CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **XUÑO 2014**	**Código: 25**

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1.- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?: A) La ley de Faraday-Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual al flujo magnético Φ_m que la atraviesa. B) Las líneas del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ para un conductor largo y recto son circulares alrededor del mismo. C) El campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ es conservativo.

C.2.- Un oscilador armónico se encuentra en un instante en la posición $x = A/2$ (A = amplitud). La relación existente entre sus energías cinética y potencial es: A) $E_c = 3\ E_p$. B) $E_c = 2\ E_p$. C) $E_c = E_p\ /2$.

C.3.- En una onda de luz: A) Los campos eléctrico $\overline{\boldsymbol{E}}$ y magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ vibran en planos paralelos. B) Los campos $\overline{\boldsymbol{E}}$ y $\overline{\boldsymbol{B}}$ vibran en planos perpendiculares entre sí. C) La dirección de propagación es la de vibración del campo eléctrico. (Dibuja la onda de luz).

C.4.- Describe brevemente como se puede medir en el laboratorio la focal de una lente convergente.

P.1.- Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula: a) El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8). b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de $-10^4\ \overline{\boldsymbol{j}}$ $m\cdot s^{-1}$, calcula su velocidad en el punto C. c) Razona si el movimiento entre C y D es rectilíneo uniforme, rectilíneo uniformemente acelerado, o de cualquiera otro tipo. (Dato: $G = 6{,}67\times10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$)

P.2.- Una esfera metálica de masa m = 8 g y carga q = 7 μC, cuelga de un hilo de 10 cm de longitud situado entre dos láminas metálicas paralelas de cargas iguales y de signo contrario. Calcula: a) El ángulo que forma el hilo con la vertical si entre las láminas existe un campo electrostático uniforme de $2{,}5\times10^3$ N/C. b) La tensión del hilo en ese momento. c) Si las láminas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical? ($g = 9{,}8\ m/s^2$)

OPCIÓN B

C.1.- Si un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra; justifica cual de las siguientes afirmaciones es correcta en relación con su energía mecánica E y sus velocidades orbital v y de escape v_e: A) $E = 0$, $v = v_e$. B) $E < 0$, $v < v_e$. C) $E > 0$, $v > v_e$.

C.2.- Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm): A) No se produce efecto fotoeléctrico. B) Los electrones emitidos se mueven más rápidamente. C) Se emiten más electrones pero a la misma velocidad.

C.3.- Si la luz se encuentra con un obstáculo de tamaño comparable a su longitud de onda λ, experimenta: A) Polarización. B) Difracción. C) Reflexión. (Dibuja la marcha de los rayos)

C.4.- Describe brevemente como se mide en el laboratorio a constante k por el método estático.

P.1.- Un espejo cóncavo tiene 50 cm de radio. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm del espejo: a) Dibuja la marcha de los rayos. b) Calcula la posición, tamaño y naturaleza de la imagen. c) Dibuja una situación en la que no se forme imagen del objeto.

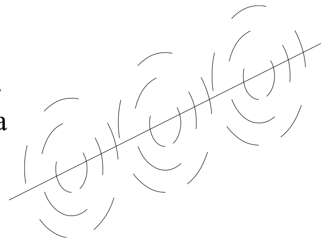
P.2.- Un protón con una energía cinética de 20 eV se mueve en una órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T. Calcula: a) El radio de la órbita. b) La frecuencia del movimiento. c) Justifica por qué no se consume energía en este movimiento.
(Datos: $m_{protón} = 1{,}67\times10^{-27}$ kg; $q_{protón} = 1{,}6\times10^{-19}$ C; 1 eV = $1{,}6\times10^{-19}$ J)

Soluciones

OPCIÓN A

C.1.- Cual de las siguientes afirmaciones es correcta?:
a) La ley de Faraday-Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual al flujo magnético Φ_m que la atraviesa.
B) Las líneas del campo magnético $\overline{B}$ para un conductor largo y recto son circulares alrededor del mismo.
C) El campo magnético $\overline{B}$ es conservativo.

Solución: B



Las líneas de campo magnético producido por una corriente recta indefinida, son circunferencias concéntricas alrededor del hilo. Puede comprobarse desparramando limaduras de hierro sobre una superficie perpendicular a un cable que lleva una corriente eléctrica.

Las otras opciones:
A. Falsa. La ley de Faraday-Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual **a la variación con el tiempo** del flujo magnético Φ_m que la atraviesa.
C. Falsa. El campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ **no** es conservativo. La circulación al largo de una línea *l* cerrada del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ no es nulo, por la ley de Ampère.

$$\oint \vec{B}\, \mathrm{d}\,\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

C.2.- Un oscilador armónico se encuentra en un instante en la posición $x = A/2$ (A = amplitud). La relación existente entre sus energías cinética y potencial es:
A) $E_c = 3\ E_p$
B) $E_c = 2\ E_p$
C) $E_c = E_p/2$

Solución: A

La energía potencial de un oscilador armónico cuando la elongación vale x es:

$$E_p = \frac{1}{2}\, k \cdot x^2$$

donde k es la constante elástica del oscilador.
Como la energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2$$

La energía mecánica del oscilador vale:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 + \frac{1}{2}\, k \cdot x^2$$

Para la elongación máxima o amplitud:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}\, m \cdot 0^2 + \frac{1}{2}\, k \cdot A^2 = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2$$

Como la fuerza elástica es una fuerza conservativa, la energía mecánica es una constante y valdrá lo mismo para cualquier elongación. Por lo tanto:

$$E = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2$$

Para el caso en el que $x = A / 2$,

$$E_p = \frac{1}{2}\, k \cdot x^2 = \frac{1}{2}\, k\, (A / 2)^2 = \frac{1}{4}\, (\frac{1}{2}\, k \cdot A^2) = \frac{1}{4}\, E$$

$$E_c = E - E_p = E - \frac{1}{4}\, E = \frac{3}{4}\, E$$

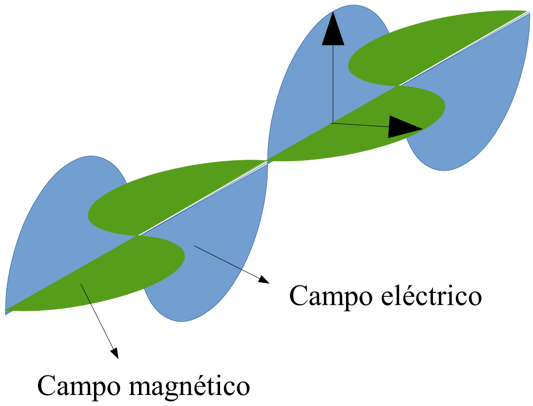
Se ve que $E_c = 3\ E_p$

C.3.- En una onda de luz:

A) Los campos eléctrico $\overline{E}$ y magnético $\overline{B}$ vibran en planos paralelos.
B) Los campos $\overline{E}$ y $\overline{B}$ vibran en planos perpendiculares entre sí.
C) La dirección de propagación es la de vibración del campo eléctrico. (Dibuja la onda de luz).

Solución: B

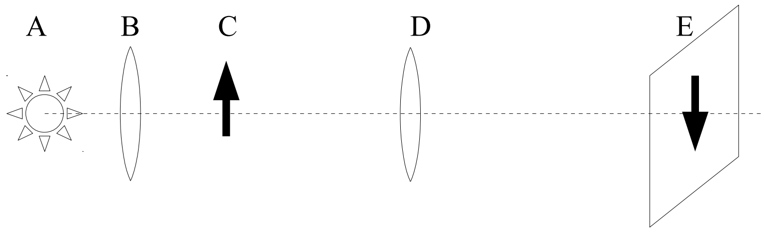
Una onda electromagnética es una combinación de un campo eléctrico y un campo magnético oscilante que se propagan en direcciones perpendiculares entre sí.



C.4.- Describe brevemente como se puede medir en el laboratorio la focal de una lente convergente.

Solución:

Si. Se hizo el montaje de la figura y se fue variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.



Se medían los valores de s (distancia del objeto a la lente s = CD) y s' (distancia de la imagen a la lente s' = DE)
Aplicando la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

se calculaba la distancia focal f' para cada medida.
Luego se calculaba la media de los valores calculados.

P.1.- Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:

a) El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8)
b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de $-10^{-4}\ \overline{\mathbf{j}}$ m·s^{-1}, calcula su velocidad en el punto C.
c) Razona si el movimiento entre C y D es rectilíneo uniforme, rectilíneo uniformemente acelerado, o de cualquiera otro tipo.
Dato: G = 6,67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2}

Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{g}}_C = \overline{\mathbf{0}}$; $\overline{\boldsymbol{g}}_D = -1{,}6\times10^{-10}\ \overline{\mathbf{j}}$ m/s^2; $V_C = -3{,}34\times10^{-9}$ J/kg; $V_D = -2{,}00\times10^{-9}$ J/kg; b) $v = -1{,}13\times10^{-4}\ \overline{\mathbf{j}}$ m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Cada una de las masas en el eje X	$M_A = M_B = M = 150$ kg
Vector de posición de la masa en A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (-0, 0)$ m
Vector de posición de la masa en B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (12{,}0, 0)$ m
Vector de posición del punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (6{,}00, 0)$ m
Vector de posición del punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (6{,}00, 8{,}00)$ m
Masa en el punto D	$m_D = 2{,}00$ kg
Velocidad en el punto D	$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -1{,}00\times10^{-4}\ \overline{\mathbf{j}}$ m/s
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}

Incógnitas

Campo gravitatorio en C y en D	g_C y g_D
Potencial gravitatorio en C y en D	V_C y V_D
Velocidad en C de la masa que sale de D	$\boldsymbol{v}_C$

Ecuaciones

Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce cada masa puntual sobre cada una de las otras)	$\vec{F}=-G\dfrac{M\,m}{r^2}\vec{u}_r$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum\bar{\boldsymbol{F}} = m \cdot \bar{\boldsymbol{a}}$
Intensidad del campo gravitatorio que ejerce una masa M puntual en un punto la una distancia r	$\vec{g}=\dfrac{\vec{F}}{m}=-G\dfrac{M}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\bar{\boldsymbol{g}} = \sum \bar{\boldsymbol{g}}_i$
Potencial gravitatorio (referido al infinito)	$V=-G\dfrac{M}{r}$
Relación entre lo potencial gravitatorio y la energía potencial gravitatoria	$V=\dfrac{E_P}{m}$
Energía cinética	$E_c = ½\, m\, v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p=-G\dfrac{M\,m}{r}$

Solución:

a) El campo gravitatorio en el punto C creado por la masa situada en el punto A es:

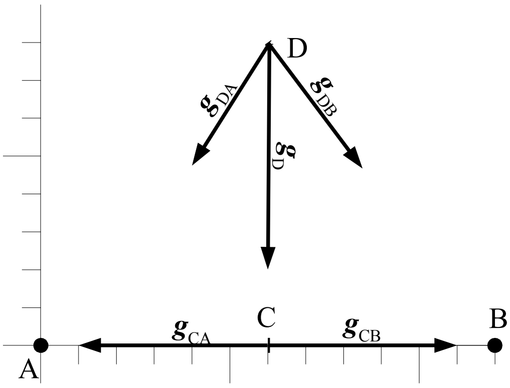
$$\vec{g}_{A\to C}=-G\frac{M_A}{r_{AC}^2}\vec{u}_r=-6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\frac{150{,}0\ [\text{kg}]}{(6{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-2{,}78\times10^{-10}\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{m/s}^2$$

Por simetría, el campo gravitatorio en el punto C creado por la masa situada en el punto B es:

$$\bar{\boldsymbol{g}}_{B\to C} = 2{,}78\times10^{-10}\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{m/s}^2$$

Por el principio de superposición, el campo gravitatorio en el punto C es la suma vectorial de los dos campos.

$$\bar{\boldsymbol{g}}_C = \bar{\boldsymbol{g}}_{A\to C} + \bar{\boldsymbol{g}}_{B\to C} = \bar{\mathbf{0}}$$



r: distancia de cada uno de los puntos A y B al punto D:

$$r=|\vec{r}_D-\vec{r}_A|=|6{,}00\,\vec{\mathbf{i}}+8{,}00\,\vec{\mathbf{j}}|=\sqrt{(6{,}00\ [\text{m}])^2+(8{,}00\ [\text{m}])^2}=10{,}0\ \text{m}$$

$\bar{\boldsymbol{u}}_{DA}$: vector unitario del punto D tomando cómo origen el punto A.

$$\vec{u}_{DA}=\frac{\vec{r}_D-\vec{r}_A}{|\vec{r}_D-\vec{r}_A|}=\frac{(6{,}00\,\vec{\mathbf{i}}+8{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{10{,}0\ [\text{m}]}=0{,}600\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}800\,\vec{\mathbf{j}}$$

El campo gravitatorio en el punto D creado por la masa situada en el punto A:

$$\vec{g}_{A\to D}=-G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r=-6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\frac{150\ [\text{kg}]}{(10{,}0\ [\text{m}])^2}(0{,}600\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}800\,\vec{\mathbf{j}})\ \text{m/s}^2$$

$$\bar{\boldsymbol{g}}_{A\to D} = (-6{,}00\times10^{-11}\ \bar{\mathbf{i}} - 8{,}00\times10^{-11}\ \bar{\mathbf{j}})\ \text{m/s}^2$$

Por simetría,

$$\bar{\boldsymbol{g}}_{B\to D} = (6{,}00\times10^{-13}\ \bar{\mathbf{i}} - 8{,}00\times10^{-13}\ \bar{\mathbf{j}})\ \text{m/s}^2$$

Por el principio de superposición, el campo gravitatorio resultante en el punto D es la suma vectorial de los campos que actúan en él.

$$\bar{\boldsymbol{g}}_D = \bar{\boldsymbol{g}}_{A\to D} + \bar{\boldsymbol{g}}_{B\to D} = -1{,}60\times10^{-10}\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{m/s}^2$$

El potencial gravitatorio creado por la masa del punto A sobre el punto C es:

$$V_{A\to C}=-G\frac{M}{r_{AC}}=-6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\frac{150{,}0\ [\text{kg}]}{6{,}00\ [\text{m}]}=-1{,}17\times10^{-9}\ \text{J/kg}$$

Por simetría, el potencial creado por la masa del punto B vale lo mismo y el potencial gravitatorio del punto C es:

$$V_C = V_{A\to C} + V_{B\to C} = 2\ V_{A\to C} = 2 \cdot (-1{,}17\times 10^{-9}\ [\text{J/kg}]) = -3{,}34\times 10^{-9}\ \text{J/kg}$$

El potencial gravitatorio creado por la masa del punto A sobre el punto D es:

$$V_{A\to D} = -G\frac{M}{r_{AD}} = -6{,}67\times 10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\frac{150{,}0\ [\text{kg}]}{10{,}0\ [\text{m}]} = -1{,}00\times 10^{-9}\ \text{J/kg}$$

Por simetría, el potencial creado por la masa del punto B vale lo mismo y el potencial gravitatorio del punto D es:

$$V_D = V_{A\to D} + V_{B\to D} = 2\ V_{A\to D} = 2 \cdot (-1{,}00\times 10^{-9}\ [\text{J/kg}]) = -2{,}00\times 10^{-9}\ \text{J/kg}$$

b) Ya que la aceleración no es constante, no se puede resolver de una manera sencilla por cinemática. (No se pode usar la ecuación $\bar{\boldsymbol{r}} = \bar{\boldsymbol{r}}_0 + \bar{\boldsymbol{v}}_0\, t + ½\, \bar{\boldsymbol{a}}\, t^2$, que sólo es válida si el vector aceleración $\bar{\boldsymbol{a}}$ es un vector constante).

Como el campo gravitatorio es un campo conservativo, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica la ambos los puntos C y D , toda vez que la energía potencial es referida las dos masas M.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m\, v_C^2 + 2\left(-G\frac{M\, m}{r_{AC}}\right) = \frac{1}{2} m\, v_C^2 + 2\left(-G\frac{M\, m}{r_{AD}}\right)$$

Despejando el valor de la velocidad v:

$$v_C = \sqrt{v_D^2 + 4\, G\, M\left(\frac{1}{r_{AC}} - \frac{1}{r_{AD}}\right)} =$$

$$= \sqrt{(1{,}00\times 10^{-4}[\text{m/s}])^2 + 4\cdot 6{,}67\times 10^{-11}\ [\text{N\,m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot 150\ [\text{kg}]\left(\frac{1}{6{,}00\ [\text{m}]} - \frac{1}{10{,}0\ [\text{m}]}\right)} = 1{,}13\times 10^{-4}\ \text{m/s}$$

Como la velocidad es un vector, tenemos que deducir la dirección y sentido.

Como tanto la aceleración como la velocidad en el punto D tienen la dirección del eje Y en sentido negativo, la dirección de la velocidad en el punto C es la del eje Y en sentido negativo

$$\bar{\boldsymbol{v}} = -1{,}13\times 10^{-4}\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{m/s}$$

Análisis: El valor de la velocidad es muy pequeño, pero esto es lógico, si tenemos en cuenta que la fuerza gravitatoria es una fuerza de muy baja intensidad (si las masas no son de tipo planetario)

c) La aceleración de la masa que se mueve de D a C está dirigida en todo momento hacia C. Como la velocidad en D también tenía esa dirección, el movimiento es rectilíneo, paralelo al eje Y. Pero el valor del campo gravitatorio en los puntos por los que pasa la masa que se mueve no es constante. Vemos que no es el mesmo en el punto C que en el punto D. Por tanto la aceleración no es constante.

El movimiento es rectilíneo y acelerado, pero con aceleración variable.

Lo que sigue es la demostración de la relación entre el campo gravitatorio, que vale lo mismo que la aceleración, y la coordenada y en los puntos por los que pasa la masa móvil entre D e C.

Para un punto G cualquiera entre C e D, el campo gravitatorio creado por la masa situada en A es:

$$\vec{\boldsymbol{g}}_{A\to G} = -G\frac{M}{r_{AG}^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r = -6{,}67\times 10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\frac{150\ [\text{kg}]}{\left(\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\text{m}]\right)^2}\frac{(6{,}00\ \vec{\mathbf{i}} + y_G\ \vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\text{m}]}$$

Por simetría, el campo creado en ese punto G por la masa situada en B es:

$$\vec{\boldsymbol{g}}_{B\to G} = -6{,}67\times 10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\frac{150\ [\text{kg}]}{\left(\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\text{m}]\right)^2}\frac{(-6{,}00\ \vec{\mathbf{i}} + y_G\ \vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\text{m}]}$$

Y el vector resultante valdría

$$\vec{g}_G = \vec{g}_{A\to G} + \vec{g}_{B\to G} = -6{,}67\times10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}] \frac{150\ [\text{kg}]}{\left((6{,}00^2+y_G^2)^{3/2}\ [\text{m}]^3\right)} (2\, y_G\, \vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]$$

$$\vec{g}_G = \frac{-2{,}00\times10^{-8}\ y_G}{(6{,}00^2+y_G^2)^{3/2}}\ \vec{\mathbf{j}}\ [\text{m/s}^2]$$

P.2.- Una esfera metálica de masa *m* = 8 g y carga *q* = 7 μC, cuelga de un hilo de 10 cm de longitud situado entre dos láminas metálicas paralelas de cargas iguales y de signo contrario. Calcula:

a) El ángulo que forma el hilo con la vertical si entre las láminas existe un campo electrostático uniforme de $2{,}5\times10^3$ N/C.

b) La tensión del hilo en ese momento.

c) Si las láminas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical? (*g* = 9,8 m/s²)

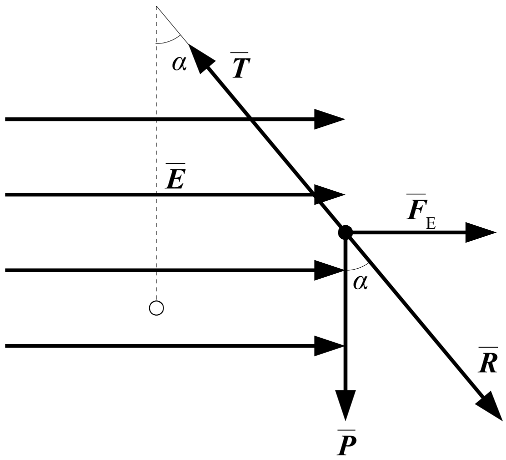
Rta.: a) α = 12,6º; b) T = 0,0802 N; c) v = 0,217 m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la esfera	m = 8,00 g = $8{,}00\times10^{-3}$ kg
Carga de la esfera	q = 7,00 μC = $7{,}00\times10^{-6}$ C
Longitud del hilo	L = 10,0 cm = 0,100 m
Valor del campo eléctrico	E = $2{,}50\times10^3$ N/C
Valor del campo gravitatorio terrestre	g = 9,80 m·s^{-2}
Incógnitas	
Ángulo que forma el hilo con la vertical	α
Tensión del hilo	T
Velocidad de la esfera al pasar por la vertical	v
Otros símbolos	
Ecuaciones	
Fuerza sobre una carga puntual q en un campo electrostático uniforme $\overline{\boldsymbol{E}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$
Valor de la fuerza peso	$P = m \cdot g$
Energía potencial de la fuerza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Energía cinética	$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2$

Solución:

a) En el enunciado no se especifica ni la dirección ni el sentido del campo electrostático uniforme.

Si fuera horizontal, el esquema con las fuerzas sería el siguiente:



Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión equilibra a la resultante de las fuerzas peso y eléctrica. Estas valen:

Peso:

$$P = m \cdot g = 8{,}00\times10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m}\cdot\text{s}^{-2}] = 0{,}0784\ \text{N}$$

Fuerza eléctrica:

$$F_E = q \cdot E = 7{,}00\times10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 2{,}50\times10^3\ [\text{N/C}] = 0{,}0175\ \text{N}$$

Como son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

$$|\vec{R}| = \sqrt{(0{,}0784\,[\text{N}])^2 + (0{,}0175\,[\text{N}])^2} = 0{,}0802\ \text{N}$$

y el ángulo entre la resultante y la vertical mide

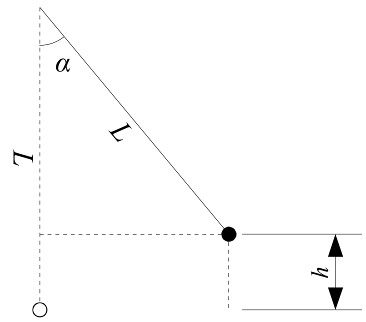
$$\alpha = \arccos\frac{P}{R} = \arccos\frac{0{,}0784}{0{,}0802} = 12{,}6\ ^\circ$$

b) El valor de la tensión es el mismo que el de la fuerza resultante:

$$T = R = 0{,}0802\ \text{N}$$

c) Al descargarse las láminas sólo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entre la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.

La altura del punto de equilibrio respeto del punto más bajo pode calcularse del triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L\,(1 - \cos \alpha) = 0{,}100\ [\text{m}]\ (1 - \cos 12{,}6^{\circ}) = 0{,}00240\ \text{m}$$

La energía potencial del peso en el punto de partida es:

$$E_{\text{p}} = m \cdot g \cdot h = 8{,}00\times10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m}\cdot\text{s}^{-2}] \cdot 0{,}00240\ [\text{m}] = 1{,}88\times10^{-4}\ \text{J}$$

y como la energía cinética es nula en ese punto, la energía mecánica valdrá lo mismo.

$$E = E_{\text{p}} = 1{,}88\times10^{-4}\ \text{J}$$

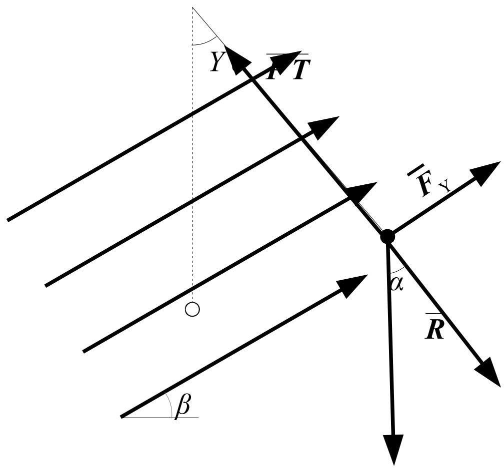
En el punto más bajo la energía mecánica es la misma, y como no hay energía potencial, ese será el valor de la energía cinética. Por lo tanto, la velocidad valdrá:

$$v=\sqrt{\frac{2\,E_{\text{c}}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}88\times10^{-4}[\text{J}]}{9{,}00\times10^{-3}[\text{kg}]}}=0{,}217\ \text{m/s}$$

También podría suponerse que el campo eléctrico fuera vertical. En cuyo caso el hilo no se desviaría de la vertical. De estar dirigido hacia arriba, la fuerza eléctrica (0,0175 N), no compensaría la fuerza peso (0,0784 N) y la esfera no se movería, pero la tensión variaría de los 0,0784 N con las placas descargadas a

$$T = 0{,}0784\ \text{N} - 0{,}0175\ \text{N} = 0{,}0609\ \text{N}$$

cuando las placas estén cargadas.



Si el campo fuera vertical, pero hacia abajo, la esfera tampoco se movería, y la tensión valdría

$$T = 0{,}0784\ \text{N} + 0{,}0175\ \text{N} = 0{,}0959\ \text{N}$$

Por imaginar, podría imaginarse que las placas estuvieran colocadas de tal modo que el campo eléctrico formara un ángulo β cualquiera con la horizontal.

En un plano XY, la fuerza eléctrica podría expresarse cómo:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_E = 0{,}0175\ (\cos\beta\ \bar{\mathbf{i}} + \text{sen}\ \beta\ \bar{\mathbf{j}})\ \text{N}$$

La fuerza resultante $\overline{\boldsymbol{R}}$ sería la suma vectorial de esta fuerza eléctrica y la fuerza peso:

$$\overline{\boldsymbol{P}} = -0{,}0784\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{N}$$

$$\overline{\boldsymbol{R}} = \overline{\boldsymbol{F}}_E + \overline{\boldsymbol{P}} = 0{,}0175\cos\beta\ \bar{\mathbf{i}} + (0{,}0175\ \text{sen}\ \beta - 0{,}0784)\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{N}$$

$$|\vec{\boldsymbol{R}}|=\sqrt{(0{,}0175\ \text{sen}\beta-0{,}0784)^2[\text{N}]^2+(0{,}0175\ \cos\beta[\text{N}])^2}$$

$$|\vec{\boldsymbol{R}}|=\sqrt{(0{,}0175[\text{N}])^2\ \text{sen}(2\beta)+(0{,}0784[\text{N}])^2+(0{,}0175[\text{N}])^2}=\sqrt{3{,}06\times10^{-4}\ \text{sen}(2\beta)\ [\text{N}]^2+6{,}45\times10^{-3}\ [\text{N}]^2}$$

y el ángulo entre la resultante y la vertical mediría

$$\alpha=\arccos\frac{P}{R}=\arccos\frac{0{,}0784}{\sqrt{3{,}06\times10^{-4}\ \text{sen}(2\beta)+6{,}45\times10^{-3}}}$$

Por ejemplo, si $\beta = 30^{\circ}$, el ángulo $\alpha = 17{,}0^{\circ}$

OPCIÓN B

C.1.- Si un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra; justifica cual de las siguientes afirmaciones es correcta en relación con su energía mecánica *E* y sus velocidades orbital *v* y de escape *v*e :
A) *E* = 0, *v* = *v*e
B) *E* < 0, *v* < *v*e
C) *E* > 0, *v* > *v*e

Solución: B

La energía mecánica de un satélite de masa *m* en órbita circular de radio *R* alrededor de la Tierra de masa M_T es la suma de las energías cinética y potencial.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m\, v_{\text{órb}}^2 + \left(-G\frac{M_T m}{R}\right)$$

La única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria. Al ser una trayectoria circular, sólo tiene aceleración normal (centrípeta). Por la 2ª ley de Newton:

$$\left|\sum \vec{F}\right| = |\vec{F}_G| = m\,|\vec{a}| = m\, a_N = m\frac{v_{\text{órb}}^2}{R}$$

$$m\frac{v_{\text{órb}}^2}{R} = G\frac{M_T m}{R^2}$$

$$m\, v_{\text{órb}}^2 = G\frac{M_T m}{R}$$

Sustituyendo $m\, v_{\text{órb}}^2$ en la expresión de la energía mecánica:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v_{\text{órb}}^2 - G\frac{M_T m}{R} = \frac{1}{2} G\frac{M_T m}{R} - G\frac{M_T m}{R} = -\frac{1}{2} G\frac{M_T m}{R}$$

Se ve que la energía mecánica es negativa: $E < 0$.

La velocidad orbital $v_{\text{órb}}$ se puede calcular de la expresión

$$m\, v_{\text{órb}}^2 = G\frac{M_T m}{R}$$

despejando

$$v_{\text{órb}} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$$

La velocidad de escape «v_e» es la velocidad que debería tener para permitirle llegar hasta el «infinito». Como la fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, aplicamos el principio de conservación de la energía:

$$(E_c + E_p)_{\text{órb}} = (E_c + E_p)_\infty$$

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 - G\frac{M_T m}{R} = 0$$

$$v_e = \sqrt{2G\frac{M_T}{R}}$$

Se ve que la velocidad orbital es menor que la velocidad de escape.

$$v_{\text{órb}} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} < \sqrt{2G\frac{M_T}{R}} = v_e$$

C.2.- Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm):
a) No se produce efecto fotoeléctrico.
B) Los electrones emitidos se mueven más rápidamente.
C) Se emiten más electrones pero a la misma velocidad.

Solución: B

En la interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico la luz se pode considerar como un haz de partículas llamadas *fotones*. La energía E que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E = h \cdot f$$

en la que h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Como la frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

cuanto menor sea su longitud de onda, mayor será la frecuencia y mayor será la energía del fotón.
El efecto fotoeléctrico se produce cuando cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

en la que E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

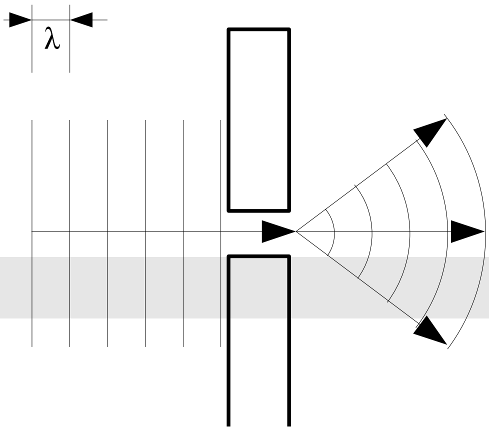
Por lo tanto, cuanto mayor sea la energía de los fotones, mayor será la energía cinética (y la velocidad) de los electrones emitidos.

Las otras opciones:
A. Falsa. Si la luz roja produce efecto fotoeléctrico es que sus fotones tienen energía suficiente para extraer los electrones del metal. Como los fotones de luz amarilla tienen más energía (porque su longitud de onda es menor), también podrán producir efecto fotoeléctrico.
C. Falsa. Como ya se dijo, el efecto fotoeléctrico se produce cuándo cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía. Para producir más electrones tendría que haber más fotones. La cantidad de fotones está relacionada con la intensidad de la luz, pero no tiene que ver con la energía de los fotones.

C.3.- Si la luz se encuentra con un obstáculo de tamaño comparable a su longitud de onda *λ*, experimenta:
a) Polarización.
B) Difracción.
C) Reflexión. (Dibuja la marcha de los rayos)

Solución:

Se produce difracción cuando una onda «se abre» cuando atraviesa una abertura de tamaño comparable a su longitud de onda. Es un fenómeno característico de las ondas.
Puede representarse tal como en la figura para una onda plana.



C.4.- Describe brevemente como se mide en el laboratorio a constante *k* polo método estático.

Solución:

El método estático, se basa en la ley de Hooke:

$$F = - k \cdot x$$

Se cuelgan pesas de masa conocida de un muelle y se miden los alargamientos producidos. La constante se determina:

- numéricamente de la media de los cocientes $m \cdot g / \Delta L$,
- gráficamente representando los alargamientos producidos frente a las masas colgadas. El valor de la constante se obtiene de la pendiente de la recta de la gráfica por la relación.

$$\text{pendiente} = p_e = \frac{\Delta L}{\Delta m} = \frac{g \Delta L}{\Delta m g} = g \frac{\Delta L}{\Delta F} = \frac{g}{k}$$

P.1.- Un espejo cóncavo tiene 50 cm de radio. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm del espejo:
a) Dibuja la marcha de los rayos.
b) Calcula la posición, tamaño y naturaleza de la imagen.
c) Dibuja una situación en la que no se forme imagen del objeto.
Rta.: b) $s' = 1{,}00$ m; $y' = 25$ cm; V, ↑, >

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Radio de curvatura del espejo	$R = -50$ cm $= -0{,}50$ m
Tamaño del objeto	$y = 5{,}0$ cm $= 0{,}050$ m
Posición del objeto	$s = -20$ cm $= -0{,}20$ m
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura	$f = R / 2$

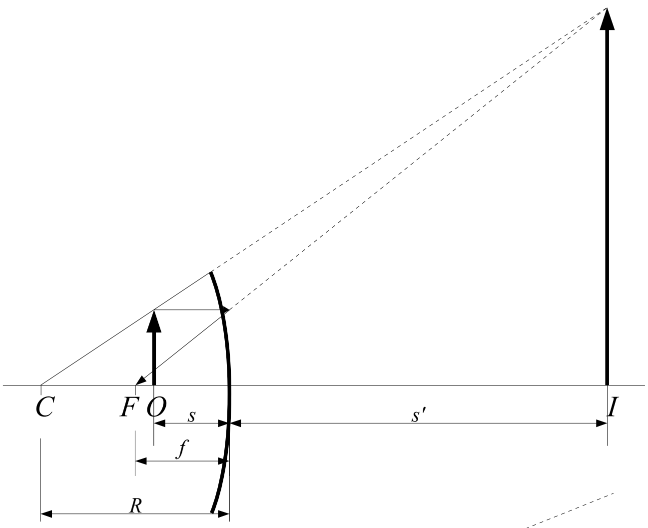
Solución:

a)
b)

$$f = R / 2 = -0{,}50 \text{ [m]} / 2 = -0{,}25 \text{ m}$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0{,}20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0{,}25 \text{ [m]}}$$

$$s' = +1{,}0 \text{ m}$$



La imagen se encuentra a 1,0 m a la derecha del espejo.

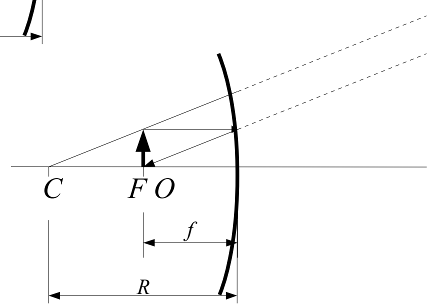
$$A_L = -s' / s = -1{,}0 \text{ [m]} / -0{,}20 \text{ [m]} = 5{,}0$$

$$y' = A_L \cdot y = 5{,}0 \cdot 5{,}0 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

La imagen es virtual, derecha y (cinco veces) mayor.

Análisis: El resultado del cálculo coincide con el del dibujo.

c) Cuando el objeto se encuentra en el foco, los rayos salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.



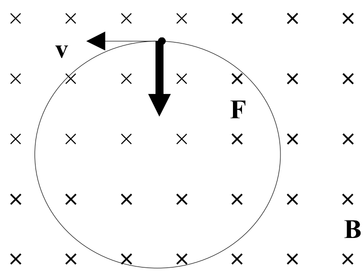
P.2.- Un protón con una energía cinética de 20 eV se mueve en una órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T. Calcula:

a) El radio de la órbita.
b) La frecuencia del movimiento.
c) Justifica por qué no se consume energía en este movimiento.
Datos: $m_{protón}$ = 1,67×10⁻²⁷ kg; $q_{protón}$ = 1,6×10⁻¹⁹ C; 1 eV = 1,6×10⁻¹⁹ J

Rta.: a) $R = 6{,}46\times10^{-4}$ m; b) $f = 1{,}52\times10^{7}$ vueltas/s

Datos	***Cifras significativas: 2***
Energía cinética del protón	$E_c = 20$ eV $= 3{,}2\times10^{-18}$ J
Valor de la intensidad del campo magnético	$B = 1{,}0$ T
Carga del protón	$q = 1{,}6\times10^{-19}$ C
Ángulo entre la velocidad del protón y el campo	$\varphi = 90º$
Masa del protón	$m = 1{,}67\times10^{-27}$ kg
Incógnitas	
Radio de la trayectoria circular	R
Frecuencia del movimiento	f
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el protón	F_B
Período del movimiento circular	T
Ecuacións	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \frac{v^2}{R}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r (M.C.U.)	$v = \frac{2\pi r}{T}$

Solución:



a) La energía cinética vale:

$$E_c = 20 \text{ eV} \cdot 1{,}6\times10^{-19} \text{ J/eV} = 3{,}2\times10^{-18} \text{ J}$$

La velocidad del protón se calcula de la energía cinética:

$$3{,}2\times10^{-18} \text{ [J]} = (1{,}67\times10^{-27} \text{ [kg]}) / 2 \cdot v^2$$

$$v = 6{,}2\times10^{4} \text{ m/s}$$

Como sólo actúa la fuerza magnética:

$$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N ,

$$F_B = m\,a = m\,a_N = m\frac{v^2}{R}$$

$$|q|B\,v\,\text{sen}\,\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio R

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot \text{sen}\,\varphi} = \frac{1{,}67\times10^{-27}\,[\text{kg}] \cdot 6{,}2\times10^{4}\,[\text{m/s}]}{1{,}6\times10^{-19}\,[\text{C}] \cdot 1{,}0\,[\text{T}] \cdot \text{sen}\,90º} = 6{,}4\times10^{-4} \text{ m}$$

b)

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot 6{,}4\times10^{-4}\,[\text{m}]}{6{,}2\times10^{4}\,[\text{m/s}]} = 6{,}5\times10^{-8} \text{ s}$$

La frecuencia será:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1\ \text{vuelta}}{6,5\times 10^{-8}\ [\text{s}]}=1,5\times 10^{7}\ \text{vueltas}/\text{s}$$

c) Como la fuerza magnética es perpendicular al desplazamiento en todo momento, su trabajo es nulo.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.La.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com
Algunas ecuacións se construyeron con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde lo gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron cuna hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso J. Barbadillo Marán.