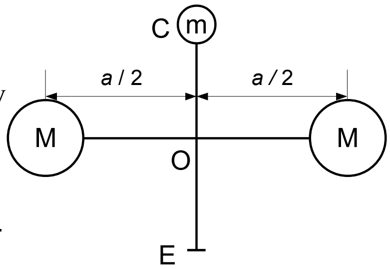
CiUG – Comisión Interuniversitaria de Galicia	PAU	Código: 25
	Xuño 2011	

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A



C.1.- En un sistema aislado, dos masas idénticas M están separadas una distancia a. En un punto C de la recta CE perpendicular a a por $a/2$ se coloca otra nueva masa m en reposo. ¿Qué le ocurre a m?: A) Se desplaza hasta O y se para. B) Se aleja de las masas M. C) Realiza un movimiento oscilatorio entre C y E.

C.2.- Una onda de luz es polarizada por un polarizador A y atraviesa un segundo polarizador B colocado después de A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a la luz después de B?: A) No hay luz si A y B son paralelos entre sí. B) No hay luz si A y B son perpendiculares entre sí. C) Hay luz independientemente de la orientación relativa de A y B.

C.3.- Con un rayo de luz de longitud de onda λ no se produce efecto fotoeléctrico en un metal. Para conseguirlo se debe aumentar: A) La longitud de onda λ. B) La frecuencia f. C) El potencial de frenado.

C.4.- Se emplea un resorte para medir su constante elástica por el método estático y por el dinámico, aplicando la ley de Hooke y el período en función de la masa, respectivamente. Se observa una cierta diferencia entre los resultados obtenidos por uno y otro método. ¿A qué puede ser debido?

P.1.- Una carga q de 2 mC está fija en el punto A(0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada Q a A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático: a) Calcula el valor de Q. b) La energía potencial de cada Q. c) La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45º alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel. ($K = 9\cdot10^9$ N·m^2·C^{-2})

P.2.- Un péndulo simple de longitud $l = 2{,}5$ m, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcula: a) La velocidad máxima. b) El período. c) La amplitud del movimiento armónico simple descrito por el péndulo. (Dato $g = 9{,}8$ m·s^{-2})

OPCIÓN B

C.1.- Una partícula cargada atraviesa un campo magnético B con velocidad v. A continuación, hace lo mismo otra partícula con la misma v, doble masa y triple carga, y en ambos casos a trayectoria es idéntica. Justifica cuál es la respuesta correcta: A) No es posible. B) Sólo es posible si la partícula inicial es un electrón. C) Es posible en una orientación determinada.

C.2.- El elemento radioactivo ${}^{232}_{90}\text{Th}$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es: A) ${}^{227}_{88}\text{X}$. B) ${}^{228}_{89}\text{Y}$. C) ${}^{228}_{90}\text{Z}$.

C.3.- Una espira se mueve en el plano XY, donde también hay una zona con un campo magnético B constante en dirección $+Z$. Aparece en la espira una corriente en sentido antihorario: A) Si la espira entra en la zona de B. B) Cuando sale de esa zona. C) Cuando se desplaza por esa zona.

C.4.- En la práctica para medir la constante elástica k por el método dinámico, se obtiene la siguiente tabla. Calcula la constante del resorte.

M (g)	5	10	15	20	25
T (s)	0,20	0,28	0,34	0,40	0,44

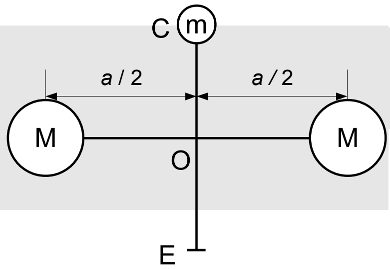
P.1.- Un rayo de luz produce efecto fotoeléctrico en un metal. Calcula:
a) La velocidad de los electrones si el potencial de frenado es de 0,5 V. b) La longitud de onda necesaria si la frecuencia umbral es $f_0 = 10^{15}$ Hz y el potencial de frenado es 1 V. c) ¿Aumenta la velocidad de los electrones incrementando la intensidad de la luz incidente? (Datos 1 nm = 10^{-9} m; $c = 3\cdot10^8$ m·s^{-1}; $e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s)

P.2.- Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina: a) La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de $R = 15$ cm. b) La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma focal que el espejo. c) Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

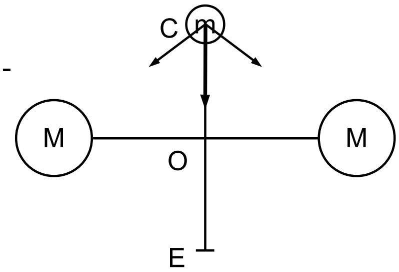
Soluciones

OPCIÓN A

C.1.- En un sistema aislado, dos masas idénticas *M* están separadas una distancia a. En un punto C de la recta CE perpendicular a *a* por *a*/2 se coloca otra nueva masa *m* en reposo. ¿Qué le ocurre a *m*?:
A) Se desplaza hasta O y se para.
B) Se aleja de las masas *M*.
C) Realiza un movimiento oscilatorio entre C y E.



Solución: C



La fuerza gravitatoria es una fuerza de atracción. Cada masa *M* atrae hacia sí a la masa *m*. La ley de la gravitación de Newton dice que la fuerza es proporcional a las masas *M* y *m* e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia *r* entre sus centros.

$$\vec{F} = -G\frac{M\,m}{r^2}\vec{u}_r$$

Como las masas y las distancias son iguales, las fuerzas gravitatorias de las masas *M* sobre *m* son del mismo valor y simétricas respecto a la recta CE, por lo que la fuerza resultante sobre la masa *m* situada en C está dirigida en la recta CE con sentido hacia O.
Por la 2ª ley de Newton la aceleración está dirigida en el mismo sentido que la fuerza resultante, y la masa *m* se desplazará hacia O. A medida que avanza, continúa sintiendo una fuerza en la misma dirección y sentido pero de menor intensidad hasta que al llegar a O la fuerza es nula.
Por el principio de inercia de Newton, si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, al estar en movimiento, seguirá moviéndose con velocidad constante.
La masa *m* seguirá moviéndose hacia E, pero al pasar el punto O comenzará a frenar, porque la fuerza resultante se dirige hacia O. Su velocidad irá disminuyendo hasta que al llegar al punto E, simétrico a C, se detendrá.
La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa. La energía mecánica (suma de las energías cinética y potencial) se mantiene constante. En el punto E la masa *m* tendrá la misma energía mecánica que en C. Como está a la misma distancia de las masas *M*, también tendrá la misma energía potencial:

$$E_{\mathrm{P}} = -G\frac{M\cdot m}{r}$$

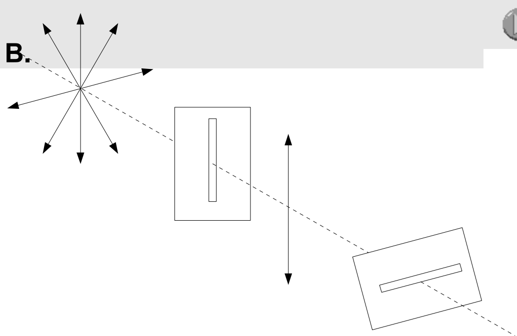
Por tanto tendrá la misma energía cinética y la misma velocidad que en C.
Ahora la fuerza gravitatoria sobre *m*, dirigida hacia O, le producirá una aceleración y comenzará a moverse hacia O. Cuando vuelva a pasar por O lo hará a la máxima velocidad y volverá a frenar para detenerse en C.
El movimiento volverá a repetirse y será oscilatorio, pero no armónico simple.
En un M.A.S., la aceleración es proporcional y de sentido contrario a la elongación: $a = -k \cdot y$
En el presente caso la aceleración es:

$$a = \frac{F}{m} = -2\,G\frac{M}{r^2}\,\mathrm{sen}\,\alpha = -2\,G\frac{M}{y^2+(a/2)^2}\frac{y}{\sqrt{y^2+(a/2)^2}}$$

que no se ajusta a esa condición, pues el término que multiplica a la elongación *y*, no es constante ya que depende de *y*.

C.2.- Una onda de luz es polarizada por un polarizador A y atraviesa un segundo polarizador B colocado después de A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respeto a la luz después de B?
A) No hay luz si A y B son paralelos entre sí.
B) No hay luz si A y B son perpendiculares entre sí.
C) Hay luz independientemente de la orientación relativa de A y B.

Solución: B



El fenómeno de polarización sólo ocurre en las ondas transversales. La luz es un conjunto de oscilaciones de campo eléctrico y campo magnético que vibran en planos perpendiculares que se cortan en la línea de avance la rayo de luz. La luz del sol o de una lámpara eléctrica vibra en una multitud de planos.
El primero polarizador sólo permite pasar la luz que vibra en un determinado plano. Si el segundo polarizador está colocado en dirección perpendicular al primero, la luz que llega a él no tiene componentes en la dirección de esta segunda polarización por lo que no pasará ninguna luz.

C.3.- Con un rayo de luz de longitud de onda λ no se produce efecto fotoeléctrico en un metal. Para conseguirlo se debe aumentar:
A) La longitud de onda λ.
B) La frecuencia *f*.
C) El potencial de frenado.

Solución: B

El efecto fotoeléctrico, cuya interpretación por Einstein permitió confirmar la teoría cuántica de Planck, está basada en un conjunto de leyes experimentales.
Una de estas leyes dice que si se va variando la longitud de onda de la luz que incide sobre el cátodo de la célula fotoeléctrica, existe una frecuencia umbral f_0, por debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico.
En la interpretación de Einstein la luz se puede considerar como un haz de partículas llamadas *fotones*. La energía E que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E = h \cdot f$$

en la que h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
El efecto fotoeléctrico se produce cuando cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía
Cuanto mayor sea la frecuencia, mayor será la energía del fotón.
Si no se produce efecto fotoeléctrico con el rayo de luz original, habrá que emplear otro de mayor energía, o sea, de mayor frecuencia.

C.4.- Se emplea un resorte para medir su constante elástica por el método estático y por el dinámico, aplicando la ley de Hooke y el período en función de la masa, respectivamente. Se observa una cierta diferencia entre los resultados obtenidos por uno y otro método. ¿A qué puede ser debido?

Solución:

El método estático consiste en medir los alargamientos producidos en un muelle al colgar de él pesas de valor conocido y aplicar la ley de Hooke:

$$F = - k \cdot \Delta x$$

La constante k de fuerza del muelle se calcula a partir de la pendiente de la recta obtenida al representar los alargamientos Δx frente a las fuerzas F peso de las pesas colgadas.
El método dinámico consiste en hacer oscilar masas conocidas colgadas del muelle y determinar el período de oscilación midiendo el tiempo de un número determinado de oscilaciones.
Aunque en la oscilación vertical actúa la fuerza peso, además de la fuerza recuperadora elástica, la fuerza resultante que actúa sobre la masa oscilante da lugar a un movimiento armónico simple alrededor de la posición de equilibrio en la que las fuerzas elástica y peso se anulan
Combinando la ecuación de Hooke

$$F = - k \cdot \Delta x$$

con la 2ª ley de Newton

$$F = m \cdot a$$

y teniendo en cuenta que en el M.A.S., la aceleración es proporcional y de sentido contrario a la elongación,

$$a = - \omega^2 \cdot \Delta x$$

queda

$$- k \cdot \Delta x = - m \cdot \omega^2 \cdot \Delta x$$

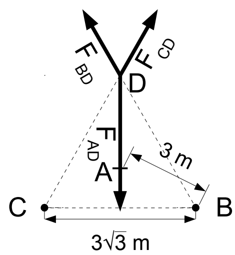
$$k=m\cdot\omega^2=\frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

La constante k de fuerza del muelle se calcula a partir de la pendiente de la recta obtenida al representar los cuadrados T^2 de los períodos frente a las masas m de las pesas colgadas.
En la gráfica $T^2 - m$, si los valores de m son los de las masas de las pesas, la recta obtenida no pasa por el origen de coordenadas sino que aparece desplazada hacia la izquierda. Aunque la constante de fuerza del muelle es la misma en ambas expresiones, la masa m oscilante es mayor que la masa que cuelga e incluye parte de la masa del muelle.
Si el cálculo de la constante en el método dinámico se realiza a partir de la pendiente, la masa no debe afectar al valor de la constante obtenida. Pero si se calcula la constante con la ecuación anterior, el resultado puede ser diferente si la masa del muelle no es despreciable frente a las masas colgadas.

P.1.- Una carga *q* de 2 mC está fija en el punto A(0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado 3√3 m. Tres cargas iguales *Q* están en los vértices y la distancia de cada *Q* a A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:
a) El valor de *Q*.
b) La energía potencial de cada *Q*.
c) La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45º alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel.
K = 9×10⁹ N·m²·C⁻²
Rta.: a) Q = -3,46 mC; b) $E_P = 2{,}07\times10^4$ J; c) $\Delta E = 0$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto A: (0, 0) m	q = 2,00 mC = 0,00200 C
Longitud del lado del triángulo	$L = 3\sqrt{3}$ m = 5,20 m
Distancia del centro del triángulo a cada vértice	d = 3,00 m
Ángulo girado por el triángulo	θ = 45º
Constante eléctrica	$K = 9{,}00\times10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$
Incógnitas	
Valor de la carga Q que se encuentra en cada uno de los vértices	Q
Energía potencial de cada carga Q	E_P
Energía necesaria para rotar el triángulo 45º alrededor de un eje perpendicular	ΔE
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Ley de Coulomb: fuerza entre dos cargas puntuales Q y q a una distancia r	$\vec{F}=K\frac{Q q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{F}_A=\sum\vec{F}_{Ai}$
Energía potencial electrostática de un par de cargas puntuales Q y q a una distancia r	$E_p=K\frac{Q\cdot q}{r}$
Energía potencial electrostática de una carga puntual Q sometida a la acción de varias cargas q_i a distancias r_i de ella.	$E_{pQ}=\frac{1}{2}\sum K\frac{Q\cdot q_i}{r_i}$
Trabajo de una fuerza $\overline{F}$ constante cuando su punto de aplicación se desplaza $\Delta\overline{r}$	$W_F=\overline{F}\cdot\Delta\overline{r}$

Solución:



a) Se hace un dibujo de las cargas y de cada uno de los vectores fuerza electrostática de dos de las tres cargas iguales Q y de la carga central q sobre la tercera carga Q.
La fuerza electrostática $\overline{F}_{AD}$ de la carga q situada en el punto A sobre la carga Q en el punto D es, en función de la carga Q desconocida:

$$\vec{F}_{A\to D}=9{,}00\times10^9\,[\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{0{,}00200\,[\text{C}]\cdot Q}{(3{,}00\,[\text{m}])^2}\vec{\mathbf{j}}=2{,}00\times10^6 Q\,\vec{\mathbf{j}}\ \text{N}$$

La fuerza electrostática $\overline{F}_{B\to D}$ que ejerce la carga Q situada en el punto B sobre la carga Q en el punto D es, en función de la carga Q desconocida:

$$\vec{F}_{B\to D}=9,00\times 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q\cdot Q}{(5,20\ [\mathrm{m}])^2}(\cos 120°\ \vec{\mathbf{i}}+\mathrm{sen}\ 120°\ \vec{\mathbf{j}})=(-167\ \vec{\mathbf{i}}+289\ \vec{\mathbf{j}})\times 10^6 Q^2\ [\mathrm{N}]$$

Por simetría, la fuerza electrostática $\overline{\boldsymbol{F}}_{C\to D}$ que ejerce la carga Q situada en el punto C sobre la carga Q en el punto D es,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{C\to D} = (167\ \bar{\mathbf{i}} + 289\ \bar{\mathbf{j}})\times 10^6\ Q^2\ [\mathrm{N}]$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_D = \overline{\boldsymbol{F}}_{A\to D} + \overline{\boldsymbol{F}}_{B\to D} + \overline{\boldsymbol{F}}_{C\to D} = \overline{\mathbf{0}}$$

porque la carga en D está en equilibrio. Las componentes x de las fuerzas se anulan. Para las componentes y:

$$(2,00 + 289\ Q + 289\ Q)\ Q \times 10^6 = 0$$

$$Q=\frac{-2,00\ \mathrm{C}}{(2\cdot 289)}=-0,00346\ \mathrm{C}\ = -3,46\ \mathrm{mC}$$

b) La energía potencial de cada carga es la suma de las energías potenciales de todos los pares de carga que le afecten:

$$E_{PQ} = \sum E_{Pi}$$

$$E_{P\,D} = E_{P\,CD} + E_{P\,BD} + E_{P\,AD}$$

$$E_{p\,Q}=9,00\times 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\left(2\frac{(-3,46\times 10^{-3}\ [\mathrm{C}])^2}{(5,20\ [\mathrm{m}])}+\frac{2\times 10^{-3}\ [\mathrm{C}]\cdot(-3,46\times 10^{-3}\ [\mathrm{C}])}{(3,00\ [\mathrm{m}])}\right)=2,08\times 10^4\ \mathrm{J}$$

c) La energía potencial de la disposición de cargas es la suma de las energías potenciales de todos los pares de cargas o, lo que es lo mismo, la mitad de la suma de las energías potenciales de todas las cargas (porque en esta caso cada interacción se cuenta dos veces)

$$E_{p\,A}=3\cdot\left(9,00\times 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{2\times 10^{-3}\ [\mathrm{C}]\cdot(-3,46\times 10^{-3}\ [\mathrm{C}])}{(3,00\ [\mathrm{m}])}\right)=-6,24\times 10^4\ \mathrm{J}$$

$$E_p=\frac{1}{2}\left(E_{p\,A}+3\cdot E_{p\,Q}\right)=0$$

Como al girar 45º, las distancias relativas no cambian, la energía de la nueva disposición es la misma, y la energía total requerida es cero.

$$\Delta E = E'_{p\,T} - E_{p\,T} = 0$$

P.2.- Un péndulo simple de longitud *l* = 2,5 m, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcula:
a) La velocidad máxima.
b) El período.
c) La amplitud del movimiento armónico simple descrito por el péndulo.
(Dato: *g* = 9,8 m·s^{-2})

Rta.: a) $v_{máx}$ = 0,077 m/s; b) T = 3,2 s; c) A = 0,39 m

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud del péndulo	l = 2,50 m
Altura inicial	h_0 = 0,0300 m
Velocidad inicial	v_0 = 0
Aceleración de la gravedad	g = 9,80 m·s^{-2}
Incógnitas	
Velocidad máxima	$v_{máx}$
Período	T
Amplitud del M.A.S.	A
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	$\omega = 2\ \pi f$
Fase inicial	φ_0

Ecuaciones

De movimiento en el M.A.S.	$\theta = \theta_0 \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$ $s = A \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Período del péndulo	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
Relación entre el arco s y el ángulo central θ en una circunferencia de radio R	$s = \theta \cdot R$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Energía potencial del peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Principio de conservación de la energía mecánica	$(E_c + E_p)_1 = (E_c + E_p)_2$

Solución:

a) Como la única fuerza que realiza trabajo es el peso (el trabajo de la tensión de la cuerda es nulo porque la tensión es perpendicular al desplazamiento en todo momento), la energía mecánica se conserva:

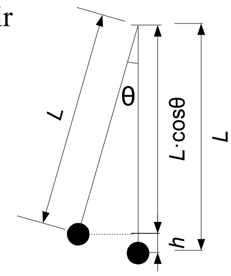
$$½\, m\, v_0^2 + m \cdot g \cdot h_0 = ½\, m\, v_f^2 + m \cdot g \cdot h_f$$

$$v_f = \sqrt{2\, g \cdot h_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}80\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 0{,}0300\ [\mathrm{m}]} = 0{,}767\ \mathrm{m/s}$$

b) El período vale

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}50\ [\mathrm{m}]}{9{,}80\ [\mathrm{m \cdot s^{-2}}]}} = 3{,}17\ \mathrm{s}$$

c) En la figura se ve la forma de calcular el ángulo θ correspondiente a la amplitud a partir de la altura h_0 y la longitud l:



$$l - l \cos \theta = h_0$$

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{h_0}{l}\right) = \arccos\left(1 - \frac{0{,}0300[\mathrm{m}]}{2{,}50[\mathrm{m}]}\right) = \arccos 0{,}988 = 0{,}155\ \mathrm{rad}$$

$$A = l \cdot \theta = 2{,}50\ [\mathrm{m}] \cdot 0{,}155\ [\mathrm{rad}] = 0{,}388\ \mathrm{m}$$

El movimiento de péndulo es armónico simple porque θ (= 0,155) ≈ sen θ (= 0,154)

OPCIÓN B

C.1.- Una partícula cargada atraviesa un campo magnético *B* con velocidad *v*. A continuación, hace lo mismo otra partícula con la misma v, doble masa y triple carga, y en ambos casos a trayectoria es idéntica. Justifica cuál es la respuesta correcta:
A) No es posible.
B) Sólo es posible si la partícula inicial es un electrón.
C) Es posible en una orientación determinada.

Solución: C

Un campo magnético B ejerce sobre una partícula de masa m y carga q que lo atraviesa con una velocidad v, una fuerza F que puede calcularse por la expresión de Lorentz.

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\, (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

$$F = |q|\ v \cdot B \operatorname{sen} \varphi$$

Como la fuerza F es siempre perpendicular a la velocidad, la partícula tiene una aceleración centrípeta que sólo cambia la dirección de la velocidad,

$$F = m \cdot a_N = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

por lo que la trayectoria es una circunferencia de radio:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q|\, B \operatorname{sen} \varphi}$$

Con la misma velocidad v y el mismo campo magnético B, el doble de masa y el triple de carga, el radio no podría dar el mismo resultado que la primera vez a no ser que el ángulo α entre el vector velocidad y el vector campo magnético fuera distinto, pero en este caso la trayectoria no sería la misma.
Pero existe una posibilidad. Si el vector velocidad y el vector campo magnético fueran paralelos (φ = 0), no habría fuerza sobre la partícula y seguiría una trayectoria recta en ambos casos.

C.2.- El elemento radioactivo $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es:
A) $^{227}_{88}\mathrm{X}$
B) $^{228}_{89}\mathrm{Y}$
C) $^{228}_{90}\mathrm{Z}$

Solución: C

Las partículas alfa son núcleos de helio $^{4}_{2}\mathrm{He}$, las partículas beta electrones $^{0}_{-1}\mathrm{e}$ y las radiaciones gamma fotones $^{0}_{0}\gamma$.
Escribiendo la reacción nuclear

$$^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{0}_{-1}\mathrm{e} + {}^{0}_{0}\gamma + {}^{A}_{Z}\mathrm{D}$$

y aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$232 = 4 + A \Rightarrow A = 228$$

$$90 = 2 + 2 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 90$$

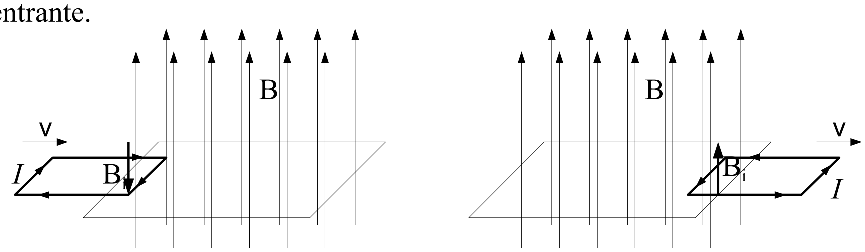
C.3.- Una espira se mueve en el plano *XY*, donde también hay una zona con un campo magnético *B* constante en dirección +Z. Aparece en la espira una corriente en sentido antihorario:
A) Si la espira entra en la zona de *B*.
B) Cuando sale de esa zona.
C) Cuando se desplaza por esa zona.

Solución: B

Por la ley de Faraday-Lenz, la fuerza electromotriz ε inducida en una espira es igual al ritmo de variación de flujo magnético Φ que la atraviesa

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

y el sentido se oponen a la variación de flujo.
Cuando la espira que se mueve en el plano XY entra en el campo magnético B en dirección +Z, se produce una corriente inducida que se oponen al aumento del flujo saliente (visto desde lo extremo del eje Z), por lo que se producirá una corriente inducida en sentido horario que cree un campo entrante (-Z). Al salir del campo, la corriente inducida en sentido antihorario creará un campo magnético saliente que se opone a la disminución del flujo entrante.



C.4.- En la práctica para medir la constante elástica *k* por el método dinámico, se obtiene la siguiente tabla. Calcula la constante del resorte.

M **(g)**	**5**	**10**	**15**	**20**	**25**
T **(s)**	**0,20**	**0,28**	**0,34**	**0,40**	**0,44**

Solución:

La fuerza recuperadora es:

$$F = -k \cdot x = m \cdot a = m\,(-\omega^2 x) = -m\,\omega^2 x$$

de donde

$$k = m \cdot \omega^2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

Se calcula el valor de la constante para cada una de las experiencias

M (kg)	$5{,}0\times10^{-3}$	10×10^{-3}	15×10^{-3}	20×10^{-3}	25×10^{-3}
T (s)	0,20	0,28	0,34	0,40	0,44
k (N/m)	4,9	5,0	5,1	4,9	5,1

y el valor medio es:

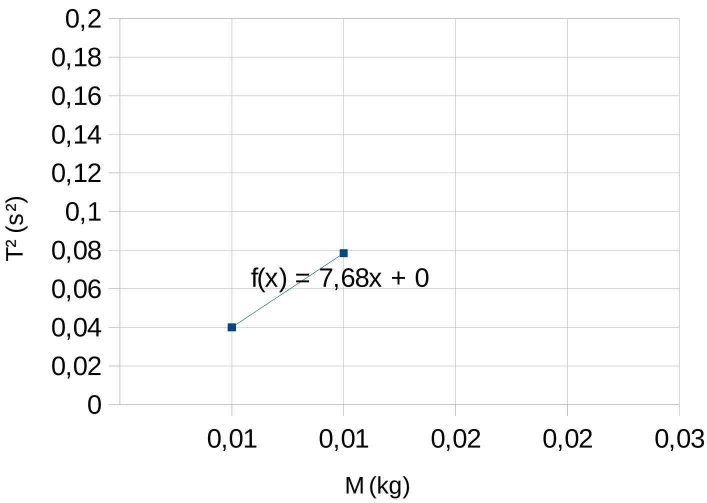
$$k_m = 5{,}0 \text{ N/m}$$

En caso de tener papel milimetrado, o mejor aún una hoja de cálculo, se podrían representar los cuadrados de los períodos frente a las masas, obteniéndose una recta. De la pendiente (7,78 s²/kg) de la recta se calcularía la constante del muelle.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$$

$$k = \frac{4\,\pi^2}{7{,}78\ \text{s}^2/\text{kg}} = 5{,}1\ \text{kg/s}^2 = 5{,}1\ \text{N/m}$$

que es un valor algo más exacto que el obtenido como valor medio.



P.1.- Un rayo de luz produce efecto fotoeléctrico en un metal. Calcula:
a) La velocidad de los electrones si el potencial de frenado es de 0,5 V.
b) La longitud de onda necesaria si la frecuencia umbral es $f_0 = 10^{15}$ Hz y el potencial de frenado es 1 V.
c) ¿Aumenta la velocidad de los electrones incrementando la intensidad de la luz incidente?
(Datos 1 nm = 10^{-9} m; $c = 3\cdot10^8$ m·s^{-1}; $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s).

Rta.: a) $v = 2{,}2\times10^5$ m/s; b) $\lambda = 242$ nm

Datos	***Cifras significativas: 3***
Potencial de frenado a	$V_{f\,a} = 0{,}500$ V
Frecuencia umbral	$f_0 = 1{,}00\times10^{15}$ Hz
Potencial de frenado b	$V_{f\,b} = 1{,}00$ V
Constante de Planck	$h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00\times10^8$ m/s
Carga del electrón	$q_e = -1{,}60\times10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_e = 9{,}10\times10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidad de los electrones	v
Longitud de onda	λ

Otros símbolos

Energía cinética máxima de los electrones emitidos	E_c
Ecuaciones	
De Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
De Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia y la longitud de onda de una onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\, m\, v^2$
Relación entre potencial de frenado y energía cinética	$E_c = q_e \cdot V$

Solución:

a) La energía cinética de los electrones se mide con el potencial de frenado.

$$0 - ½\, m_e\, v^2 = q_e \cdot V_f$$

$$v = \sqrt{\frac{2|q_e| \cdot V_{f\,a}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}60 \times 10^{-19}\,[\mathrm{C}] \cdot 0{,}500\,[\mathrm{V}]}{9{,}10 \times 10^{-31}\,[\mathrm{kg}]}} = 4{,}19 \times 10^{5}\ \mathrm{m/s}$$

b) El trabajo de extracción es igual a la energía mínima (umbral) del fotón.

$$W_e = h \cdot f_0 = 6{,}63 \times 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}] \cdot 1{,}00 \times 10^{15}\,[\mathrm{s^{-1}}] = 6{,}63 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$E_c = |q_e| \cdot V_{f\,b} = 1{,}60 \times 10^{-19}\,[\mathrm{C}] \cdot 1{,}00\,[\mathrm{V}] = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 6{,}63 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}] + 1{,}60 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}] = 8{,}23 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Despejando la frecuencia del fotón de la expresión de la energía

$$f = \frac{E_f}{h} = \frac{8{,}23 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}]}{6{,}63 \times 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}]} = 1{,}24 \times 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}\,[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{1{,}24 \times 10^{15}\,[\mathrm{s^{-1}}]} = 2{,}42 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

c) La intensidad de la luz no afecta a la velocidad de los electrones que sólo depende de la frecuencia de la luz. Es una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico, explicada por la interpretación de Einstein que dice que la luz es un haz de partículas llamadas *fotones*. Cuando un fotón choca con un electrón, le comunica toda su energía. Por la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f$$

Si la energía es suficiente para arrancar el electrón del metal ($E_f > W_e$), la energía restante queda en forma de energía cinética del electrón. Cuanto mayor sea la frecuencia del fotón, mayor será la velocidad del electrón. Al aumentar la intensidad de la luz, lo que se conseguiría sería un mayor número de fotones, que, de tener la energía suficiente, arrancarían más electrones, produciendo una mayor intensidad de corriente eléctrica.

P.2.- Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:
a) La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de *R* = 15 cm.
b) La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo.
c) Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

Rta.: a) s_e = -11 cm; b) s_l = -11 cm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Tamaño del objeto	y = 1,5 cm = 0,015 m
Aumento lateral	A_L = -2,0
Radio del espejo cóncavo	R = -15 cm = -0,15 m
Incógnitas	
Posición del objeto ante el espejo	s_e
Posición del objeto ante la lente	s_l

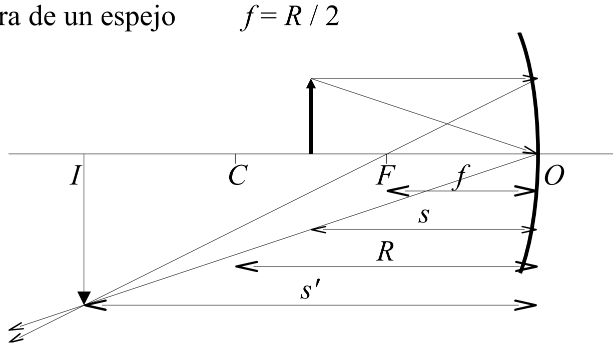
Incógnitas
Otros símbolos

Distancia focal del espejo y de la lente	f
Tamaño de la imagen	y'

Ecuaciones

Relación entre la posición s' de la imagen y s la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Relación entre la posición s' de la imagen y s la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$
Relación entre la distancia focal f y el radio R de curvatura de un espejo	$f = R / 2$

Solución:



a) Si la imagen es real y de tamaño doble, tiene que ser invertida, por lo que el aumento lateral será negativo.

$$A_L = -2{,}0 = -s' / s$$

$$s' = 2{,}0\ s$$

$$f_e = R / 2 = -0{,}075 \text{ m}$$

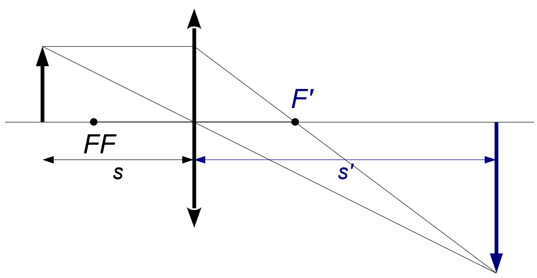
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{2{,}0\,s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-0{,}075\ [\text{m}]}$$

$$s_e=3\cdot\frac{(-0{,}075\ [\text{m}])}{2}=-0{,}11 \text{ m}$$

Análisis: En un espejo, la imagen es real si se forma «a la izquierda» del espejo, ya que los rayos que salen reflejados sólo se cortan «a la izquierda».

b) Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva.



$$f_l = = 0{,}075 \text{ m}$$

Como la imagen es real el aumento lateral es negativo.

$$A_L = -2{,}0 = s' / s$$

$$s' = -2{,}0\ s$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-2{,}0\,s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}075\ [\text{m}]}$$

$$s_l=\frac{-3\cdot 0{,}075\ [\text{m}]}{2}=-0{,}11 \text{ m}$$