivando con respecto al tiempo: $v = \text{d}y / \text{d}t = -A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$
que es máxima cuando $-\text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x) = 1$, $v_{\text{máx}} = A \cdot \omega$
Sustituyendo en la ecuación de la energía: $E = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2$
Como la pulsación ω o frecuencia angular es proporcional a la frecuencia f : $\omega = 2 \pi \cdot f$

$$E = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 (2 \pi \cdot f)^2 = 2 \pi^2 m \cdot A^2 \cdot f^2$$

La energía que transporta una onda es proporcional a los cuadrados de la frecuencia y de la amplitud.

C.3.- Una roca contiene el mismo número de núcleos de dos isótopos radiactivos A y B, de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente; para estos isótopos se cumple que:
A) El A tiene mayor actividad radiactiva que B.
B) B tiene mayor actividad que A.
C) Ambos tienen la misma actividad.

Solución: B

La actividad radiactiva es el número de desintegraciones por segundo y es proporcional a la cantidad de isótopo radiactivo

$$A = - \text{d}N / \text{d}t = \lambda \cdot N$$

siendo λ la constante de desintegración radiactiva.
Integrando la ecuación anterior, se encuentra la relación entre λ y el período de semidesintegración $T_{1/2}$.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$
$$\lambda = \ln(N_0 / N) / t$$

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

$$\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$$

Tendrá una constante λ de desintegración mayor el isótopo de menor período de semidesintegración.

C.4.- En la práctica de la medida de g con un péndulo: ¿cómo conseguirías (sin variar el valor de g) que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo? ¿Influye el valor de la masa del péndulo en el valor del período?

Solución:

Para conseguir duplicar la frecuencia, o lo que es lo mismo, disminuir a la mitad el período, habría que hacer la longitud del péndulo 4 veces menor, ya que el período de un péndulo ideal viene dado por la ecuación:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Si $l' = l / 4$

$$T' = 2 \pi \sqrt{\frac{l/4}{g}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{T}{2}$$

La ecuación del período T del péndulo es independiente de la masa, y sólo depende de la longitud “ l ” del péndulo. Esto se comprueba en el laboratorio sustituyendo la masa y volviendo a medir el período (o midiendo los períodos de distintos péndulos de la misma longitud pero de los que cuelgan distintas masas)

P.1.- Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular a una altura de 650 km sobre la Tierra.

Calcula:

a) El periodo y la velocidad del satélite en la órbita.

b) La energía mecánica del satélite.

c) El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Datos: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6,37 \times 10^6$ m; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

Rta.: a) $v = 7,54$ km/s; $T = 1$ h 38 min; b) $E = -5,68 \times 10^9$ J

Datos

Masa del satélite

Altura de la órbita

Masa de la Tierra

Radio de la Tierra

Constante de la gravitación universal

Incógnitas

Valor de la velocidad del satélite en su órbita alrededor de la Tierra

Período orbital del satélite

Energía mecánica del satélite en órbita

Cociente entre los valores de g en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Otros símbolos

Masa de la Tierra

Constante de la gravitación universal

Ecuaciones

Ley de Newton de la gravitación universal

(aplicada a la fuerza que ejerce la Tierra esférica sobre el satélite puntual)

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio r)

2ª ley de Newton de la Dinámica

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r (M.C.U.)

Energía cinética

Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)

Energía mecánica

Intensidad del campo gravitatorio terrestre a una distancia r del centro

Cifras significativas: 3

$m = 200$ kg

$h = 650$ km = $6,50 \times 10^5$ m

$M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg

$R_T = 6,37 \times 10^6$ m

$G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

v

T

E

g_h / g_0

M_T

G

$$F_G = G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}^2}$$

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_p = -G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}}$$

$$E = E_c + E_p$$

$$g = \frac{F_G}{m} = G \frac{M_T}{r^2}$$

Solución:

a) Como la única fuerza sobre del satélite a tener en cuenta es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra,

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_G$$

$$m a = F_G$$

El satélite describe una trayectoria aproximadamente circular de radio

$$r_{\text{orb}} = R_T + h = 6,37 \times 10^6 \text{ [m]} + 6,50 \times 10^5 \text{ [m]} = 7,02 \times 10^6 \text{ m}$$

con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N ,

$$m \frac{v^2}{r_{\text{orb}}} = G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{G M_T}{r_{\text{orb}}}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5,98 \times 10^{24} \text{ [kg]}}{7,02 \times 10^6 \text{ [m]}}} = 7,54 \times 10^3 \text{ m/s} = 7,54 \text{ km/s}$$

Análisis: Se espera que un objeto que se mueva alrededor de la Tierra tenga una velocidad de algunos km/s. El resultado está dentro del orden de magnitud.

El período orbital del satélite es el del movimiento circular uniforme de velocidad $4,46 \times 10^3$ m/s. Despejando el período, T , de la expresión de la velocidad del M.C.U.

$$T = \frac{2\pi \cdot r_{\text{orb}}}{v} = \frac{2\pi \cdot 7,02 \times 10^6 \text{ [m]}}{7,54 \times 10^3 \text{ [m/s]}} = 5,85 \times 10^3 \text{ s} = 1 \text{ h } 38 \text{ min}$$

b) La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial. La energía potencial viene dada por:

$$E_p = -G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 5,98 \times 10^{24} \text{ [kg]} \cdot 200 \text{ [kg]}}{7,02 \times 10^6 \text{ [m]}} = -1,14 \times 10^{10} \text{ J}$$

y la energía cinética

$$E_c = 1/2 m v^2 = [200 \text{ [kg]} (7,54 \times 10^3 \text{ [m/s]})^2] / 2 = 5,68 \times 10^9 \text{ J}$$

por lo que la energía mecánica valdrá

$$E = E_c + E_p = 5,68 \times 10^9 \text{ [J]} + (-1,14 \times 10^{10} \text{ [J]}) = -5,68 \times 10^9 \text{ J}$$

Análisis: puede comprobarse que la energía potencial vale el doble que la energía cinética, pero es negativa por ser un sistema ligado. La energía mecánica vale lo mismo que la energía cinética, pero es negativa.

c) La intensidad del campo gravitatorio en un punto que distan r del centro de la Tierra es la fuerza sobre la unidad de masa situada en ese punto.

$$g = \frac{F_G}{m} = \frac{G \frac{M_T \cdot m}{r^2}}{m} = G \frac{M_T}{r^2}$$

La gravedad a una altura h valdrá:

$$g_h = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

En la superficie de la Tierra vale:

$$g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Dividiendo:

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{(6,37 \times 10^6 \text{ [m]})^2}{(7,02 \times 10^6 \text{ [m]})^2} = 0,823$$

P.2.- Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:

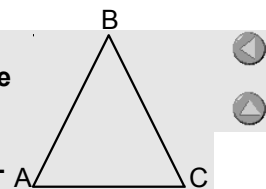
a) Calcula el índice de refracción del prisma.

b) Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo.

c) Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

Dato: $n_{\text{aire}} = 1$

Rta.: a) $n_p = 1,5$; b) $\alpha_{r2} = 50^\circ$



Datos

Ángulos del triángulo equilátero

Ángulo de incidencia

Índice de refracción del aire

Cifras significativas: 2

$\alpha = 60^\circ$

$\alpha_i = 50^\circ$

$n_a = 1,0$

Incógnitas

Índice de refracción del prisma

Ángulo de desviación del rayo al salir del prisma

Ecuaciones

Ley de Snell de la refracción

n_p

α_{r2}

$$n_i \operatorname{sen} \alpha_i = n_r \operatorname{sen} \alpha_r$$

Solución:

a) En la ley de Snell de la refracción

$$n_i \operatorname{sen} \alpha_i = n_r \operatorname{sen} \alpha_r$$

n_i y n_r representan los índices de refracción de los medios incidente y refractado y α_i y α_r los ángulos de incidencia y refracción que forma cada rayo con la normal a la superficie de separación entre los dos medios.

De la figura se puede ver que el primer ángulo de refracción α_{r1} que forma el rayo de luz al entrar en el prisma vale 30° .

(Es igual al que forma la normal al lado AB con la base AC)

$$n_p = n_r = \frac{n_i \operatorname{sen} \alpha_{i1}}{\operatorname{sen} \alpha_{r1}} = \frac{1,0 \cdot \operatorname{sen} 50^\circ}{\operatorname{sen} 30^\circ} = 1,5$$

b) Cuando el rayo sale del prisma, el ángulo de incidencia α_{i2} del rayo con la normal al lado BC vale 30° . Volviendo a aplicar la ley de Snell

$$\operatorname{sen} \alpha_{r2} = \frac{n_i \operatorname{sen} \alpha_{i2}}{n_r} = \frac{1,5 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ}{1,0} = 0,77$$

que corresponde al ángulo de 50°

$$\alpha_{r2} = \operatorname{arc} \operatorname{sen} 0,77 = 50^\circ$$

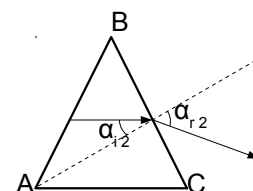
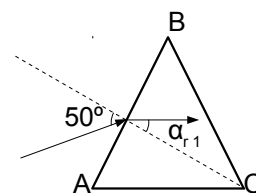
c) La frecuencia f de una onda electromagnética es una característica de la misma y no varía con el medio. La longitud de onda λ está relacionada con ella por

$$c = \lambda \cdot f$$

La velocidad de la luz en un medio transparente es siempre menor que en el vacío. El índice de refracción del medio es el cociente entre ambas velocidades.

$$n_{\text{medio}} = \frac{c}{v_{\text{medio}}}$$

La velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual a la del vacío, mientras que en el prisma es 1,5 veces menor. Como la frecuencia es la misma, la longitud de onda (que es directamente proporcional a la frecuencia) en el prisma es 1,5 veces menor que en el aire.



Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.

Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña

Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.

