PAAU (LOXSE)	Código:
Setembro 2003	22

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

FÍSICA

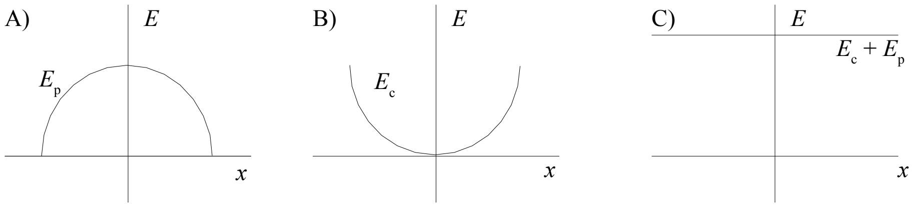
Elegir y desarrollar una de las dos opciones propuestas.
Puntuación máxima: Problemas 6 puntos (1,5 cada apartado) Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica)
No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones teóricas. Puede usarse calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.

OPCIÓN 1

PROBLEMAS
1.- En cada uno de los tres vértices de un cuadrado de 2 metros de lado hay una masa de 10 kg. Calcula:
a) El campo y el potencial gravitatorios creados por esas masas en el vértice vacío.
b) La energía empleada para trasladar una cuarta masa de 1 kg desde el infinito al centro del cuadrado.
Dato: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻² (Las masas se consideran puntuales)
2.- Un protón tiene una energía cinética de 10^{-15} J. Sigue una trayectoria circular en un campo magnético $B = 2$ T. Calcula: a) El radio de la trayectoria. b) El número de vueltas que da en un minuto.
(Datos: $m_{\text{protón}} = 1{,}67\times10^{-27}$ kg; $q_{\text{protón}} = 1{,}6\times10^{-19}$ C)
CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones:
1.- Cuando se observa el lecho de un río en dirección casi perpendicular, la profundidad real con relación a la aparente es: A) Mayor. B) Menor. C) La misma. (Dato $n_{\text{agua}} > n_{\text{aire}}$)
2.- La posibilidad de oír detrás de un obstáculo sonidos procedentes de una fuente sonora, que se encuentra fuera de nuestra vista, es un fenómeno de: A) Polarización. B) Difracción. C) Refracción.
3.- En la siguiente reacción nuclear, $\gamma + {}^{9}_{4}\text{Be} \rightarrow {}^{8}_{3}\text{Li} + {}^{A}_{Z}\text{X}$ la partícula X es: A) Un protón. B) Un neutrón. C) Un electrón.
CUESTIÓN PRÁCTICA: Una vez realizada la experiencia del resorte para determinar la constante elástica, ¿cómo indagarías el valor de una masa desconocida (método estático y dinámico)?

OPCIÓN 2

PROBLEMAS
1.- Si el trabajo de extracción para cierto metal es $5{,}6\times10^{-19}$ J, calcula: a) La frecuencia umbral por debajo de la cual no hay efecto fotoeléctrico en ese metal. b) El potencial de frenado que se debe aplicar para que los electrones emitidos no lleguen al ánodo si la luz incidente es de 320 nm.
(Datos: $c = 3\times10^{8}$ m/s; $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s; 1 nm = 10^{-9} m; $q_e = 1{,}6\times10^{-19}$ C)
2.- El ángulo límite vidrio-agua es de 60º ($n_a = 1{,}33$). Un rayo de luz que se propaga en el vidrio incide sobre la superficie de separación con un ángulo de 45º refractándose dentro del agua. Calcula: a) El índice de refracción del vidrio. b) El ángulo de refracción en el agua.
CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones
1.- Cuando un satélite artificial debido a la fricción con la atmósfera reduce su altura respecto a la Tierra, su velocidad lineal: A) Aumenta. B) Disminuye. C) Permanece constante.
2.- De la hipótesis de De Broglie, dualidad onda-corpúsculo, se deduce como consecuencia: A) Que los electrones pueden mostrar comportamiento ondulatorio $\lambda = h / p$. B) Que la energía de las partículas atómicas está cuantizada $E = h \cdot f$. C) Que la energía total de una partícula es $E = m \cdot c^2$.
3.- En un péndulo simple indica cuál de las siguientes gráficas se ajusta correctamente a la relación energía-elongación:



CUESTIÓN PRÁCTICA: ¿Qué clase de imágenes se forman en una lente convergente si el objeto se encuentra a una distancia superior al doble de la distancia focal? Haz una representación gráfica.

Soluciones

OPCIÓN 1

PROBLEMAS

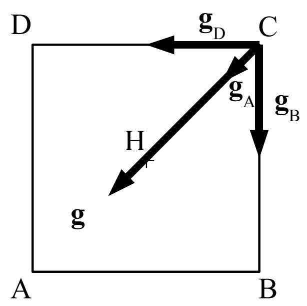
1. En cada uno de los tres vértices de un cuadrado de 2 m de lado hay una masa de 10 kg. Calcula:
a) El campo y el potencial gravitatorios creados por esas masas en el vértice vacío.
b) La energía empleada para trasladar una cuarta masa de 1 kg desde el infinito al centro del cuadrado.
Dato: G = 6,67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2} (Las masas se consideran puntuales)
Rta.: a) g = 3,19×10^{-10} m/s^2, hacia el centro del cuadrado; V = -9,03×10^{-10} J/kg; b) ΔE_P = -1,41×10^{-9} J

Datos	***Cifras significativas: 3***
Lado del cuadrado	L = 2,00 m
Cada una de las masas en los vértices	M = 10,0 kg
Masa que se traslada desde el infinito	m = 1,00 kg
Constante de la gravitación universal	G = 6,67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2}
Incógnitas	
Vector campo gravitatorio en el vértice vacío	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Potencial gravitatorio en el vértice vacío	V
Energía empleada para trasladar una cuarta masa de 1 kg desde el infinito al centro del cuadrado	W
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce cada masa puntual sobre cada una de las otras)	$\vec{F}=-G\dfrac{M\,m}{r^2}\vec{u}_r$
Intensidad del campo gravitatorio creado por una masa M en un punto que dista de ella una distancia r	$\vec{g}=\dfrac{\vec{F}}{m}=-G\dfrac{M}{r^2}\vec{u}_r$
Potencial gravitatorio en un punto debido a una masa M que dista r del punto	$V=-G\dfrac{M}{r}$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p=-G\dfrac{M\,m}{r}$

Solución:

a) Se supone que las masas están situadas en los vértices A (0, 0), B (2, 0), y D (0, 2) m (coordenadas con tres cifras significativas).
La distancia entro los puntos A y C es:

$$r_{AC}=\sqrt{L^2+L^2}=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2+(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}83\ \mathrm{m}$$



El vector unitario del punto C, tomando como origen O punto A, es:

$$\vec{u}_r=\frac{\vec{r}_{AC}}{r_{AC}}=\frac{(2{,}00\,\vec{\mathbf{i}}+2{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{2{,}83\ [\mathrm{m}]}=0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}707\,\vec{\mathbf{j}}$$

La intensidad de campo gravitatorio $\overline{g}_A$ creado en el punto C creado por la masa situada en A es:

$$\vec{g}_A=\frac{-6{,}67\times10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2 kg^{-2}}]\cdot 10{,}0\ [\mathrm{kg}]}{(2{,}83\ [\mathrm{m}])^2}\cdot(0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}707\,\vec{\mathbf{j}})=(-5{,}90\,\vec{\mathbf{i}}-5{,}90\,\vec{\mathbf{j}})\times10^{-11}\ \mathrm{m/s^2}$$

La intensidad de campo gravitatorio $\overline{g}_D$ creado en el punto C creado por la masa situada en D es:

$$\vec{g}_D=\frac{-6{,}67\times10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2 kg^{-2}}]\cdot 10{,}0\ [\mathrm{kg}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-1{,}67\times10^{-10}\vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s^2}$$

La intensidad de campo gravitatorio $\overline{g}_B$ creado en el punto C creado por la masa situada en B es:

$$\vec{g}_B = \frac{-6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}]\cdot 10{,}0\ [\text{kg}]}{(2{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{j} = -1{,}67\times10^{-10}\,\vec{j}\ \text{m/s}^2$$

El valor de la intensidad del campo gravitatorio $\bar{g}$ en el punto C (2, 2) será la suma vectorial de las intensidades de campo gravitatorio creadas por cada una de las masas situadas en los otros vértices (Principio de superposición).

$$\bar{g} = \bar{g}_A + \bar{g}_B + \bar{g}_D = (-2{,}26\ \bar{\mathbf{i}} - 2{,}26\ \bar{\mathbf{j}})\times10^{-10}\ \text{m/s}^2$$

Su módulo es:

$$|\vec{g}| = \sqrt{(-2{,}26\times10^{10}\ [\text{m/s}^2])^2 + (-2{,}26\times10^{10}\ [\text{m/s}^2])^2} = 3{,}19\times10^{-10}\ \text{m/s}^2$$

En el caso general, la intensidad de campo gravitatorio es un vector que vale $3{,}19\times10^{-10}$ N·kg^{-1}, y está dirigido en la diagonal que pasa por el vértice vacío hacia el centro del cuadrado.

El potencial gravitatorio en un punto, debido a la influencia de varias masas M_i, cada una de ellas a una distancia r_i del punto, es la suma de los potenciales individuales.

$$V = \sum\left(-G\frac{M_i}{r_i}\right) = -G\sum\frac{M_i}{r_i}$$

Si las masas M_i son todas iguales, ($M = M_i$), queda

$$V = -G\,M\sum\frac{1}{r_i}$$

$$V = -6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot 10{,}0\ [\text{kg}]\left(\frac{1}{2{,}83\ [\text{m}]} + \frac{2}{2{,}00\ [\text{m}]}\right) = -9{,}03\times10^{-10}\ \text{J/kg}$$

b) La energía necesaria para trasladar la masa de 1,00 kg desde el infinito hasta el punto H central del cuadrado de coordenadas (2, 2) sin variación de energía cinética (se supone) es igual a la diferencia de energía potencial de la masa de 1,00 kg en esos dos puntos

$$W = \Delta E_p = E_{p\,H} - E_{p\,\infty}$$

La energía potencial en un punto, debida a la influencia de varias masas M_i, cada una de ellas a una distancia r_i de la masa m, es la suma de las energías potenciales individuales.

$$E_p = \sum\left(-G\frac{M_i\,m}{r_i}\right) = -G\,m\sum\frac{M_i}{r_i}$$

Si las masas M_i son todas iguales, ($M = M_i$), queda

$$E_p = -G\,m\,M\sum\frac{1}{r_i}$$

Todas las masas se encuentran a la misma distancia del centro del cuadrado:

$$r_{AH} = r_{AC} / 2 = 1{,}41\ \text{m}$$

$$E_{p\,H} = -6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot 1{,}00\ [\text{kg}]\cdot 10{,}0\ [\text{kg}]\left(\frac{3}{1{,}41\ [\text{m}]}\right) = -1{,}41\times10^{-9}\ \text{J}$$

$$E_{p\,\infty} = 0$$

$$W = \Delta E_p = E_{p\,H} - E_{p\,\infty} = -1{,}41\times10^{-9}\ \text{J}$$

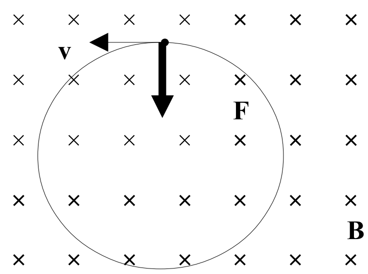
Análisis: El trabajo que hay que hacer es negativo porque la fuerza del campo tiene el sentido que favorece este desplazamiento. Si queremos que no haya variación de energía cinética, tenemos que frenarlo y hacer una fuerza opuesta a la del campo (que es también opuesta al desplazamiento). El valor es muy pequeño, pero hay que tener en cuenta que la fuerza gravitatoria es una fuerza de muy baja intensidad (si las masas no son de tipo planetario)

2.- Un protón tiene una energía cinética de 10^{-15} J. Sigue una trayectoria circular en un campo magnético B = 2 T. Calcula:
a) El radio de la trayectoria.
b) El número de vueltas que da en un minuto.
Datos: $m_{protón}$ = 1,67×10^{-27} kg; $q_{protón}$ = 1,6×10^{-19} C

Rta.: a) R = 5,7 mm; b) N = 1,8×10^9 vueltas/min

Datos	***Cifras significativas: 2***
Energía cinética del protón	$E_c = 1{,}0\times10^{-15}$ J
Valor de la intensidad del campo magnético	B = 2,0 T
Carga del protón	$q = 1{,}6\times10^{-19}$ C
Ángulo entre la velocidad del protón y el campo	φ = 90º
Masa del protón	$m = 1{,}67\times10^{-27}$ kg
Tiempo para calcular el número de vueltas	t = 1 min = 60 s
Incógnitas	
Radio de la trayectoria circular	R
Número de vueltas que da en 1 minuto	N
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el protón	F_B
Período del movimiento circular	T
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\ (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \dfrac{v^2}{R}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r (M.C.U.)	$v = \dfrac{2\pi r}{T}$
Energía cinética	$E_c = \frac{1}{2} m v^2$

Solución:



a) La velocidad del protón se calcula de la energía cinética:

$$E_c = \tfrac{1}{2} m v^2$$

$$1{,}0\times10^{-15}\ [\text{J}] = (1{,}67\times10^{-27}\ [\text{kg}]) / 2 \cdot v^2$$

$$v = 1{,}1\times10^6\ \text{m/s}$$

Como sólo actúa la fuerza magnética:

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

El electrón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N,

$$F_B = m\,a = m\,a_N = m\frac{v^2}{R}$$

$$|q|B\,v \operatorname{sen}\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio R

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot \operatorname{sen}\varphi} = \frac{1{,}67\times10^{-27}\ [\text{kg}] \cdot 1{,}1\times10^6\ [\text{m/s}]}{1{,}6\times10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 2{,}0\ [\text{T}] \cdot \operatorname{sen} 90^{\circ}} = 5{,}7\times10^{-3}\ \text{m}$$

b)

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot 5{,}7\times10^{-3}\ [\text{m}]}{1{,}1\times10^6\ [\text{m/s}]} = 3{,}3\times10^{-8}\ \text{s}$$

El número de vueltas en 60 s será:

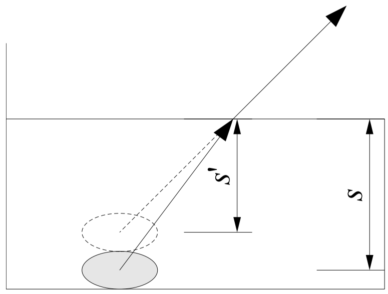
$$N=60\ [\mathrm{s}]\cdot\frac{1\ \text{vuelta}}{3{,}3\times10^{-8}\ [\mathrm{s}]}=1{,}8\times10^{9}\ \text{vueltas}$$

CUESTIONES TEÓRICAS:

1.- Cuando se observa el lecho de un río en dirección casi perpendicular, la profundidad real con relación a la aparente es:
A) Mayor.
B) Menor.
C) La misma.
(Dato $n_{agua} > n_{aire}$)

Solución: A

Aplicando la ecuación del dioptrio esférico:



$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{R}$$

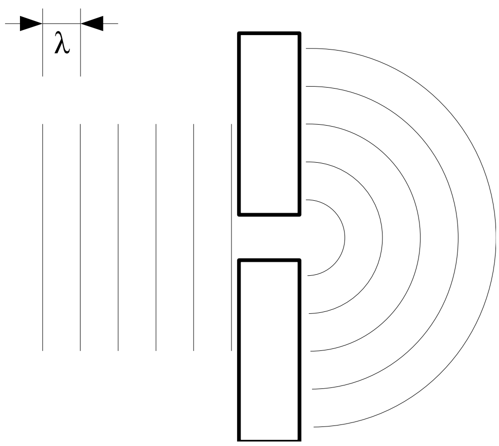
Teniendo en cuenta que para una superficie plana $R = \infty$, $n = n$ (agua) y $n' = 1$ (aire), ya que el rayo de luz viene desde el fondo del río hacia nosotros, queda

$$\frac{1}{s'}-\frac{n}{s}=0\Rightarrow s'=\frac{s}{n}$$

es decir, la imagen del objeto se forma antes del dioptrio ($s < 0$, por lo que $s' < 0$) y es, por tanto, virtual. Como $n > 1$ para el agua, la distancia s' a la que se formará la imagen es menor que la distancia s del objeto. (véase el diagrama).

2.- La posibilidad de oír detrás de un obstáculo sonidos procedentes de una fuente sonora, que se encuentra fuera de nuestra vista, es un fenómeno de:
A) Polarización.
B) Difracción.
C) Refracción.

Solución: B



Difracción es el fenómeno que se produce cuando una onda «rodea» un obstáculo o «se abre» cuando atraviesa un agujero de dimensiones parecidas a la longitud de onda. Es un fenómeno característico de las ondas.
Puede representarse como en la figura para una onda plana.
La difracción del sonido se produce porque es un movimiento ondulatorio, de longitud de onda del orden de unos cuantos centímetros hasta unos pocos metros (en el aire) por lo que puede rodear obstáculos de esas dimensiones.
La luz, aunque también es un movimiento ondulatorio, tiene longitudes de onda del orden de los 10^{-7} m. Se produce difracción de la luz cuando el tamaño del agujero es menor que 1 μm, lo que ocurre en las redes de difracción o entre las pistas de un CD de música.

3.- En la siguiente reacción nuclear $\gamma + {}^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{8}_{3}Li + {}^{A}_{Z}X$, la partícula *X* es:
A) Un protón.
B) Un neutrón.
C) Un electrón.

Solución: A

La radiación γ no tiene carga ni masa en reposo.
Por las leyes de conservación del número de masa: 0+ 9 = 8 + A, por lo que A = 1
y de la carga eléctrica: 0 + 4 = 3 + Z, por lo que Z = 1
La partícula es un protón.

CUESTIÓN PRÁCTICA:

Una vez realizada la experiencia del resorte para determinar la constante elástica, ¿cómo indagarías el valor de una masa desconocida (método estático y dinámico)?

Solución:

Método estático.
Con el resorte vacío se mira la posición del índice en una regla graduada y se anota: x_1
Se cuelga el objeto del resorte, y, se deja que alcance el reposo. Se mira la posición del índice en la regla y se anota: x_2
Habiendo calculado la constante elástica del resorte k, la masa del objeto se calcula del equilibrio estático entre la fuerza de recuperación elástica $k\,(x_2 - x_1)$ y el peso del objeto $m \cdot g$.

$$m = k\,(x_2 - x_1) / g$$

Método dinámico.
Se cuelga el objeto del resorte, se tira hacia abajo un poco y se suelta. Comprobado que el resorte sólo se mueve en el eje vertical, se mide el tiempo de diez oscilaciones completas t.
Se calcula el período $T = t$ / 10.
Habiendo calculado la constante elástica del resorte k, la masa del objeto se calcula de la ecuación del período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$m = \frac{k\,T^2}{4\pi^2}$$

OPCIÓN 2

PROBLEMAS

1.- Si el trabajo de extracción para cierto metal es 5,6×10^{-19} J, calcula:
a) La frecuencia umbral por debajo de la cual no hay efecto fotoeléctrico en ese metal.
b) El potencial de frenado que se debe aplicar para que los electrones emitidos no lleguen al ánodo si la luz incidente es de 320 nm.
Datos: c = 3×10^{8} m/s; h = 6,63×10^{-34} J·s; 1 nm = 10^{-9} m; q_e =1,6×10^{-19} C
Rta.: a) f_0 = 8,5×10^{14} Hz; b) V = 0,4 V

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	λ = 320 nm = 3,20×10^{-7} m
Trabajo de extracción del metal	W_e = 5,60×10^{-19} J
Constante de Planck	h = 6,62×10^{-34} J·s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00\times10^{8}$ m/s
Carga del electrón	$e = 1{,}60\times10^{-19}$ C
Incógnitas	
Frecuencia umbral	f_0
Potencial de frenado	V
Ecuaciones	
De Planck (energía de un fotón)	$E_f = h \cdot f$
De Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia y la longitud de onda de una onda	$f = c / \lambda$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = e \cdot V$

Solución:

a) La radiación que tenga la frecuencia umbral, tendrá la energía estrictamente necesaria para arrancar el electrón, pero no sobrará nada para comunicarle energía cinética.

$$h \cdot f_0 = W_e + 0$$

Despejando la frecuencia umbral.

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{5{,}60\times10^{-19}\ [\mathrm{J}]}{6{,}62\times10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}]} = 8{,}46\times10^{14}\ \mathrm{s}^{-1}$$

Análisis: Si calculamos la longitud de onda umbral, usando $\lambda_0 = c / f_0 \approx 350$ nm que es del orden de magnitud del otro dato (320 nm) *y se encuentra en la región ultravioleta del espectro electromagnético. Parece un resultado aceptable.*

b) De la ecuación de Einstein,

$$E_c = E_f - W_e = h f - W_e = \frac{h c}{\lambda} - W_e = \frac{6{,}62\times10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}] \cdot 3{,}00\times10^{8}\ [\mathrm{m\cdot s^{-1}}]}{3{,}20\times10^{-7}\ [\mathrm{m}]} - 5{,}60\times10^{-19}\ [\mathrm{J}] = 6{,}1\times10^{-20}\ \mathrm{J}$$

$$V = \frac{E_c}{e} = \frac{6{,}1\times10^{-20}\ [\mathrm{J}]}{1{,}6\times10^{-19}\ [\mathrm{C}]} = 0{,}38\ \mathrm{V}$$

(Se no se hiciese la suposición de que los datos tienen tres cifras significativas, la energía de los electrones no podría calcularse, ya que el resultado de la energía del fotón de la 6×10^{-19} J *con una cifra significativa, que es el mismo valor que el trabajo de extracción redondeada a una sola cifra significativa)*

2.- El ángulo límite vidrio-agua es de 60º (n_a = 1,33). Un rayo de luz que se propaga en el vidrio incide sobre la superficie de separación con un ángulo de 45º refractándose dentro del agua. Calcula:
a) El índice de refracción del vidrio.
b) El ángulo de refracción en el agua.
Rta.: a) $n_v = 1{,}54$; b) $\theta_r = 55º$

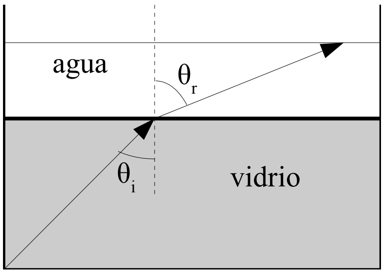
Datos	***Cifras significativas: 3***
Ángulo límite vidrio-agua	$\lambda = 60{,}0º$
Índice de refracción del agua	$n_a = 1{,}33$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 45{,}0º$
Incógnitas	
Índice de refracción del vidrio	n_v
Ángulo de refracción en el agua	θ_r
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \operatorname{sen} \theta_i = n_r \operatorname{sen} \theta_r$

Solución:

a) Ángulo límite es el ángulo de incidencia tal que el de refracción vale 90º

$$n_v \text{ sen } 60,0^\circ = 1,33 \text{ sen } 90,0^\circ$$

$$n_v = 1,54$$



Análisis: El índice de refracción del vidrio es mayor que el del agua, lo que corresponde a un medio más «denso» ópticamente.

b)

$$1,54 \text{ sen } 45^\circ = 1,33 \text{ sen } \theta_r$$

$$\theta_r = \text{arc sen } 0,816 = 54,7^\circ$$

Análisis: Al ser menor el índice de refracción del agua, el rayo se aleja de la normal.

CUESTIONES TEÓRICAS

1.- Cuando un satélite artificial debido a la fricción con la atmósfera reduce su altura respecto a la Tierra, su velocidad lineal:
A) Aumenta.
B) Disminuye.
C) Permanece constante.

Solución: A

(Véase la demostración de la energía mecánica en la cuestión de Set. 98, y la relación entre radio y energía en la cuestión de Jun. 99)
La energía mecánica E_{m1} de un satélite de masa m en órbita circular de radio r_1 alrededor de la Tierra de masa M es :

$$E_{m\,1} = -\frac{1}{2} G \frac{M\,m}{r_1} = -E_{c\,1}$$

Si pierde energía por fricción, pasará a otra órbita de radio r_2 que tendrá una energía E_{m2} menor que antes:

$$E_{m\,2} = -\frac{1}{2} G \frac{M\,m}{r_2} = -E_{c\,2}$$

$$E_{m2} < E_{m1}$$

$$-E_{c2} < -E_{c1}$$

$$E_{c2} > E_{c1}$$

$$v_2 > v_1$$

por lo que la velocidad de la nueva órbita será mayor.

2.- De la hipótesis de De Broglie, dualidad onda-corpúsculo, se deduce como consecuencia:
A) Que los electrones pueden mostrar comportamiento ondulatorio $\lambda = h / p$.
B) Que la energía de las partículas atómicas está cuantizada $E = h \cdot f$.
C) Que la energía total de una partícula es $E = m \cdot c^2$.

Solución: A

La interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico demostró que la luz se comporta como un chorro de partículas llamadas fotones de energía:

$$E = h \cdot f$$

En el efecto Compton, el fotón se comporta como una partícula de momento lineal:

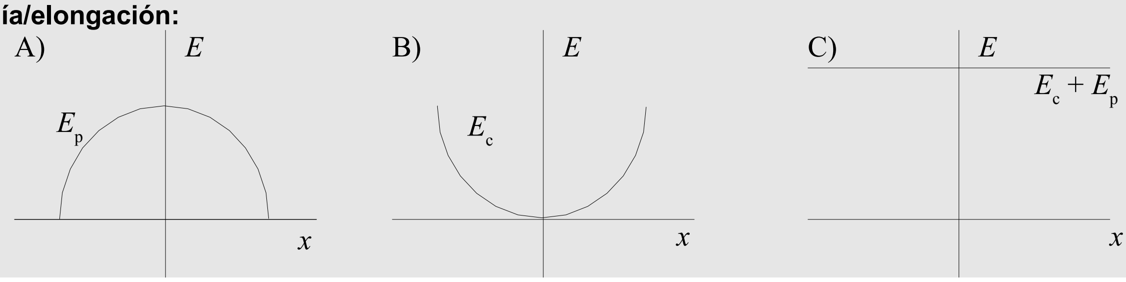
$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{h}{\lambda}$$

Como ya estaba establecido que la luz se propaga como una onda, se propuso que el comportamiento era dual: en algunos experimentos el comportamiento de la luz parece ser corpuscular y en otros, ondulatorio. De Broglie propuso que este comportamiento dual también afecta a cualquier partícula. En algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

en la que h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
En pocos años esta hipótesis quedó confirmada por los experimentos de difracción de electrones.

3. En un péndulo simple indica cuál de las siguientes gráficas se ajusta correctamente a la relación energía/elongación:



Solución: C

Un péndulo simple puede asimilarse a un oscilador armónico. En un oscilador armónico la energía total del mismo permanece constante e independiente de la elongación, siendo su valor:

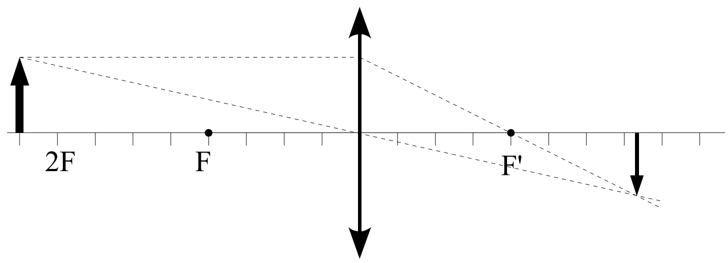
$$E = \tfrac{1}{2}\, k \cdot A^2$$

La gráfica A sería incorrecta pues el máximo valor de la energía potencial sería cuando $x = A$. cuando $x = 0$ la energía potencial sería nula.
La gráfica B también es incorrecta pues la energía cinética máxima sería para $x = 0$ al pasar por el punto central del movimiento.

CUESTIÓN PRÁCTICA:

¿Qué clase de imágenes se forman en una lente convergente si el objeto se encuentra a una distancia superior al doble de la distancia focal? Haz una representación gráfica.

Solución:



Si colocamos el objeto la una distancia s mayor que el doble de la distancia focal f, $|s| > 2|f|$, la imagen que se forma es como la de la figura, o sea, real, invertida y menor.
De la relación:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

se deduce que si $|s| > 2\,|f|$, entonces:

$$s < 2f$$

y como $f' = -f$,

$$\left(\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f'}\right) > \left(\frac{1}{2f} - \frac{1}{f} \;\; = \frac{-1}{2f} = \frac{1}{2f'}\right)$$

$$s' < 2f'$$

Como

$$A_{\mathrm{L}}=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

$$\left(y'=y\frac{s'}{s}\right)<\left(y\frac{2f'}{2f}=-y\right)$$

$$y' < -y$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña
Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.