CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU**	**Código: 25**
	Setembro 2010	

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser respuestas razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1.- Cuando un rayo de luz monocromática pasa desde el aire al agua (n_{agua} = 4/3), se produce un cambio: A) En la frecuencia. B) En la longitud de onda. c) En la energía.
C.2.- En una fusión nuclear: A) No se precisa energía de activación. B) Intervienen átomos pesados. C) Se libera energía debida al defecto de masa.
C.3.- Para construir un generador elemental de corriente alterna con una bobina y un imán (haz un esquema): A) La bobina gira con respeto al campo magnético B. B) La sección de la bobina se desplaza paralelamente a B, C) La bobina está fija y es atravesada por un campo B constante.
C.4.- Comenta brevemente la influencia que tienen en la medida de *g* con un péndulo: la amplitud de oscilación, el número de medidas, la masa del péndulo.
P.1.- Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un radio de $2 \cdot 10^4$ km. Calcula: a) La velocidad orbital y el período. b) La energía mecánica y la potencial. c) Si por fricción se pierde algo de energía, ¿qué le ocurre al radio y a la velocidad? (Datos g_0 = 9,8 m·s^{-2}; R_T = 6370 km)
P.2.- Un objeto de 100 g, unido a un muelle de k = 500 N·m^{-1}, realiza un movimiento armónico simple. La energía total es de 5 J. Calcula: a) La amplitud. b) La velocidad máxima y la frecuencia de la oscilación. c) Indica cualitativamente en una gráfica como varían la energía total, cinética y potencial con la elongación x.

OPCIÓN B

C.1.- Si la Tierra se contrae reduciendo su radio a la mitad y manteniendo la masa: A) La órbita alrededor del Sol será la mitad. B) El período de un péndulo será la mitad. C) El peso de los cuerpos será el doble.
C.2.- En el fondo de una piscina hay un foco de luz. Observando la superficie del agua se vería luz: A) En toda la piscina. B) Sólo en el punto encima del foco. C) En un círculo de radio *R* alrededor del punto encima del foco.
C.3.- Cuando se compara la fuerza eléctrica entre dos cargas, con la gravitatoria entre dos masas (cargas y masas unitarias y la distancia unidad): A) Ambas son siempre atractivas. B) Son de un orden de magnitud semejante. C) Las dos son conservativas.
C.4.- Con un banco óptico de longitud *l*, se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. Explica qué ocurre.
P.1.- El carbono 14 tiene un período de semidesintegración T = 5 730 años. Una muestra tiene una actividad de $6 \cdot 10^8$ desintegraciones/minuto. Calcula: a) La masa inicial de la muestra. b) Su actividad dentro de 5 000 años. c) Justifica por qué se usa este isótopo para estimar la edad de yacimientos arqueológicos. (Dato N_A = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; masa atómica del ^{14}C = 14 g)
P.2.- Una onda armónica se propaga en dirección x con velocidad v = 10 m/s, amplitud A = 3 cm y frecuencia f = 50 s^{-1}. Calcula: a) La ecuación de la onda. b) La velocidad y aceleración máxima de un punto de la trayectoria. c) Para un tiempo fijo t, ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto x = 10 m?

Soluciones

OPCIÓN A

C.1.- Cuando un rayo de luz monocromática pasa desde el aire al agua (n_{agua} = 4/3), se produce un cambio:
A) En la frecuencia.
B) En la longitud de onda.
C) En la energía.

Solución: B?

El índice de refracción «n» de un medio es el cociente entre la velocidad «v» de la luz en ese medio y la velocidad de la luz «c» en el vacío.

$$n_{\text{auga}} = \frac{v_{\text{auga}}}{c}$$

Del valor $n_{agua} = 4/3$, se deduce que la velocidad de la luz en el agua es

$$v_{agua} = 3/4\ c < c$$

La frecuencia de una onda armónica es característica e independiente del medio por el que se propaga. Es el número de oscilaciones (en el caso de la luz como onda electromagnética) del campo eléctrico o magnético en la unidad de tiempo y corresponde al número de ondas que pasan por un punto en la unidad de tiempo.
Al pasar de un medio (aire) a otro (agua) en el que la velocidad de propagación es menor, la frecuencia «f» se mantiene pero, de la relación entre la velocidad de propagación «v» y la longitud de onda «λ»,

$$v = \lambda \cdot f$$

la longitud de onda, «λ» disminuye proporcionalmente.
La energía de una luz monocromática es, según la ecuación de Planck,

$$E_f = h \cdot f$$

proporcional a la frecuencia (h es la constante de Planck) y no variaría al cambiar de medio si éste no absorbiera la luz. El agua va absorbiendo la energía de la luz, por lo que se produciría una pérdida de la energía, que a lo largo de una cierta distancia haría que la luz dejara de propagarse por el agua.

C.2.- En una fusión nuclear:
A) No se precisa energía de activación.
B) Intervienen átomos pesados.
C) Se libera energía debida al defecto de masa.

Solución: C

El proceso de fusión nuclear consiste en la reacción entre núcleos ligeros para producir otros más pesados.
Es el proceso que proporciona la energía las estrellas y que se produce en la bomba de hidrógeno.
Una reacción de fusión sería:

$${}^{3}_{1}\text{H} + {}^{2}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{1}_{0}\text{n}$$

la que ocurre entre los isótopos tritio y deuterio para producir helio y un neutrón.
Las reacciones nucleares producen una gran cantidad de energía que procede de la transformación del defecto de masa «Δm» en energía «E », según la ecuación de Einstein.

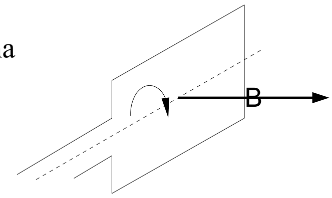
$$E = \Delta m \cdot c^2$$

en la que «c» es la velocidad de la luz.
La suma de las masas del helio-4 y del neutrón es inferior a la suma de las masas del tritio ^{3}H y del deuterio ^{2}H.
La energía de activación es un concepto de la cinética química que mide la energía necesaria para iniciar un proceso, como la que aporta la llama de una cerilla para iniciar la combustión del papel. Las reacciones nucleares de fusión necesitan una gran energía para acercar los núcleos a distancias muy cortas venciendo la

repulsión eléctrica entre ellos. La temperatura que necesitaría un gas de átomos de isótopos de hidrógeno para que los choques entre ellos fueran eficaces y los núcleos produjeran helio es de la orden del millón de grados. El proceso ocurre en el interior de las estrellas donde la energía gravitatoria produce enormes temperaturas. En las pruebas nucleares de la bomba H de hidrógeno, se empleaba una bomba atómica de fisión como detonante. En la actualidad los experimentos para producir energía nuclear de fusión emplean láseres de alta energía que comuniquen a átomos individuales la energía suficiente para superar la barrera de repulsión eléctrica, y aunque se han obtenido resultados positivos, no se ha diseñado un sistema rentable de producir energía a gran escala.

C.3.- Para construir un generador elemental de corriente alterna con una bobina y un imán (haz un esquema):
A) La bobina gira con respecto al campo magnético *B*.
B) La sección de la bobina se desplaza paralelamente a *B*.
C) La bobina está fija y es atravesada por un campo *B* constante.

Solución: A



Se produce una corriente inducida, según la Ley de Faraday-Lenz, cuando hay una variación de flujo magnético con el tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ campo magnético por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$ perpendicular a la sección de la bobina.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cos \varphi$$

Si la bobina gira con una velocidad angular constante

$$\omega = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

respecto a un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$, de forma que el ángulo φ varíe con el tiempo, la derivada del flujo respecto al tiempo es:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(B \cdot S \cos\varphi)}{\mathrm{d}t} = -B \cdot S \frac{\mathrm{d}\cos\varphi}{\mathrm{d}t} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}\varphi = B \cdot S \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$

y se produce una f.e.m. variable con el tiempo (senoidal)

C.4.- Comenta brevemente la influencia que tienen en la medida de *g* con un péndulo: la amplitud de oscilaciones, el número de medidas, la masa del péndulo.

Solución:

El péndulo describe un movimiento oscilatorio circular alrededor de la posición de equilibrio. Cuando el ángulo es muy pequeño y sea aplicable a aproximación sen $\varphi = \varphi$, el movimiento será armónico simple con un período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

donde l es la longitud del péndulo.
En el laboratorio se mide la longitud de un péndulo y se hace oscilar con una amplitud pequeña. Se mide el tiempo de diez oscilaciones, se calcula el período y a partir de él, el valor de la aceleración de la gravedad despejada de la ecuación anterior:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

En esa ecuación puede verse que el valor de g no depende ni de la amplitud de la oscilación ni de la masa del péndulo. Pero si la amplitud de las oscilaciones no es pequeña, el movimiento ya no es armónico simple

y la ecuación anterior deja de ser válida.
En cuanto al número de medidas, cuanto mayor sea, menor será el error del valor medio y más exacto el resultado.

P.1.- Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un radio de 2×10^4 km. Calcula
a) La velocidad orbital y el período.
b) La energía mecánica y la potencial.
c) Si por fricción se pierde algo de energía, ¿qué le ocurre al radio y a la velocidad?
Datos: g_0 = 9,8 m·s^{-2}; R_T = 6 370 km
Rta.: a) v = 4,5 km/s; T = 7,8 h; b) E = -5,0×10^9 J; E_P = -9,9×10^9 J

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio de la Tierra	R_T = 6 378 km = 6,38×10^6 m
Frecuencia de giro del satélite en la órbita alrededor de la Tierra.	f = 12,5 vueltas/día = 1,45×10^{-4} Hz
Constante de la gravitación universal	G = 6,67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2}
Masa de la Tierra	M_T = 5,98×10^{24} kg
Masa del satélite	m = 1 800 kg
Incógnitas	
Período del satélite	T
Distancia del satélite a la superficie terrestre (altura de órbita)	h
Energía cinética del satélite en la órbita	E_C
Otros símbolos	
Radio de la órbita	$r_{órb}$
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (aplicada a la fuerza que ejerce la Tierra esférica sobre el satélite puntual)	$F_G=G\frac{M_T m}{r_{órb}^2}$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio r)	$a_N=\frac{v^2}{r}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r (M.C.U.)	$v=\frac{2\pi r}{T}$
Energía cinética	$E_C = ½\, m\, v^2$

Solución:

a) El período es la inversa de la frecuencia:

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{1{,}45\times10^{-4}\ [\text{Hz}]}=6{,}91\times10^3\ \text{s}=1{,}92\ \text{h}$$

b) Como la única fuerza sobre del satélite a tener en cuenta es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra,

$$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

$$m\, a = F_G$$

El satélite describe una trayectoria aproximadamente circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N,

$$m\frac{v^2}{r_{órb}}=G\frac{M_T m}{r_{órb}^2}$$

$$v^2=G\frac{M_T}{r_{órb}}$$

$$\frac{4\pi^2 r_{órb}^2}{T^2}=G\frac{M_T}{r_{órb}}$$

$$r_{\text{órb}} = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot 5{,}98\times10^{24}\ [\text{kg}]\cdot(6{,}91\times10^3\ [\text{s}])^2}{4\pi^2}} = 7{,}84\times10^6\ \text{m}$$

La altura será:

$$h = r_{\text{órb}} - R_T = 7{,}84\times10^6\ [\text{m}] - 6{,}38\times10^6\ [\text{m}] = 1{,}47\times10^6\ \text{m} = 1\,470\ \text{km}$$

c) La velocidad del satélite en su órbita es:

$$v = \frac{2\pi\cdot r}{T} = \frac{2\pi\cdot 7{,}86\times10^6\ [\text{m}]}{6{,}91\times10^3\ [\text{s}]} = 7{,}13\times10^3\ \text{m/s}$$

La energía cinética es:

$$E_c = ½\ m\cdot v^2 = [1{,}80\times10^3\ [\text{kg}]\cdot(7{,}13\times10^3\ [\text{m/s}])^2] / 2 = 4{,}58\times10^{10}\ \text{J}$$

P.2.- Un objeto de 100 g, unido a un muelle de *k* = 500 N·m⁻¹, realiza un movimiento armónico simple. La energía total es de 5 J. Calcula:
a) La amplitud.
b) La velocidad máxima y la frecuencia de la oscilación.
c) Indica cualitativamente en una gráfica como varían la energía total, cinética y potencial con la elongación *x*.

Rta.: a) A = 0,14 m; b) v_{max} = 9,9 m/s; f = 11 Hz

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa que realiza el M.A.S.	$m = 0{,}100$ kg
Constante elástica del muelle	$k = 500\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$
Energía mecánica	$E = 5{,}00$ J
Incógnitas	
Amplitud (elongación máxima)	A
Velocidad máxima	$v_{\text{máx}}$
Frecuencia de oscilación	f
Otros símbolos	
Valor de la velocidad	v
Pulsación (frecuencia angular)	$\omega = 2\,\pi\cdot f$
Fase inicial	φ_0
Elongación	x
Fuerza recuperadora elástica	F
Ecuaciones	
De movimiento en el M.A.S.	$x = A\ \text{sen}(\omega\cdot t + \varphi_0)$
Relación entre la aceleración a y la elongación x	$a = -\omega^2\cdot x$
Ley de Hooke: fuerza recuperadora elástica	$F = -k\cdot x$
2ª ley de Newton	$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}}$
Energía potencial elástica	$E_p = ½\ k\cdot x^2$
Energía cinética	$E_c = ½\ m\cdot v^2$
Energía mecánica	$E = (E_c + E_p) = ½\ k\cdot A^2$

Solución:

a) La energía de un movimiento armónico simple es la suma de las energías cinética y potencial, y se conserva.

$$E = E_c + E_p = ½\ m\cdot v^2 + ½\ k\cdot x^2 = ½\ m\cdot v_{\text{máx}}^2 = ½\ k\cdot A^2$$

$$½\ k\cdot A^2 = 5{,}00\ \text{J}$$

$$500\ [\text{N}\cdot\text{m}^{-1}]\cdot A^2 / 2 = 5{,}00\ [\text{J}]$$

$$A = \sqrt{\frac{2\cdot 5{,}00\ [\text{J}]}{500\ [\text{N}\cdot\text{m}^{-1}]}} = 0{,}141\ \text{m}$$

b) La ecuación de movimiento es:

$$x = A\ \mathrm{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

en la que ω es la frecuencia angular, relacionada con la frecuencia f de oscilación por:

$$\omega = 2\ \pi \cdot f$$

Como sólo actúa la fuerza elástica:

$$-k \cdot x = m \cdot a = m\ (-\omega^2 \cdot x)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{500\ [\mathrm{N \cdot m^{-1}}]}{0{,}100\ [\mathrm{kg}]}} = 70{,}7\ \mathrm{rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{70{,}7\ [\mathrm{rad/s}]}{2\ \pi\ [\mathrm{rad}]} = 11{,}3\ \mathrm{s^{-1}}$$

La velocidad del oscilador en un instante t es la derivada de la posición con respeto al tiempo:

$$v = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{A\,\mathrm{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{\mathrm{d}\,t} = A\,\omega\,\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

que tiene el valor máximo cuando $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$

$$v_{\text{máx}} = A \cdot \omega = 0{,}141\ [\mathrm{m}] \cdot 70{,}7\ [\mathrm{rad/s}] = 10{,}0\ \mathrm{m/s}$$

(*Tomando sólo una cifra significativa como en los datos* «7 J», *los resultado serían:* A = 0,1 m; $f = 1\times10^1$ Hz *y* $v = 1\times10^1$ m/s)

c) La energía potencial en cada punto de elongación x es:

$$E_p = ½\ k \cdot x^2$$

Al ser una fuerza conservativa, la energía mecánica valdrá lo mismo para cualquier elongación: es constante.

$$E = E_c + E_p = ½\ m \cdot v^2 + ½\ k \cdot x^2$$

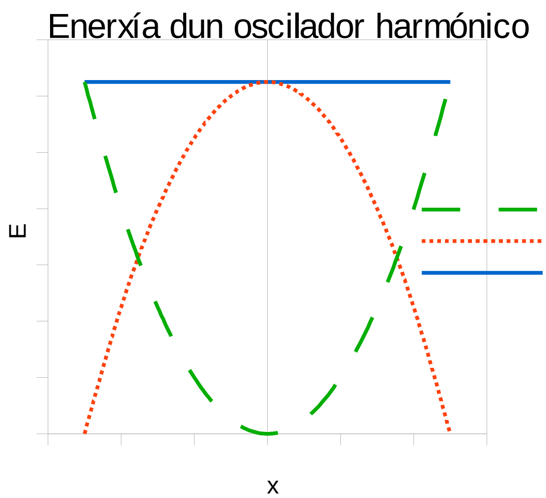
Para la elongación máxima o amplitud:

$$E = E_c + E_p = ½\ m \cdot 0^2 + ½\ k\ A \cdot {}^2 = ½\ k \cdot A^2$$

$$E = ½\ k \cdot A^2$$

La energía cinética es la diferencia entre la energía mecánica y la potencial

$$E_c = E - E_p = ½\ k \cdot A^2 - ½\ k \cdot x^2 = ½\ k\ (A^2 - x^2)$$



Como se ve, las representaciones gráficas de las energías cinética y potencial son parábolas (la potencial con el vértice en el origen) y la de la energía mecánica es una recta paralela al eje de las X.

OPCIÓN B

C.1.- Si la Tierra se contrae reduciendo su radio a la mitad y manteniendo la masa:
A) La órbita alrededor del Sol será la mitad.
B) El período de un péndulo será la mitad.
C) El peso de los cuerpos será el doble.

Solución: B

El período T de un péndulo de longitud L en un lugar donde la gravedad sea g viene dado por la ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

La aceleración de la gravedad es la fuerza sobre la unidad de masa:

$$g=\frac{F_G}{m}=\frac{G\frac{M_T m}{R_T^2}}{m}=G\frac{M_T}{R_T^2}$$

Si el radio de la Tierra fuera la mitad, manteniendo la masa, la aceleración g de la gravedad en su superficie sería cuatro veces mayor.

$$g'=G\frac{M_T}{(R_T/2)^2}=4G\frac{M_T}{R_T^2}=4g$$

y el período T' de un péndulo en tal caso sería

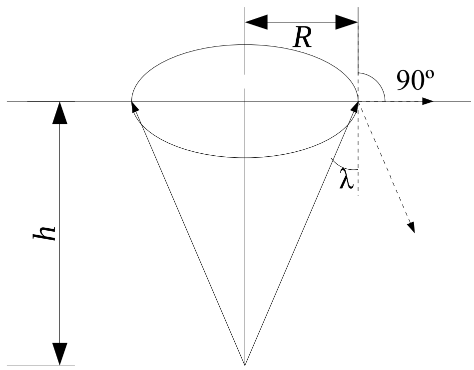
$$T'=2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}=2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}}=\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=\frac{T}{2}$$

la mitad.

Las otras opciones:
C: Como la gravedad sería cuatro veces mayor, el peso de los cuerpos sería cuatro (y no dos) veces mayor.
A: El período de revolución de la Tierra que sigue una trayectoria aproximadamente circular alrededor del Sol no depende del radio de la Tierra, ya que se puede considerar que se trata de una masa puntual.

C.2.- En el fondo de una piscina hay un foco de luz. Observando la superficie del agua se vería luz:
A) En toda la piscina.
B) Sólo en el punto encima del foco.
C) En un círculo de radio R alrededor del punto encima del foco.

Solución: C



La superficie circular iluminada se debe la que los rayos que vienen desde el agua e inciden en la superficie de separación con ángulo superior al ángulo límite no salen al exterior, porque sufren reflexión total.
El ángulo límite es el ángulo de incidente para lo cual el rayo refractado sale con un ángulo de refracción de 90º.
Por la 2ª ley de Snell

$$n_{\text{agua}} \text{ sen } i = n_{\text{aire}} \text{ sen } r$$

$$n_{\text{agua}} \sin \lambda = 1 \sin 90º$$

$$\lambda = \text{arc sen } (1/n_{\text{agua}})$$

Del triángulo rectángulo del dibujo se deduce que:

$$R = h \text{ tg } \lambda$$

C.3.- Cuando se compara la fuerza eléctrica entre dos cargas, con la gravitatoria entre dos masas (cargas y masas unitarias y a distancia unidad):
A) Ambas son siempre atractivas.
B) Son de un orden de magnitud semejante.
C) Las dos son conservativas.

Solución: C

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza cuando se desplaza una magnitud sensible (masa para las fuerzas gravitatorias, carga para las fuerzas eléctricas) entre dos puntos es independiente del camino seguido, y sólo depende de las posiciones inicial y final. En esos casos se puede definir una magnitud llamada energía potencial que depende, además de la magnitud sensible, sólo de las posiciones inicial y final. Por tanto el trabajo de la fuerza es la variación (cambiada de signo) de la energía potencial.

$$W_{A \to B} = E_{p\,A} - E_{p\,B}$$

Este es el caso de las fuerzas gravitatoria y eléctrica.

	gravitatoria	eléctrica
Fuerza	$\vec{F}_G = -G \frac{M\,m}{r^2} \vec{u}_r$	$\vec{F}_E = K \frac{Q\,q}{r^2} \vec{u}_r$
Energía potencial	$E_{p\,G} = -G \frac{M\,m}{r}$	$E_{p\,E} = K \frac{Q\,q}{r}$

Las otras opciones:
A: La fuerza gravitatoria es siempre atractiva, pero la fuerza eléctrica es atractiva para cargas de distinto signo pero repulsiva para cargas del mismo signo.
B: Dado el valor tan diferente de las constantes ($K = 9 \times 10^9$ N·m²·C⁻² y $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²), la fuerza entre cargas o masas unitarias separadas por distancia unidad, será $\approx 10^{20}$ mayor en el caso de la fuerza eléctrica, aunque esta comparación no tenga mucho sentido.

C.4.- Con un banco óptico de longitud *l*, se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. Explica qué ocurre.

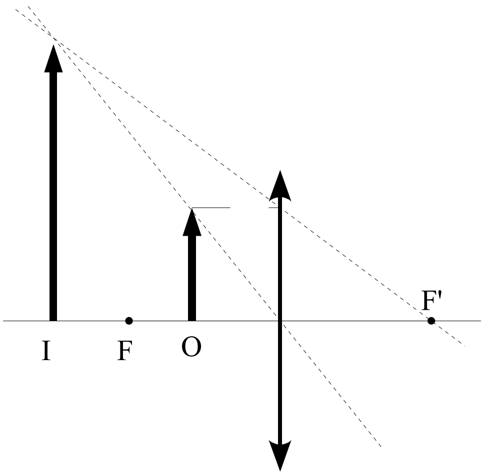
Solución:

La distancia focal de la lente es mayor que la mitad de la longitud del banco óptico.

$$f > l / 2$$

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo «1» en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes



$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

ya que si la imagen es derecha, $y' > 0$,
y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - s'}{s'\,f'}$$

$$s = \frac{s'\,f'}{f' - s'}$$

Como $f' > 0$ y $s' < 0$

$$f' - s' > |s'|$$

$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

P.1. El carbono 14 tiene un período de semidesintegración *T* = 5 730 años. Una muestra tiene una actividad de 6×10^{8} desintegraciones/minuto. Calcula:
a) La masa inicial de la muestra.
b) Su actividad dentro de 5 000 años.
c) Justifica por qué se usa este isótopo para estimar la edad de yacimientos arqueológicos.
Dato: N_A = 6,02·10^{23} mol^{-1}; masa atómica del ^{14}C = 14 g

Rta.: a) $m = 6{,}04\times10^{-5}$ g; b) $A' = 3{,}24\times10^{8}$ min^{-1}

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{1/2}$ = 5 730 años = 1,81×10^{11} s
Actividad de la muestra	A_0 = 6,00×10^{8} des/min = 1,00×10^{7} Bq
Tiempo para calcular la actividad	t = 5 000 años = 1,58×10^{11} s
Masa atómica del ^{14}C	m = 14,0 g/mol
Número de Avogadro	N_{A} = 6,02×10^{23} mol^{-1}
Incógnitas	
Masa inicial de la muestra	m_0
Actividad radiactiva a los 5000 años	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0\, e^{-\lambda t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
	Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}N / \mathrm{d}t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) De la expresión de la actividad radiactiva: $A = \lambda N$, se puede calcular el número de átomos cuando calculemos la constante λ de desintegración radiactiva.

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0{,}693}{1{,}81\times10^{11}\ [\mathrm{s}]}=3{,}83\times10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1}=0{,}000175\ \text{año}^{-1}$$

$$N_0=\frac{A_0}{\lambda}=\frac{1{,}00\times10^{7}\ [\mathrm{Bq}]}{3{,}83\times10^{-12}\ [\mathrm{s}^{-1}]}=2{,}61\times10^{18}\ \text{átomos}$$

$$m_0=\frac{N_0}{N_A}\cdot M=\frac{2{,}61\times10^{18}\ [\text{átomos}]}{6{,}02\times10^{23}\ [\text{átomos/mol}]}\cdot 14\ [\mathrm{g/mol}]=6{,}06\times10^{-5}\ \mathrm{g}=60{,}6\ \mu\mathrm{g}$$

b) La actividad al cabo de 5000 años será:

$$A = A_0\, e^{-\lambda t} = 1{,}00\times10^{7}\ [\mathrm{Bq}]\ e^{-0{,}000175\ [1/\text{año}]\cdot 5000\ [\text{año}]} = 5{,}46\times10^{6}\ \mathrm{Bq} = 3{,}28\times10^{8}\ \text{des/min}$$

c) Por el valor del período de semidesintegración, el carbono-14 se emplea para datar restos (que necesariamente deben contener carbono, normalmente restos orgánicos como madera, huesos, etc.) relativamente recientes, de menos de 50 000 años, (tiempo en el que la actividad radiactiva original habrá disminuido a la milésima parte).
El método del carbono -14 se basa en el hecho de que la proporción de carbono-14 en las plantas vivas se mantiene constante al largo de su vida, ya que el carbono desintegrado se compensa por el asimilado en la fotosíntesis, y que el carbono-14 atmosférico se restituye por la radiación cósmica que convierte el nitrógeno atmosférico en carbono-14. Cuando la planta muere, el carbono que se desintegra ya no se repone y, con la ecuación anterior, podemos determinar el tiempo transcurrido midiendo su actividad radiactiva y comparándola con la que tiene una planta viva.

P.2. Una onda armónica se propaga en dirección *x* con velocidad *v* = 10 m/s, amplitud *A* = 3 cm y frecuencia *f* = 50 s^{-1}. Calcula:
a) La ecuación de la onda.
b) La velocidad y aceleración máxima de un punto de la trayectoria.
c) Para un tiempo fijo *t*, ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto *x* = 10 m?

Rta.: a) $y = 0{,}030\ \mathrm{sen}(100\ \pi\ t - 10\ \pi\ x)$ [m]; b) $v_{\text{máx}} = 9{,}42$ m/s; $a_{\text{máx}} = 2{,}96\times10^{3}$ m/s^{2}; c) $x' = 10 + 0{,}20\ n$

Datos	***Cifras significativas: 2***
Velocidad de propagación	$v_p = 10$ m/s
Amplitud	$A = 3{,}0$ cm $= 0{,}030$ m
Frecuencia	$f = 50$ s^{-1}
Posición do punto	$x = 10$ m
Incógnitas	
Ecuación da onda	ω, k
Velocidad máxima	$v_{máx}$
Aceleración máxima	$a_{máx}$
Puntos de la onda que están en fase con el punto en $x = 10$ m	x'
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Número de onda	k
Ecuaciones	
De una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$
Relación entre la frecuencia f y la frecuencia angular ω	$\omega = 2 \pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda λ y el número de onda k	$k = 2 \pi / \lambda$
Relación entre la longitud de onda λ, la frecuencia f y la velocidad de propagación v_p	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Pulsación (frecuencia angular): $\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \pi$ [rad] $\cdot$ 50 [s^{-1}] $= 100 \pi$ rad/s $= 314$ rad/s
Número de onda: $k = 2 \pi / \lambda = 2 \pi \cdot f / v_p = \omega / v_p = 100 \pi$ [rad/s] /10 [m/s] $= 10 \pi$ rad/m
Ecuación de onda:

$$y = 0{,}030 \text{ sen}(100 \pi t - 10 \pi x) \text{ m}$$

b) La velocidad de un punto es la derivada de la posición con respeto al tiempo.

$$v = \frac{\mathrm{d}\, y}{\mathrm{d}\, t} = \frac{\mathrm{d}\{0{,}030 \,\text{sen}(100 \pi t - 10 \pi x)\}}{\mathrm{d}\, t} = 3{,}0 \pi \cos(100 \pi t - 10 \pi x) \text{ m/s}$$

La velocidad alcanzará el valor máximo cuando el coseno de la fase valga 1

$$v_{máx} = 3{,}0 \pi = 9{,}4 \text{ m/s}$$

La aceleración de un punto es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo.

$$a = \frac{\mathrm{d}\, v}{\mathrm{d}\, t} = \frac{\mathrm{d}\{3{,}0 \pi \cdot \cos(100 \pi t - 10 \pi x)\}}{\mathrm{d}\, t} = -300 \pi^2 \text{sen}(100 \pi t - 10 \pi x) \text{ m/s}^2$$

El valor máximo de la aceleración será cuando el seno de la fase valga 1:

$$a_{máx} = 300 \pi^2 = 3{,}0 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

c) Los puntos están en fase cuando la diferencia de fase es múltiplo de 2 π. Para un tiempo t determinado:

$$(100 \pi t - 10 \pi x') - (100 \pi t - 10 \pi x) = 2 \pi n$$

$$10 \pi (x' - x) = 2 \pi n$$

$$x' - x = 1/5\, n \text{ [m]}$$

$$x' = 10 + 0{,}20\, n \text{ [m]}$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña
Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.