CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU**	**Código: 25**
	Xuño 2010	

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser respuestas razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1.- Dos satélites A y B de masas m_A y m_B ($m_A < m_B$), giran alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio *R:* A) los dos tienen la misma energía mecánica. B) A tiene menor energía potencial y menor energía cinética que B. C) A tiene mayor energía potencial y menor energía cinética que B.

C.2.- Una onda armónica estacionaria se caracteriza por: A) Tener frecuencia variable. B) Transportar energía. C) Formar nodos y vientres.

C.3.- La luz visible abarca un rango de frecuencias que van desde (aproximadamente) $4{,}3 \cdot 10^{14}$ Hz (rojo) hasta $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz (ultravioleta). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?: A) La luz roja tiene menor longitud de onda que la ultravioleta. B) La ultravioleta es la más energética del espectro visible. C) Ambas aumentan la longitud de onda en un medio con mayor índice de refracción que aire.

C.4.- En la práctica de la lente convergente, dibuja la marcha de los rayos si el objeto se coloca: a) En el foco. b) Entre el foco y el centro óptico de la lente.

P.1.- La longitud de onda máxima capaz de producir efecto fotoeléctrico en un metal, es 4500 Å: a) Calcula el trabajo de extracción. b) El potencial de frenado si la luz incidente es de λ = 4000 Å. c) ¿Habría efecto fotoeléctrico con luz de $5 \cdot 10^{14}$ Hz? (Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s ; 1 Å = 10^{-10} m; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1})

P.2.- Tres cargas eléctricas de +1 µC, están en los puntos A(-1, 0), B(0, 2) y C(0, -2) (metros): calcula en D (0, 0) y en F(2, 0); a) el campo eléctrico. b) El potencial eléctrico. c) Si en D (0, 0) se coloca una tercera carga *q´* de +1 µC y de 10 g de masa, sometida solo a acción electrostática de las otras tres, calcula la velocidad con la que llega al punto F(2, 0). ($K = 9 \cdot 10^{9}$ N·m^2·C^{-2}; 1 µC = 10^{-6} C)

OPCIÓN B

C.1.- Según la ley de Faraday-Lenz, un campo magnético *B* induce fuerza electromotriz en una espira plana: A) Si un *B* constante atraviesa al plano de la espira en reposo. B) Si un *B* variable es paralelo al plano de la espira. C) Si un *B* variable atraviesa el plano de la espira en reposo.

C.2.- Si con un instrumento óptico se forma una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto, se trata de: A) Una lente divergente. B) Un espejo convexo. C) Una lente convergente.

C.3.- ¿Cuál de las siguientes reacciones nucleares es correcta?: A) ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3\,{}^{1}_{0}n$; B) ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{0}n$. C) ${}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{2}_{1}H$

C.4.- Describe brevemente el procedimiento empleado en el laboratorio para medir la constante elástica de un muelle por el método estático.

P.1.- Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: M_T/M_L= 79,63 y R_T/R_L = 3,66; a) Calcula la gravedad en la superficie de la Luna. b) Calcula la velocidad de un satélite girando alrededor de la Luna en una órbita circular de 2 300 km de radio. c) ¿Dónde es mayor el período de un péndulo de longitud *l*, en la Tierra o en la Luna? (Datos: g_0 = 9,80 ms^{-2}; R_L = 1700 km).

P.2.- La ecuación de una onda es $y(t, x) = 0{,}2 \text{ sen } \pi (100\,t - 0{,}1\,x)$; calcula: a) La frecuencia, el número de ondas *k*, la velocidad de propagación y la longitud de onda. b) Para un tiempo fijo *t*, ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en *x* = 10 m? c) Para una posición fija *x*, ¿para qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para *t* = 1 s?

Soluciones

OPCIÓN A

C.1.- Dos satélites A y B de masas m_A y m_B ($m_A < m_B$), giran alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio R:
A) Los dos tienen la misma energía mecánica.
B) A tiene menor energía potencial y menor energía cinética que B.
C) A tiene mayor energía potencial y menor energía cinética que B.

Solución: C

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial.

$$E = E_c + E_p$$

La energía cinética de un satélite de masa m que gira alrededor de la Tierra con velocidad v

$$E_c = ½\, m\, v^2$$

es directamente proporcional a la masa. Como $m_A < m_B$,

$$E_{cA} < E_{c\,B}$$

La energía potencial gravitatoria para un satélite de masa m que gira alrededor de la Tierra en una órbita de radio R

$$E_p = -G\frac{M_T m}{r}$$

también es directamente proporcional a la masa, pero como es negativa, cuanto mayor sea la masa, menor será la energía potencial.

$$E_{p\,A} > E_{p\,B}$$

C.2.- Una onda armónica estacionaria se caracteriza por:
A) Tener frecuencia variable.
B) Transportar energía.
C) Formar nodos y vientres.

Solución: C

Una onda estacionaria es generada por interferencia de dos ondas de iguales características pero con distinto sentido de desplazamiento. En ella existen puntos que no vibran y se llamen nodos. Un ejemplo sería la onda estacionaria anclada a la cuerda de un instrumento musical como una guitarra o violín. Los extremos de la cuerda están fijos (son los nodos) y la amplitud de la vibración es máxima en el punto central. En esta onda la longitud de la cuerda sería la mitad de la longitud de onda y la situación correspondería al modo fundamental de vibración.

C.3.- La luz visible abarca un rango de frecuencias que van desde (aproximadamente) $4,3 \times 10^{14}$ Hz (rojo) hasta $7,5 \times 10^{14}$ Hz (ultravioleta). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
A) La luz roja tiene menor longitud de onda que la ultravioleta.
B) La ultravioleta es la más energética del espectro visible.
C) Ambas aumentan la longitud de onda en un medio con mayor índice de refracción que aire.

Solución: B

Hago la salvedad de que, estrictamente, la luz ultravioleta no es visible, pero limita con la violeta, que sí lo es, en esa frecuencia.
En la teoría clásica, la energía de una onda es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud y de la frecuencia. Como la frecuencia de la luz ultravioleta es mayor que de la luz roja, tendrá mayor energía.
(En la teoría cuántica, la luz se puede considerar como un haz de partículas llamadas *fotones*. La energía E

que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E = h \cdot f$$

en la que h se llama constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
En cuyo caso, cuanto mayor sea la frecuencia, mayor será la energía del fotón)

Las otras opciones:
A. La longitud de onda «λ» está relacionada con la velocidad de propagación «v» y la frecuencia «f» por:

$$v = \lambda \cdot f$$

En un medio homogéneo, la longitud de onda y la frecuencia son inversamente proporcionales. Como

$$f_{\mathrm{u}} = 7{,}5 \times 10^{14} > 4{,}3 \times 10^{14} = f_{\mathrm{v}} \Rightarrow \lambda_{\mathrm{u}} < \lambda_{\mathrm{v}}$$

C. El índice de refracción de un medio que respeto al vacío «n_{m}» es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío «c» y la velocidad de la luz en medio «v_{m}».

$$n_{\mathrm{m}} = c \,/\, v_{\mathrm{m}}$$

Si el índice de refracción de en medio es mayor que el del aire, la velocidad de la luz en ese medio tiene que ser menor, por ser inversamente proporcionales.

$$n_{\mathrm{m}} > n_{\mathrm{a}} \Rightarrow v_{\mathrm{m}} < v_{\mathrm{a}}$$

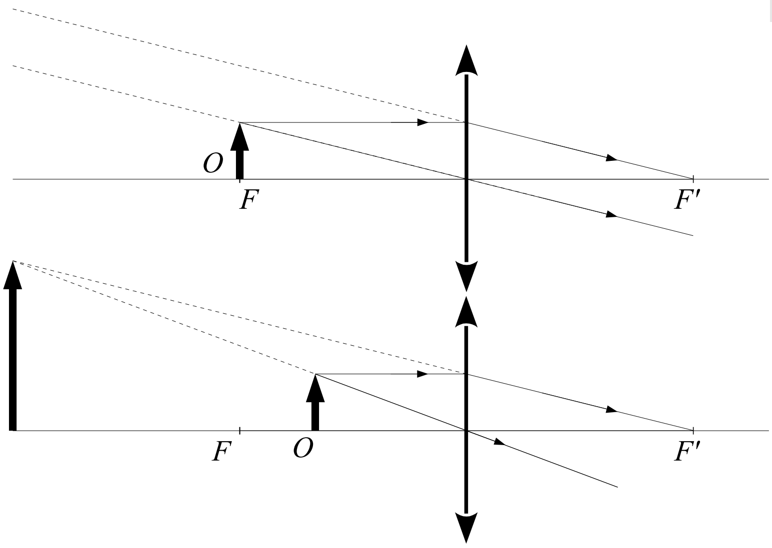
Como la frecuencia de la luz es característica (no varía al cambiar de medio) y está relacionada con la velocidad de propagación de la luz en medio por:

$$v_{\mathrm{m}} = \lambda_{\mathrm{m}} \cdot f$$

Como son directamente proporcionales, al ser menor a velocidad, también tiene que ser menor a longitud de onda.

C.4.- En la práctica de la lente convergente, dibuja la marcha de los rayos si el objeto se coloca:
a) En el foco.
b) Entre el foco y el centro óptico de la lente.

Solución:



a) En este caso no se forma imagen, porque los rayos salen paralelos después de atravesar la lente.

b) La imagen es virtual, derecha y mayor, y situada entre -∞ y el foco.

Hay que hacer constar que nada de esto se puede hacer en la práctica. Cuando el objeto se pone en el foco, la imagen no se forma (se forma en el infinito), y cuando se pone entre el foco y la lente, la imagen es virtual, y no se puede recoger en una pantalla para hacer medidas.
Pero si lo hacemos en el laboratorio, en ambos casos una imagen parece que se forma en la pantalla sólo que no es una imagen definida. Como no podemos obtener una imagen definida, podría ser que tomásemos las imágenes que se forman en la pantalla como imágenes reales.

P.1.- La longitud de onda máxima capaz de producir efecto fotoeléctrico en un metal, es 4 500 Å.
a) Calcula el trabajo de extracción.
b) Calcula el potencial de frenado si la luz incidente es de λ = 4 000 Å.
c) ¿Habría efecto fotoeléctrico con luz de 5×1014 Hz?
Datos: $q_{\mathrm{e}} = -1{,}6 \times 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ; 1 Å = 10^{-10} m; c = 3×108 m·s^{-1}

Rta.: a) $W_0 = 4{,}4\times10^{-19}$ J ; b) $V = 0{,}34$ V

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda umbral	$\lambda_0 = 4\,500$ □ $= 4{,}50\times10^{-7}$ m
Longitud de onda	$\lambda = 4\,000$ □ $= 4{,}00\times10^{-7}$ m
Frecuencia de la radiación	$f = 5\times10^{14}$ Hz
Constante de Planck	$h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00\times10^{8}$ m/s
Carga del electrón	$q_e = -1{,}60\times10^{-19}$ C
Incógnitas	
Trabajo de extracción	W_e
Potencial de frenado	V
Otros símbolos	
Energía cinética máxima de los electrones emitidos	E_c
Ecuaciones	
De Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
De Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia y la longitud de onda de una onda	$f = c / \lambda$
Relación entre potencial de frenado y energía cinética	$E_c = q_e \cdot \mathrm{V}$

Solución:

a) La radiación que tenga la frecuencia umbral, tendrá la energía justa para arrancar el electrón, pero no sobrará nada para comunicarle energía cinética.

$$h \cdot f_0 = W_e + 0$$

El trabajo de extracción valdrá:

$$W_e = h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}] \cdot 3{,}00\times10^{8}\ \mathrm{J}}{4{,}50\times10^{-7}\ \mathrm{m}} = 4{,}42\times10^{-19}\ \mathrm{J}$$

b) Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c$$

la energía cinética máxima de los electrones emitidos será

$$E_c = E_f - W_e = h f - W_e = \frac{h c}{\lambda} - W_e = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ [\mathrm{J \cdot s}] \cdot 3{,}00\times10^{8}\,[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{4{,}00\times10^{-7}\,[\mathrm{m}]} - 4{,}42\times10^{-19}\ [\mathrm{J}] = 5{,}53\times10^{-20}\ \mathrm{J}$$

Despejando el potencial de frenado de la expresión de la energía cinética

$$V = \frac{E_c}{e} = \frac{5{,}53\times10^{-20}\ [\mathrm{J}]}{1{,}60\times10^{-19}\ [\mathrm{C}]} = 0{,}35\ \mathrm{V}$$

c) La energía de una radiación de $f = 5\times10^{14}$ Hz, es

$$E = h \cdot f = 6{,}63\times10^{-34}\ [\mathrm{J \cdot s}] \cdot 5\times10^{14}\ [\mathrm{s^{-1}}] = 3{,}32\times10^{-19}\ \mathrm{J}$$

menor que el trabajo de extracción, por lo que no se producirá efecto fotoeléctrico.

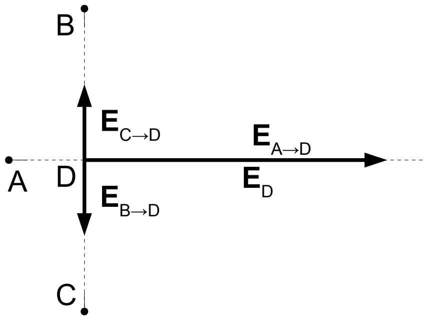
P.2.- Tres cargas eléctricas de +1 μC,están en los puntos A(-1, 0), B(0, 2) y C(0, -2) (metros). Calcula en D(0, 0) y en F(2, 0):
a) El campo eléctrico.
b) El potencial eléctrico.
c) Si en D(0, 0) se coloca una tercera carga *q´* de +1 μC y de 10 g de masa, sometida solo a la acción electrostática de las otras tres, calcula la velocidad con la que llega al punto F(2, 0).
$K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; 1 μC = 10^{-6} C

Rta.: a) $\overline{\mathbf{E}}_\mathrm{D} = 9{,}0\times10^{3}$ (N/C) $\bar{\mathbf{i}}$; $\overline{\mathbf{E}}_\mathrm{F} = 2{,}6\times10^{3}\ \bar{\mathbf{i}}$ (N/C); b) $V_D = 18\cdot10^{3}$ V; $V_F = 9{,}4.10^{3}$ V; c) $v = 1{,}31$m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto A: (-1,00, 0) m	$Q_{A} = 1{,}00\ \mu\mathrm{C} = 1{,}00\times10^{-6}$ C

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto B: (0, 2,00) m.	Q_B = 1,00 µC = $1{,}00 \times 10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto C: (0, -2,00) m	Q_C = 1,00 µC = $1{,}00 \times 10^{-6}$ C
Masa de la partícula que se desplaza	m = 10,0 g = $1{,}00 \times 10^{-2}$ kg
Carga de la partícula que se desplaza	q = 1,00 µC = $1{,}00 \times 10^{-6}$ C
Velocidad inicial en el punto D	$v_D = 0$
Punto del que sale	D(0, 0) m
Punto a lo que llega	F(2,00, 0) m
Constante eléctrica	$K = 9{,}00 \times 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidades del campo electrostático en los puntos D(0, 0) y F(2, 0)	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$, $\overline{\boldsymbol{E}}_F$
Potenciales electrostáticos en los puntos D y F	V_D, V_F
Velocidad que tendrá al pasar por el punto F	v_F
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada la una distancia r	$\vec{E} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada la una distancia r	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial electrostático de varias cargas	$V = \sum V_i$
Energía potencial electrostática de una carga q en un punto A	$E_{PA} = q\, V_A$

Solución:



a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el vector $\overline{\boldsymbol{E}}_D$ intensidad de campo resultante.

La intensidad de campo electrostático debido a la carga de A en el punto D es:

$$\vec{E}_{A\to D} = 9{,}00 \times 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1{,}00 \times 10^{-6}\ [\text{C}]}{(1{,}00\ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = 9{,}00 \times 10^3\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

La intensidad de campo electrostático debido a la carga de B en el punto D es:

$$\vec{E}_{B\to D} = 9{,}00 \times 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1{,}00 \times 10^{-6}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = 2{,}25 \times 10^3\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

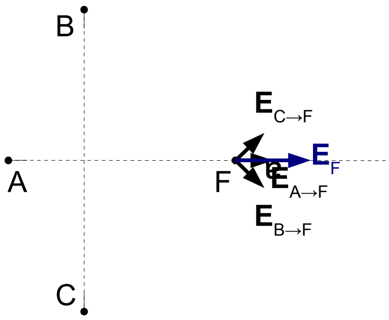
Por simetría,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{C\to D} = 2{,}25 \times 10^3\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{A\to D} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B\to D} + \overline{\boldsymbol{E}}_{C\to D} = 9{,}00 \times 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Análisis: Se ve que el vector intensidad de campo resultante del cálculo es horizontal hacia derecha, coherente con el dibujo que hicimos previamente.



La intensidad de campo electrostático en el punto F debido a la carga en A es:

$$\vec{E}_{A\to F} = 9{,}00 \times 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1{,}00 \times 10^{-6}\ [\text{C}]}{(3{,}00\ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = 1{,}00 \times 10^3\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Para calcular los campos debidos a las cargas en B y en C, se hace antes el cálculo de distancias:

$$r_{CF} = r_{BF} = \sqrt{(2{,}00\ [\text{m}])^2 + (2{,}00\ [\text{m}])^2} = 2{,}83\ \text{m}$$

El vector unitario del punto F, $\overline{\boldsymbol{u}}_{BF}$ respecto a B es:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_{BF}=\frac{\vec{\boldsymbol{r}}_{BF}}{|\vec{\boldsymbol{r}}_{BF}|}=\frac{(2{,}00\,\vec{\mathbf{i}}-2{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\,[\mathrm{m}]}{2{,}83\,[\mathrm{m}]}=0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}-0{,}707\,\vec{\mathbf{j}}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto F debido a la carga en B es:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{B\to F}=9{,}00\times10^{9}\,[\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{1{,}00\times10^{-6}\,[\mathrm{C}]}{(2{,}83\,[\mathrm{m}])^2}(0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}-0{,}707\,\vec{\mathbf{j}})=(795\,\vec{\mathbf{i}}-795\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Por simetría,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{C\to F} = (795\,\bar{\mathbf{i}} + 795\,\bar{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{F} = \overline{\boldsymbol{E}}_{A\to F} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B\to F} + \overline{\boldsymbol{E}}_{C\to F} = 2{,}59\times10^{3}\,\bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: Se ve que el vector intensidad de campo resultante del cálculo es horizontal hacia derecha, coherente con el dibujo que hicimos previamente.

b) Los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{C\to D}=V_{B\to D}=9{,}00\times10^{9}\,[\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\times10^{-6}\,[\mathrm{C}]}{(2{,}00\,[\mathrm{m}])}=4{,}50\times10^{3}\ \mathrm{V}$$

$$V_{A\to D}=9{,}00\times10^{9}\,[\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\times10^{-6}\,[\mathrm{C}]}{(1{,}00\,[\mathrm{m}])}=9{,}00\times10^{3}\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático en el punto D es:

$$V_D = V_{A\to D} + V_{B\to D} + V_{C\to D} = 9{,}00\times10^3\,[\mathrm{V}] + 2\cdot 4{,}50\times10^3\,[\mathrm{V}] = 1{,}800\times10^4\ \mathrm{V}$$

Los potenciales en el punto F debidos a cada carga valen:

$$V_{C\to F}=V_{B\to F}=9{,}00\times10^{9}\,[\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\times10^{-6}\,[\mathrm{C}]}{(2{,}83\,[\mathrm{m}])}=3{,}18\times10^{3}\ \mathrm{V}$$

$$V_{A\to F}=9{,}00\times10^{9}\,[\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\times10^{-6}\,[\mathrm{C}]}{(3{,}00\,[\mathrm{m}])}=3{,}00\times10^{3}\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático en el punto F es:

$$V_F = V_{A\to F} + V_{B\to F} + V_{C\to F} = 3{,}00\times10^3\,[\mathrm{V}] + 2\cdot 3{,}18\times10^3\,[\mathrm{V}] = 9{,}36\times10^3\ \mathrm{V}$$

c) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$½\, m\, v_F^2 + q\cdot V_F = ½\, m\, v_D^2 + q\cdot V_D$$

La velocidad en el punto F vale:

$$(1{,}00\times10^{-2}\,[\mathrm{kg}]\,/\,2)\cdot v_F^2 + 1{,}00\times10^{-6}\,[\mathrm{C}]\cdot 9{,}36\times10^3\,[\mathrm{V}] = 1{,}00\times10^{-6}\,[\mathrm{C}]\cdot 1{,}800\times10^4\,[\mathrm{V}]$$

$$v_F = 1{,}31\ \mathrm{m/s}$$

Como la velocidad es un vector, tenemos que deducir la dirección y sentido.
Por la dirección y sentido del vector intensidad de campo en los puntos D y F, se puede deducir que la aceleración está en la dirección del eje X y en sentido positivo. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración. Por lo tanto la dirección de la velocidad es la del eje X y el sentido positivo

$$\overline{\boldsymbol{v}}_F = 1{,}31\,\bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s}$$

OPCIÓN B

C.1.- Según la ley de Faraday-Lenz, un campo magnético *B* induce fuerza electromotriz en una espira plana:
A) Si un *B* constante atraviesa al plano de la espira en reposo.
B) Si un *B* variable es paralelo al plano de la espira.
C) Si un *B* variable atraviesa el plano de la espira en reposo.

Solución: C

La ley de Faraday – Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respeto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ campo magnético por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$ perpendicular a la superficie delimitada por la espira

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B\ S \cos \varphi$$

Si un campo magnético B variable atraviesa el plano de la espira en reposo, el ángulo $\varphi \neq 90°$, por lo que cos $\varphi \neq 0$. Si B es variable, su derivada no es nula y existirá una f.e.m.

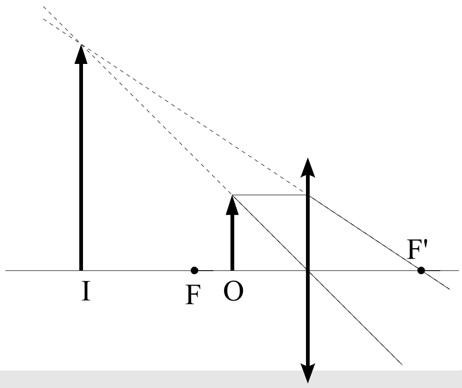
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{d(B\,S\cos\varphi)}{\mathrm{d}t} = -S \operatorname{sen}\varphi \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \neq 0$$

Las otras opciones:
A. Si el campo es constante y la espira está en reposo, todo es constante y la derivada es nula: no hay f.e.m.
B. Si el campo es variable pero es paralelo al plano de la espira, el ángulo entre lo campo $\overline{\boldsymbol{B}}$ y el vector superficie (perpendicular a la espira) es de 90º y cos 90º = 0

C.2.- Si con un instrumento óptico se forma una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto, se trata de:
A) Una lente divergente.
B) Un espejo convexo.
C) Una lente convergente.

Solución: B

El diagrama muestra la formación de la imagen cuando el objeto se encuentra dentro de la distancia focal.



Las otras opciones:
A y B. Falsa. Las lentes divergentes y los espejos convexos siempre producen imágenes virtuales, derechas **pero** de menor tamaño que el objeto.

C.3.- ¿Cuál de las siguientes reacciones nucleares es correcta?
A) $^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{141}_{56}\mathrm{Ba} + ^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3\,^{1}_{0}\mathrm{n}$
B) $^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,^{1}_{0}\mathrm{n}$
C) $^{10}_{5}\mathrm{B} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{7}_{3}\mathrm{Li} + ^{2}_{1}\mathrm{H}$

Solución: A

Por los principios de conservación del número bariónico (nº de nucleones = nº de protones + nº de neutrones) y de la carga, la única solución posible es la A, ya que el número bariónico total antes y después es:
235 + 1 = 141 + 92 + 3·1 = 236

Reacción	*nº bariónico*	*carga*
A: ${}^{235}_{92}\mathrm{U}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{141}_{56}\mathrm{Ba}+{}^{92}_{36}\mathrm{Kr}+3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$	235 + 1 = 141 + 92 + 3·1 = 236	92 + 0 = 56 + 36 + 3 · 0
B: ${}^{2}_{1}\mathrm{H}+{}^{3}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{4}_{2}\mathrm{He}+2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$	2 + 3 ≠ 4 + 2 · 1	1 + 1 = 2 + 2·0
C: ${}^{10}_{5}\mathrm{B}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{7}_{3}\mathrm{Li}+{}^{2}_{1}\mathrm{H}$	10 + 1 ≠ 7 + 2	5 + 0 ≠ 3 + 1

C.4.- Describe brevemente el procedimiento empleado en el laboratorio para medir la constante elástica de un muelle por el método estático.

Solución:

El método estático, se basa en la ley de Hooke:

$$F = - k \cdot x$$

Se cuelgan pesas de masa conocida de un muelle y se miden los alargamientos producidos. La constante se determina:

- numéricamente de la media de los cocientes $m \cdot g / \Delta L$,
- gráficamente representando los alargamientos producidos frente a las masas colgadas. El valor de la constante se obtiene de la pendiente de la recta de la gráfica por la relación.

$$\text{pendiente} = p_e = \frac{\Delta L}{\Delta m} = \frac{g \Delta L}{\Delta m g} = g \frac{\Delta L}{\Delta F} = \frac{g}{k}$$

P.1.- Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: M_T/M_L= 79,63 y R_T/R_L = 3,66.
a) Calcula la gravedad en la superficie de la Luna.
b) Calcula la velocidad de un satélite girando alrededor de la Luna en una órbita circular de 2 300 km de radio.
c) ¿Dónde es mayor el período de un péndulo de longitud *l*, en la Tierra o en la Luna?
Datos: g_0 = 9,80 m·s^{-2}; R_L = 1700 km

Rta.: a) g_L = 1,65 N/kg; b) v = 1,44 km/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Relación entre las masas de la Tierra y de la Luna	$M_T / M_L = 79{,}63$
Relación entre los radios de la Tierra y de la Luna	$R_T / R_L = 3{,}66$
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra	$g_0 = 9{,}80$ m/s^2
Radio de la órbita del satélite alrededor de la Luna	$r = 2\,300$ km
Radio de la Luna	$R_L = 1\,700$ km
Constante de la gravitación universal	G
Incógnitas	
Gravedad en la superficie de la Luna	g_L
Velocidad del satélite alrededor de la Luna	v
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce la Luna esférica sobre un satélite puntual de masa *m* a una distancia *r* de su centro)	$F_G = G \frac{M_L m}{r^2}$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio *r*)	$a_N = \frac{v^2}{r}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio *r* (M.C.U.)	$v = \frac{2\pi r}{T}$
Período de un péndulo simple de longitud *L* en un punto de gravedad *g*	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Solución:

a) El peso de un objeto cerca de la superficie de la Tierra es la fuerza con la que la Tierra lo atrae:

$$m\,g_{\mathrm{T}}=G\frac{M_{\mathrm{T}}m}{R_{\mathrm{T}}^{2}}$$

Análogamente, el peso de un objeto cerca de la superficie de la Luna es la fuerza con la que la Luna lo atrae:

$$m\,g_{\mathrm{L}}=G\frac{M_{\mathrm{L}}m}{R_{\mathrm{L}}^{2}}$$

Dividiendo la primera ecuación entre la segunda, queda:

$$\frac{\cancel{m}\,g_{\mathrm{T}}}{\cancel{m}\,g_{\mathrm{L}}}=\frac{\cancel{G}\dfrac{M_{\mathrm{T}}\cancel{m}}{R_{\mathrm{T}}^{2}}}{\cancel{G}\dfrac{M_{\mathrm{L}}\cancel{m}}{R_{\mathrm{L}}^{2}}}$$

$$\frac{g_{\mathrm{T}}}{g_{\mathrm{L}}}=\frac{M_{\mathrm{T}}/M_{\mathrm{L}}}{(R_{\mathrm{T}}/R_{\mathrm{L}})^{2}}=\frac{79{,}63}{3{,}66^{2}}=5{,}94$$

Despejando

$$g_{\mathrm{L}} = 1{,}65\ \mathrm{m/s^2}$$

Análisis: El resultado es razonable, ya que sabemos que la gravedad en la superficie de la Luna es unas 6 *veces menor que en la superficie de la Tierra.*

b) Como la única fuerza sobre el satélite a tener en cuenta es la fuerza gravitatoria que ejerce la Luna,

$$\sum\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{G}}$$

$$m\,a = F_{\mathrm{G}}$$

El satélite describe una trayectoria aproximadamente circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_{N},

$$m\frac{v^{2}}{r_{\text{órb}}}=G\frac{M_{\mathrm{T}}m}{r_{\text{órb}}^{2}}$$

$$v=\sqrt{\frac{G\,M_{\mathrm{L}}}{r}}$$

Como no se tienen los datos de la constante de la gravitación universal ni de la masa de la Luna, habrá que tener en cuenta que en la superficie de la Luna, el peso de un cuerpo mg_{L} es igual a la fuerza gravitatoria

$$m\,g_{\mathrm{L}}=G\frac{M_{\mathrm{L}}m}{R_{\mathrm{L}}^{2}}$$

$$G\,M_{\mathrm{L}} = g_{\mathrm{L}}\,R_{\mathrm{L}}^{2}$$

Por tanto, sustituyendo $G\,M_{\mathrm{L}}$ por $g_{\mathrm{L}}\,R_{\mathrm{L}}^{2}$, en la expresión de la velocidad, «v» y sustituyendo los datos,

$$v=\sqrt{\frac{G\,M_{\mathrm{L}}}{r}}=\sqrt{\frac{g_{\mathrm{L}}\,R_{\mathrm{L}}^{2}}{r}}=\sqrt{\frac{1{,}65\,[\mathrm{m/s^{2}}]\cdot(1{,}700\times10^{6}\,[\mathrm{m}])^{2}}{2{,}3\times10^{6}\,[\mathrm{m}]}}=1{,}44\times10^{3}\ \mathrm{m/s}=1{,}44\ \mathrm{km/s}$$

c) El período T de un péndulo de longitud L en un lugar donde la gravedad sea g viene dado por la ecuación:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Dividiendo las expresiones correspondientes a la Tierra y la Luna

$$\frac{T_{\mathrm{T}}}{T_{\mathrm{L}}}=\frac{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{L}}{g_{\mathrm{T}}}}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{L}}{g_{\mathrm{L}}}}}=\sqrt{\frac{g_{\mathrm{L}}}{g_{\mathrm{T}}}}=\sqrt{\frac{1}{5{,}94}}=0{,}410<1$$

se puede ver que el período del péndulo en la Tierra es menor que en la Luna.

Análisis: El resultado es razonable, ya que sabemos que la gravedad en la superficie de la Luna es menor que en la superficie de la Tierra, y cuanto más pequeña, más lentamente se mueve el péndulo y mayor es su período.

P.2.- La ecuación de una onda es $y(t, x) = 0{,}2 \operatorname{sen} \pi\, (100\, t - 0{,}1\, x)$. Calcula:
a) La frecuencia, el número de ondas k, la velocidad de propagación y la longitud de onda.
b) Para un tiempo fijo t, ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en x = 10 m?
c) Para una posición fija x, ¿para qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para t = 1 s?

Rta.: a) f = 50 Hz; k = 0,31 rad/m; $v = 1{,}0\times10^3$ m/s; λ = 20 m; b) $x = 10 + 20\, n$; c) $t = 1{,}0 + 0{,}020\, n$

Datos	***Cifras significativas: 2***
Ecuación de la onda	$y(t, x) = 2 \cdot \cos 4\pi\,(5\, t - x)$ [m]
Distancia entre los puntos	Δx = 25 cm = 0,25 m
Incógnitas	
Velocidad de propagación	v_{p}
Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm	$\Delta\varphi$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
De una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$
Relación entre la frecuencia f y la frecuencia angular ω	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda λ y el número de onda k	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre la longitud de onda λ, la frecuencia f y la velocidad de propagación v_{p}	$v_{\mathrm{p}} = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Comparando la ecuación de una onda con la del dato:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

$$y = 2 \cdot \cos 4\pi\,(5\, t - x)$$

Pulsación (frecuencia angular): $\omega = 20\pi$ rad/s = 62,8 rad/s
Número de onda: $k = 4\pi$ rad/m = 12,6 rad/m
Se calcula ahora la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.
Frecuencia: $f = \omega / 2\pi = 20\pi$ [rad/s]/ 2π [rad] = 10 s^{-1} = 10 Hz
Longitud de onda: $\lambda = 2\pi / k = 2\pi$ [rad] / 4π [rad/m] = 0,50 m
Velocidad de propagación: $v_{\mathrm{p}} = \lambda \cdot f$ = 0,50 [m] · 10 [s^{-1}] = 5,0 m/s

b) Para calcular la diferencia de fase entre dos puntos restamos las fases φ

$$\Delta\varphi = [4\pi\,(5\, t - x_2)] - [4\pi\,(5\, t - x_1)] = 4\pi\,(x_1 - x_2) = 4\pi\,\Delta x = 4\pi \cdot 0{,}25 = \pi \text{ rad}$$

Análisis: La distancia entre los puntos es 0,25 m *que es la mitad de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de* 2 π *se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de media longitud de onda corresponde a una diferencia de fase de la mitad de* 2 π*, o sea,* π rad

c) Una onda es un mecanismo de transporte de energía sin desplazamiento neto de materia. En una onda longitudinal de una cuerda vibrante, las partículas del medio vuelven a su posición inicial mientras la perturbación que provoca la elevación y depresión se desplaza a lo largo de la cuerda.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña
Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.