CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU (LOXSE)**	**Código:**
	Xuño 2007	**22**

FÍSICA

Elegir y desarrollar un problema y/o cuestión de cada uno de los bloques. El bloque de prácticas solo tiene una opción.
Puntuación máxima: Problemas 6 puntos (1 cada apartado). Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica)
No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones teóricas; han de ser razonadas.
Puede usarse calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN *(Elige una cuestión) (razona la respuesta) (puntuación 1 p)*

1.- Si por una causa interna, la Tierra sufriera un colapso gravitatorio y redujera su radio a la mitad, manteniendo constante la masa, su período de revolución alrededor del Sol sería: A) El mismo. B) 2 años. C) 0,5 años.

2.- Dos satélites de comunicación A y B con diferentes masas ($m_A > m_B$) giran alrededor de la Tierra con órbitas estables de diferente radio siendo $r_A < r_B$: A) *A* gira con mayor velocidad lineal. B) *B* tiene menor periodo de revolución. C) Los dos tienen la misma energía mecánica.

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO *(Elige un problema) (puntuación 3 p)*

1.- Una bobina cuadrada y plana ($S = 25$ cm^2) construida con 5 espiras está en el plano *XY*; a) Enuncia la ley de Faraday-Lenz. b) Calcula la f.e.m. media inducida si se aplica un campo magnético en dirección del eje *Z*, que varía de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s. c) Calcula la f.e.m. media inducida si el campo permanece constante (0,5 T) y la bobina gira hasta colocarse en el plano *XZ* en 0, 1 s.

2.- Tres cargas puntuales de 2 μC se sitúan respectivamente en A(0, 0), B(1, 0) y C(1/2, $\sqrt{3}/2$). Calcula: a) El campo eléctrico en los puntos D(1/2, 0) y F(1/2, 1 /(2$\sqrt{3}$)). b) El trabajo para trasladar una carga $q' = 1$ μC de D a F. c) Con este trabajo, ¿aumenta o disminuye la energía electrostática del sistema? (Las coordenadas en metros, $K = 9 \cdot 10^9$ N·m^2·C^{-2} ; 1 μC = 10^{-6} C).

BLOQUE 3: VIBRACIONES Y ONDAS *(Elige un problema) (puntuación 3 p)*

1.- La ecuación de una onda transversal es $y(t, x) = 0,05 \cos (5\,t - 2\,x)$ (magnitudes en el S.I.). Calcula: a) Los valores de t para los que un punto situado en $x = 10$ m tiene velocidad máxima. B) ¿Qué tiempo ha de transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a 3 λ? c) ¿Esta onda es estacionaria?

2.- Una masa de 0,01 kg realiza un movimiento armónico simple de ecuación $y = 5 \cos (2\,t + \pi/6)$. (Magnitudes en el S.I.); calcula: a) Posición, velocidad y aceleración en $t = 1$ s. b) Energía potencial en $y = 2$ m, c) ¿La energía potencial es negativa en algún instante?

BLOQUE 4: LUZ *(Elige una cuestión) (razona la respuesta) (puntuación 1 p)*

1.- Si se desea formar una imagen virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, se debe utilizar: A) Un espejo cóncavo. B) Una lente convergente. C) Una lente divergente.

2.- Una onda electromagnética que se encuentra con un obstáculo de tamaño semejante a su longitud de onda: A) Forma en una pantalla, colocada detrás del obstáculo, zonas claras y oscuras. B) Se polariza y su campo eléctrico oscila siempre en el mismo plano. C) Se refleja en el obstáculo.

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA *(Elige una cuestión) (razona la respuesta) (puntuación 1 p)*

1.- Cuál de estas reacciones nucleares es posible: A) ${}^2_1H + {}^3_1H \rightarrow {}^4_2He$. B) ${}^{14}_7N + {}^4_2He \rightarrow {}^{17}_8O + {}^1_1H$.
C) ${}^{235}_{92}U + {}^1_0n \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 2\,{}^1_0n$

2.- Si un núcleo atómico emite una partícula α y dos partículas β, su número atómico: A) Disminuye en dos unidades. B) Aumenta en dos unidades. C) No varía.

BLOQUE 6. PRÁCTICA *(puntuación 1 p)*

Con un banco óptico de longitud *l*, se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. ¿Cómo se puede interpretar esto?

Soluciones

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN

1.- Si por una causa interna, la Tierra sufriera un colapso gravitatorio y redujera su radio a la mitad, manteniendo constante la masa, su período de revolución alrededor del Sol sería:
A) El mismo.
B) 2 años.
C) 0,5 años.

Solución: **A**

El período de revolución de la Tierra que sigue una trayectoria aproximadamente circular alrededor del Sol no depende del radio de la Tierra, ya que se puede considerar que se trata de una masa puntual.
Como podemos despreciar en principio las interacciones gravitatorias de otros planetas e incluso de la Luna, la única fuerza que actúa sobre la Tierra es la fuerza gravitatoria que ejerce el Sol,

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{G}}$$

$$m_{\mathrm{T}}\, a = F_{\mathrm{G}}$$

y como la Tierra describe una trayectoria aproximadamente circular de radio r con velocidad de valor constante, la aceleración sólo tiene componente normal a_{N},

$$m_{\mathrm{T}} \frac{v^2}{r} = G \frac{M_{\mathrm{Sol}}\, m_{\mathrm{T}}}{r^2}$$

Despejando la velocidad v,

$$v = \sqrt{\frac{G\, M_{\mathrm{Sol}}}{r}}$$

Como la velocidad lineal v de un objeto que se mueve en una órbita circular de radio r con velocidad constante está relacionada con el período T (tiempo que tarda en dar una vuelta completa) por la expresión:

$$v = \frac{2\,\pi\, r}{T}$$

Igualando las expresiones anteriores

$$\frac{2\,\pi\, r}{T} = \sqrt{\frac{G\, M_{\mathrm{Sol}}}{r}}$$

elevando al cuadrado

$$\frac{4\,\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G\, M_{\mathrm{Sol}}}{r}$$

y despejando el período,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G\, M_{\mathrm{Sol}}}}$$

se ve que depende de la masa del Sol (no de la de la Tierra) y de r que es el radio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, o sea, la distancia del centro de la Tierra al centro del Sol. El radio del planeta Tierra no influye en el período.

2.- Dos satélites de comunicación A y B con diferentes masas ($m_A > m_B$) giran alrededor de la Tierra con órbitas estables de diferente radio siendo $r_A < r_B$:
A) A gira con mayor velocidad lineal.
B) B tiene menor periodo de revolución.
C) Los dos tienen la misma energía mecánica.

Solución: A

La única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria. Al ser una trayectoria circular, sólo tiene aceleración normal (centrípeta). Por la 2ª ley de Newton:

$$\left|\sum \vec{F}\right| = |\vec{F}_G| = m|\vec{a}| = m\,a_{\mathrm{N}} = m\frac{v_{\text{órb}}^2}{r}$$

$$m\frac{v_{\text{órb}}^2}{r} = G\frac{M_{\mathrm{T}}\,m}{r^2}$$

$$v_{\text{órb}} = \sqrt{G\frac{M_{\mathrm{T}}}{r}}$$

La velocidad lineal de un satélite en una órbita es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del radio de la órbita. Como el radio de la órbita *A* es menor que el de la órbita *B*, la velocidad del satélite en la órbita *A* será mayor.

Las otras opciones:
B. El período de revolución depende del radio de la órbita y de la velocidad.
Como la velocidad lineal *v* de un objeto que se mueve en una órbita circular de radio *r* con velocidad constante está relacionada con el período *T* (tiempo que tarda en dar una vuelta completa) por la expresión:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

el período del movimiento circular es:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Al ser mayor el radio de órbita *B*, $r_{\mathrm{B}} > r_{\mathrm{A}}$, y menor su velocidad, $v_{\mathrm{B}} < v_{\mathrm{A}}$, el período de revolución del satélite en la órbita *B* será mayor que el de la órbita *A*.

C. La energía mecánica de un satélite de masa *m* en órbita circular de radio *r* alrededor de la Tierra de masa M_{T} es la suma de las energías cinética y potencial.

$$E = E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}m\,v_{\text{órb}}^2 + \left(-G\frac{M_{\mathrm{T}}\,m}{r}\right)$$

Como ya vimos

$$m\frac{v_{\text{órb}}^2}{r} = G\frac{M_{\mathrm{T}}\,m}{r^2}$$

Sustituyendo $m\,v_{\text{órb}}^2$ en la expresión de la energía mecánica:

$$E = E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}m\,v_{\text{órb}}^2 - G\frac{M\,m}{r_{\text{órb}}} = \frac{1}{2}G\frac{M\,m}{r_{\text{órb}}} - G\frac{M\,m}{r_{\text{órb}}} = -\frac{1}{2}G\frac{M\,m}{r_{\text{órb}}}$$

donde se ve que la energía mecánica de un satélite en una órbita es directamente proporcional a la masa del satélite e inversamente proporcional al radio de la órbita. No pueden ser iguales porque sólo ocurriría si se cumpliese la relación:

$$\frac{m_{\mathrm{A}}}{r_{\mathrm{A}}} = \frac{m_{\mathrm{B}}}{r_{\mathrm{B}}}$$

que no puede ser al ser $m_{\mathrm{A}} > m_{\mathrm{B}}$ y $r_{\mathrm{A}} < r_{\mathrm{B}}$.

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO

1.- Una bobina cuadrada y plana (S = 25 cm^2) construida con 5 espiras está en el plano *XY*:
a) Enuncia la ley de Faraday-Lenz.
b) Calcula la f.e.m. media inducida si se aplica un campo magnético en dirección del eje *Z*, que varía de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.
c) Calcula la f.e.m. media inducida si el campo permanece constante (0,5 T) y la bobina gira hasta colocarse en el plano *XZ* en 0,1 s.
Rta.: b) ε_b = 0,038 V; c) ε_c = 0,063 V

Datos	***Cifras significativas: 2***
Superficie de cada espira	S = 25 cm^2 = 2,5×10^{-3} m^2
Número de espiras	N = 5 espiras
Campo magnético inicial	$\overline{\boldsymbol{B}}_0$ = 0,50 $\overline{\mathbf{k}}$ T
Campo magnético final	$\overline{\boldsymbol{B}}$ = 0,20 $\overline{\mathbf{k}}$ T
Intervalo de tiempo	Δt = 0,10 s
Incógnitas	
Fuerza electromotriz al disminuir el campo magnético	ε_b
Fuerza electromotriz al girar la bobina 90º	ε_c
Ecuaciones	
Ley de Faraday-Lenz	$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$
Flujo magnético elemental	$\mathrm{d}\Phi = \vec{\boldsymbol{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{S}}$
Flujo magnético de un campo constante a través de un solenoide de N espiras	$\Phi = B \cdot N \cdot S$

Solución:

a) La ley de Faraday – Lenz dice que se producirá una corriente inducida en un circuito por la variación de flujo magnético a través de él. La fuerza electromotriz inducida ε es igual a la variación instantánea del flujo magnético Φ que lo atraviesa.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

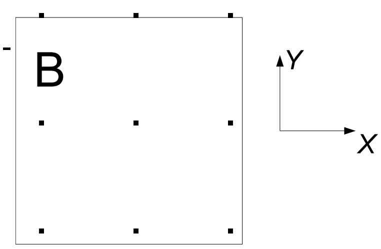
La ley de Lenz dice que la corriente inducida circulará de manera que el flujo magnético producido por ella se opondrá a la variación de flujo.
El flujo magnético elemental $d\Phi$ a través de un elemento de superficie es el producto escalar del vector campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ por el vector elemento de superficie $\boldsymbol{d\overline{S}}$ perpendicular a la superficie.

$$\mathrm{d}\Phi = \vec{\boldsymbol{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{S}}$$

El flujo total es la suma de todos los flujos elementales a través de todas las superficies. Si el campo magnético es constante y perpendicular a la superficie

$$\Phi = B \cdot N \cdot S$$

en el que N es el número de espiras atravesadas por el campo magnético.



b) El flujo inicial era:

$$\Phi_0 = B_0 \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0{,}50\ [\mathrm{T}] \cdot 5 \cdot 2{,}5\times10^{-3}\ [\mathrm{m}^2] = 6{,}3\times10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

y el final

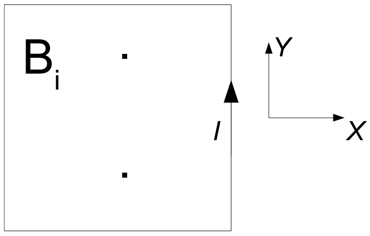
$$\Phi_0 = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0{,}20\ [\mathrm{T}] \cdot 5 \cdot 2{,}5\times10^{-3}\ [\mathrm{m}^2] = 2{,}5\times10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

La fuerza electromotriz media será:

$$\varepsilon_b = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{2{,}5\times10^{-3}\ [\mathrm{Wb}] - 6{,}3\times10^{-3}\ [\mathrm{Wb}]}{0{,}10[\mathrm{s}]} = 0{,}038\ \mathrm{V}$$

El sentido de la corriente se opondrá a la disminución de flujo saliente (en el sentido positivo del eje Z), por lo que producirá un campo magnético saliente (en el sentido positivo del eje Z) y la corriente tendrá un sentido antihorario (visto desde un punto en el semieje Z positivo)

c) Si la bobina gira hasta colocarse en el plano *XZ* habrá descrito un ángulo de 90º y el vector superficie quedará perpendicular al campo magnético, por lo que el flujo final será



$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 90 = 0$$

y la fuerza electromotriz media inducida

$$\varepsilon_c = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{0\,[\text{Wb}] - 6{,}3\times10^{-3}\,[\text{Wb}]}{0{,}10\,[\text{s}]} = 0{,}063\text{ V}$$

como también se produce por una disminución de flujo magnético, el sentido de la corriente es antihorario.

2.- Tres cargas puntuales de 2 µC se sitúan respectivamente en A(0, 0), B(1, 0) y C(1/2, √3/2). Calcula:
a) El campo eléctrico en los puntos D (1/2, 0) y F (1 /2, 1 /(2√3))
b) El trabajo para trasladar una carga *q*'= 1 µC de D a F.
c) Con este trabajo, ¿aumenta o disminuye la energía electrostática del sistema?
(Las coordenadas en metros, *K* = $9\cdot10^9$ N·m²·C⁻²; 1 µC = 10^{-6} C)

Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_D = -2{,}40\times10^4\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_F = \overline{\mathbf{0}}$; b) $W_{D\rightarrow F}$ (exterior) = $-W_{D\rightarrow F}$ (campo) = -7×10^{-4} J

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto A: (0, 0) m	$Q_A = 2{,}00\ \mu C = 2{,}00\times10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto B: (1, 0) m.	$Q_B = 2{,}00\ \mu C = 2{,}00\times10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto C: (1/2, √3/2) m.	$Q_C = 2{,}00\ \mu C = 2{,}00\times10^{-6}$ C
Carga de la partícula que se desplaza	$q = 1{,}00\ \mu C = 1{,}00\times10^{-6}$ C
Punto D	D (1/2, 0) m
Punto F	F (1/2, 1/(2√3)) m
Constante eléctrica	$K = 9{,}00\times10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidad del campo electrostático en el punto D	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Intensidad del campo electrostático en el punto F	$\overline{\boldsymbol{E}}_F$
Trabajo para llevar *q* desde D hasta F	$W_{D\rightarrow F}$
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual *Q* situada a una distancia *r*	$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga *q* desde un punto A hasta otro punto *B*	$W_{A\rightarrow B} = q\,(V_A - V_B)$
Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual *Q* situada a una distancia *r*	$V = K\frac{Q}{r}$
Potencial electrostático de varias cargas	$V = \sum V_i$

Solución:

a) La intensidad de campo electrostático debida a la carga de A en el punto D es:

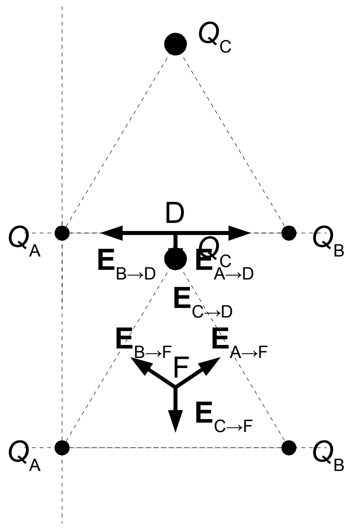
$$\vec{E}_{A\rightarrow D} = 9{,}00\times10^9\,[\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2{,}00\times10^{-6}\,[\text{C}]}{(0{,}500\,[\text{m}])^2}\,\vec{\mathbf{i}} = 7{,}20\times10^4\,\vec{\mathbf{i}}\text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático debida a la carga de B en el punto D es opuesta,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{B\rightarrow D} = -7{,}20\times10^4\ \overline{\mathbf{i}}\text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático debida a la carga de C en el punto D es:

$$\vec{E}_{C\to D}=9,00\times10^{9}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2,00\times10^{-6}\ [\text{C}]}{(\sqrt{3}/2\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}})=-2,40\times10^{4}\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$



por lo que la intensidad de campo electrostático en el punto D es, por el principio de superposición:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{C\to D} = -2,40\times10^{4}\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Las distancias de los puntos A, B y C al punto F valen todas lo mismo,

$$r_{BF}=r_{AF}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\ [\text{m}]\right)^2+\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\ [\text{m}]\right)^2}=0,577\ \text{m}$$

$$r_{CF}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\ [\text{m}]-\frac{1}{2}\ [\text{m}]\right)^2+\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\ [\text{m}]-\frac{\sqrt{3}}{2}\ [\text{m}]\right)^2}=0,577\ \text{m}$$

por lo que los módulos de los vectores campo creados en F por las cargas (iguales) situadas en los puntos A, B y C son iguales. Al estar situados simétricamente, su resultante es nula.

$$\vec{E}_{A\to F}=9,00\times10^{9}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2,00\times10^{-6}\ [\text{C}]}{(0,577\ [\text{m}])^2}\left(\frac{0,500\ \vec{\mathbf{i}}+0,289\ \vec{\mathbf{j}}}{0,577}\right)=(4,68\times10^{4}\ \vec{\mathbf{i}}+2,70\times10^{4}\ \vec{\mathbf{i}})\ \text{N/C}$$

Por simetría

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{B\to F} = -4,68\times10^{4}\ \bar{\mathbf{i}} + 2,70\times10^{4}\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

$$\vec{E}_{C\to F}=9,00\times10^{9}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2,00\times10^{-6}\ [\text{C}]}{(0,577\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}})=-5,40\times10^{4}\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

El campo resultante en el punto F, por el principio de superposición es:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_F = \overline{\boldsymbol{E}}_{A\to F} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B\to F} + \overline{\boldsymbol{E}}_{C\to F} = (4,68\times10^{4}\ \bar{\mathbf{i}} + 2,70\times10^{4}\ \bar{\mathbf{j}}) + (-4,68\times10^{4}\ \bar{\mathbf{i}} + 2,70\times10^{4}\ \bar{\mathbf{j}}) - 5,40\times10^{4}\ \bar{\mathbf{j}} = \bar{\mathbf{0}}$$

b) Los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A\to D}=V_{B\to D}=9,00\times10^{9}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{2,00\times10^{-6}\ [\text{C}]}{(0,500\ [\text{m}])}=3,60\times10^{4}\ \text{V}$$

$$V_{C\to D}=9,00\times10^{9}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{2,00\times10^{-6}\ [\text{C}]}{(\sqrt{3}/2\ [\text{m}])}=2,08\times10^{4}\ \text{V}$$

El potencial electrostático del punto D es:

$$V_D = V_{A\to D} + V_{B\to D} + V_{C\to D} = 2\cdot 3,60\times10^{4}\ [\text{V}] + 2,08\times10^{4}\ [\text{V}] = 9,28\times10^{4}\ \text{V}$$

Los potenciales en el punto F debidos a cada carga valen:

$$V_{A\to F}=V_{B\to F}=V_{C\to F}=9,00\times10^{9}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{2,00\times10^{-6}\ [\text{C}]}{(0,577\ [\text{m}])}=3,12\times10^{4}\ \text{V}$$

El potencial electrostático del punto F es:

$$V_F = V_{A\to F} + V_{B\to F} + V_{C\to F} = 3\cdot 3,12\times10^{4}\ [\text{V}] = 9,35\times10^{4}\ \text{V}$$

El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{D\to F} = q\ (V_D - V_F) = 1,00\times10^{-6}\ [\text{C}]\cdot(9,28\times10^{4} - 9,35\times10^{4})\ [\text{V}] = -7\times10^{-4}\ \text{J}$$

Análisis: Al restar dos potenciales tan próximos, se pierden cifras significativas.

Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W_{exterior} = -W_{campo} = 7\times10^{-4}\ \text{J}$$

c) En un campo conservativo, el trabajo de las fuerzas del campo es igual y de sentido contrario a la variación de la energía potencial.

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = q\ (V_A - V_B)$$

Como el trabajo de las fuerzas del campo electrostático es negativo, la energía potencial del sistema aumenta.

BLOQUE 3: VIBRACIONES Y ONDAS

1.- La ecuación de una onda transversal es $y(t, x) = 0{,}05 \cos(5\ t - 2\ x)$ (magnitudes en el S.I.). Calcula:
a) Los valores de t para los que un punto situado en $x = 10$ m tiene velocidad máxima.
b) ¿Qué tiempo ha de transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a 3 λ?
c) ¿Esta onda es estacionaria?
Rta.: a) $t_a = 4{,}3 + 0{,}63\ n$ [s], (n = 0, 1, 2 ...); b) $t_b = 3{,}8$ s

Datos	***Cifras significativas: 2***
Ecuación de la onda	$y(t, x) = 0{,}050 \cdot \cos(5{,}0 \cdot t - 2{,}0 \cdot x)$
Posición del punto (distancia al foco)	$x = 10$ m
Incógnitas	
Tiempos para los que un punto situado en x = 10 m tiene velocidad máxima	t_a
Tiempo para que la onda recorra una distancia igual a 3λ	t_b
Otros símbolos	
Período	T
Longitud de onda	λ
Ecuaciones	
De una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$
Relación entre la pulsación ω y el período T	$\omega = 2\ \pi / T$
Relación entre el número de onda k y la longitud de onda	$k = 2\ \pi / \lambda$
Frecuencia	$f = 1 / T$
Relación entre la longitud de onda λ, la frecuencia f y la velocidad de propagación v_p	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) La velocidad de una partícula del medio es la derivada de su posición con respecto al tiempo

$$v = \mathrm{d}\ y / \mathrm{d}\ t = -0{,}050 \cdot 5{,}0 \cdot \operatorname{sen}(5{,}0 \cdot t - 2{,}0 \cdot x) = -0{,}25 \cdot \operatorname{sen}(5{,}0 \cdot t - 2{,}0 \cdot x)\ [\mathrm{m/s}]$$

que es máxima cuando sen $\varphi = 1$.

$$v_{máx} = 0{,}25\ \mathrm{m/s}$$

Este valor del seno corresponde a un ángulo de $\varphi = \pi/2$ o $3\pi/2$ [rad] en la primera circunferencia, y, en general

$$\varphi = n\ \pi + \pi/2\ [\mathrm{rad}]$$

siendo n un número natural (n = 0, 1, 2....)
Igualando y sustituyendo $x = 10$ m

$$(5{,}0\ t - 20) = n\ \pi + \pi/2$$

$$t_a = 4{,}0 + 0{,}20\ n\ \pi + \pi/10 = 4{,}3 + 0{,}63\ n\ [\mathrm{s}],\ (n = 0, 1, 2\ ...)$$

Análisis: La primera vez que la velocidad es máxima para $x = 10$ m *es (n = 0) para* $t = 4{,}3$ s. *Como el período es* $T = 1{,}3$ s*, volverá a ser máximo cada vez que pase por el punto de equilibrio, o sea, cada medio período:* 0,63 s.

b) Se puede definir el período como el tiempo que tarda una onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda por lo que el tiempo necesario para que la onda recorra una distancia igual a 3 λ, será el triple del período:

$$t_b = 3 \cdot T$$

Comparando la ecuación de una onda con la del dato:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

$$y(t, x) = 0{,}05 \cdot \cos(5{,}0 \cdot t - 2{,}0 \cdot x)$$

la pulsación vale:

$$\omega = 5{,}0 \text{ rad/s}$$

y el período:

$$T = 2\pi / \omega = 2\pi / 5{,}0 = 1{,}3 \text{ s}$$

Por lo tanto el tiempo necesario para que la onda recorra una distancia igual a 3λ vale:

$$t_b = 3 \cdot T = 3{,}8 \text{ s}$$

De la ecuación de la onda, podemos calcular la longitud de onda λ a partir del valor del número de onda

$$\lambda = 2\,\pi / k = 2\pi / 2{,}0 = 3{,}1 \text{ m}$$

y la velocidad v_p de propagación de la onda por el medio:

$$v_p = \lambda \cdot f = \lambda / T = 3{,}1 \text{ [m]} / 1{,}3 \text{ [s]} = 2{,}5 \text{ m/s}$$

y el tiempo que tarda en recorrer una distancia igual a 3λ = 9,4 m

$$t_b = 9{,}4 \text{ [m]} / [2{,}5 \text{ m/s}] = 3{,}8 \text{ s}$$

c) Las ondas estacionarias no se propagan y no hay una transmisión neta de energía.
En las ondas estacionarias existen unos puntos, llamados nodos, que no oscilan. Su elongación es nula en todo instante.
La onda del enunciado no es una onda estacionaria ya que la ecuación de la onda no coincide con la de las ondas estacionarias y no existe ningún punto de la onda que sea un nodo, que tenga una elongación nula en cualquier instante.

2.- Una masa de 0,01 kg realiza un movimiento armónico simple de ecuación y = 5 cos (2 t + π/6). (Magnitudes en el S.I.). Calcula:
a) Posición, velocidad y aceleración en t = 1 s.
b) Energía potencial en y = 2 m.
c) ¿La energía potencial, es negativa en algún instante?

Rta.: a) $y_1 = -4{,}08$ m; $v_1 = -5{,}79$ m/s; $a_1 = 16{,}3$ m/s^2; b) $E_p = 0{,}08$ J

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa que realiza el M.A.S.	$m = 0{,}0100$ kg
Ecuación del movimiento	$y = 5{,}00 \cdot \cos(2{,}00 \cdot t + \pi/6)$
Incógnitas	
Posición en t = 1,00 s.	y_1
Velocidad en t = 1,00 s.	v_1
Aceleración en t = 1,00 s.	a_1
Energía potencial en y = 2,00 m	E_p
Otros símbolos	
Elongación	y
Pulsación (frecuencia angular)	$\omega = 2\,\pi \cdot f = 2\,\pi / T$
Fase inicial	φ_0
Ecuaciones	
De movimiento en el M.A.S.	$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Relación entre la aceleración a y la elongación x	$a = -\,\omega^2 \cdot y$
Ley de Hooke: fuerza recuperadora elástica	$F = -\,k \cdot y$
2ª ley de Newton	$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Energía potencial elástica	$E_p = ½\,k \cdot y^2$
Energía cinética	$E_c = ½\,m \cdot v^2$
Energía mecánica	$E = (E_c + E_p) = ½\,k \cdot A^2$

Solución:

a) La posición para t = 1,00 s se obtiene sustituyendo el valor del tiempo en la ecuación de movimiento:

$$y_1 = 5{,}00 \cdot \cos(2{,}00 \cdot 1{,}00 + \pi/6) = -4{,}08 \text{ m}$$

La velocidad es la derivada de la posición con respecto al tiempo:

$$v = \frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{5{,}00 \cdot \cos(2{,}00 \cdot t + \pi/6)\}}{\mathrm{d}t} = -5{,}00 \cdot 2{,}00 \cdot \mathrm{sen}(2{,}00 \cdot t + \pi/6) = -10{,}0 \cdot \mathrm{sen}(2{,}00 \cdot t + \pi/6) \ \ \mathrm{m/s}$$

Sustituyendo el valor del tiempo, t = 1,00 s

$$v_1 = -10{,}0 \cdot \mathrm{sen}(2{,}00 \cdot 1{,}00 + \pi/6) = -5{,}79 \text{ m/s}$$

La aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = \frac{d\{-10{,}0 \cdot \mathrm{sen}(2{,}00 \cdot t + \pi/6)\}}{\mathrm{d}\,t} = -10{,}0 \cdot 2{,}00 \cdot \cos(2{,}00\,t + \pi/6) = -20{,}0 \cdot \cos(2{,}00\,t + \pi/6) \ \ \mathrm{m/s^2}$$

Sustituyendo el valor del tiempo, t = 1,00 s

$$a_1 = -\,20{,}0 \cdot \cos(2{,}00 \cdot 1{,}00 + \pi/6) = 16{,}3 \text{ m/s}^2$$

Análisis: La posición inicial era $y_0 = 5{,}00 \cdot \cos(\pi/6) = 4{,}33$ m *y se movía hacia el origen, ya que la velocidad inicial* $v_0 = -10{,}0 \cdot \mathrm{sen}(\pi/6) < 0$. *Como el período* $T = 2\pi / \omega = 3{,}14$ s, *para* t = 1,00 s *aún no ha descrito medio ciclo, por lo que tiene que encontrarse en las zonas de elongaciones negativas, por lo que la aceleración* ($a = -\omega^2 \cdot y$) *ha de ser positiva. Con estos sencillos cálculos no podemos determinar si su velocidad es hacia el origen (+) o en sentido contrario.*

b) Cuando oscila, la fuerza resultante es una fuerza elástica.

$$-k \cdot y = m \cdot a = m\,(-\omega^2 \cdot y)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

La energía potencial se calcula de la ecuación:

$$E_p = ½\,k \cdot y^2 = ½\,m \cdot \omega^2 \cdot y^2 = 0{,}0100 \text{ [kg] } (2{,}00 \text{ [rad/s]})^2\ (2{,}00 \text{ [m]})^2 / 2 = 8{,}00 \times 10^{-2} \text{ J} = 0{,}0800 \text{ J}$$

Análisis: La energía mecánica se conserva, al ser la fuerza elástica una fuerza conservativa, por lo que la energía potencial elástica podría calcularse restando la energía cinética de la energía mecánica:
$E_p = E - E_c$. *Aunque la energía mecánica se puede calcular fácilmente sin conocer la constante elástica, ya que:* $E = E_{p\,máx} = E_{c\,máx} = ½\,m \cdot v^2_{máx}$, *calcular la energía cinética para* y = 2,00 m *es más complicado y no compensa hacerlo.*

c) No, ya que la constante elástica es un número positivo y la elongación y, aunque puede ser positiva o negativa, está elevada al cuadrado, por lo que la energía potencial elástica

$$E_p = ½\,k \cdot y^2$$

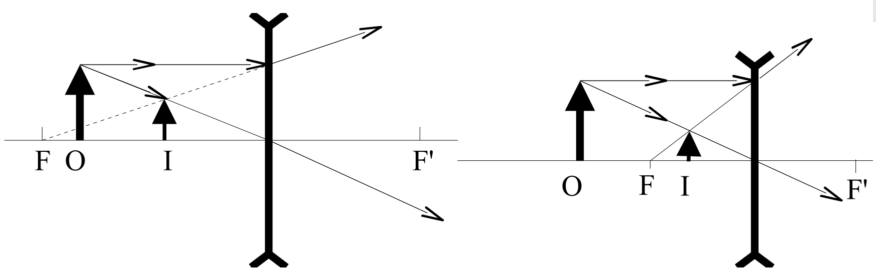
es siempre positiva.

BLOQUE 4: LUZ

1.- Si se desea formar una imagen virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, se debe utilizar:
A) Un espejo cóncavo.
B) Una lente convergente.
C) Una lente divergente.

Solución: C

Los dibujos muestran la formación de imágenes en los casos en que el objeto se encuentra después del foco objeto y antes del foco objeto.
En todos los casos la imagen es virtual, derecha y menor que el objeto.



2.- Una onda electromagnética que se encuentra con un obstáculo de tamaño semejante a su longitud de onda:
A) Forma en una pantalla, colocada detrás del obstáculo, zonas claras y oscuras.
B) Se polariza y su campo eléctrico oscila siempre en el mismo plano.
C) Se refleja en el obstáculo.

Solución: A

Difracción es el fenómeno que se produce cuando una onda mecánica o electromagnética «rodea» un obstáculo de dimensiones parecidas a la longitud de onda. Es un fenómeno característico de las ondas. Esto producirá un patrón de interferencias que, en el caso de la luz, dará lugar a una sucesión de zonas claras y oscuras en una pantalla.

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA

1.- Cuál de estas reacciones nucleares es posible:
A) $^{2}_{1}H+^{3}_{1}H\rightarrow ^{4}_{2}He$
B) $^{14}_{7}N+^{4}_{2}He\rightarrow ^{17}_{8}O+^{1}_{1}H$
C) $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n\rightarrow ^{141}_{56}Ba+^{92}_{36}Kr+2\,^{1}_{0}n$

Solución: B

Por los principios de conservación del número bariónico (nº nucleones = nº de protones + nº neutrones) y de la carga, la única solución posible es la B, ya que el número bariónico total antes y después es:
14 + 4 = 17 + 1 = 18

Reacción	*nº bariónico*	*carga*
A: $^{2}_{1}H+^{3}_{1}H\rightarrow ^{4}_{2}He$	$2 + 3 \neq 4$	$1 + 1 = 2$
B: $^{14}_{7}N+^{4}_{2}He\rightarrow ^{17}_{8}O+^{1}_{1}H$	$14 + 4 = 17 + 1$	$7 + 2 = 8 + 1$
C: $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n\rightarrow ^{141}_{56}Ba+^{92}_{36}Kr+2\,^{1}_{0}n$	$235 + 1 \neq 141 + 92 + 2 \cdot 1$	$92 + 0 = 56 + 36 + 2 \cdot 0$

2.- Si un núcleo atómico emite una partícula α y dos partículas β, su número atómico:
A) Disminuye en dos unidades.
B) Aumenta en dos unidades.
C) No varía.

Solución: C

Las propiedades del núcleo resultante después de una emisión alfa, beta o gamma pueden deducirse por la naturaleza de estas radiaciones y las leyes de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.
Una partícula alfa es un núcleo de helio-4 ($\alpha = ^{4}_{2}He$), una partícula beta(-) es un electrón ($\beta^{-} = ^{0}_{-1}e$) y la radiación gamma es radiación electromagnética de alta energía ($\gamma = ^{0}_{0}\gamma$).
Escribiendo las reacciones del enunciado y aplicando las leyes de conservación mencionadas

$$^{A}_{Z}X\rightarrow ^{4}_{2}He+2\,^{0}_{-1}e+2\,^{0}_{0}\gamma+^{A-4}_{Z}Y$$

BLOQUE 6. PRÁCTICA

Con un banco óptico de longitud *l*, se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. ¿Cómo se puede interpretar esto?

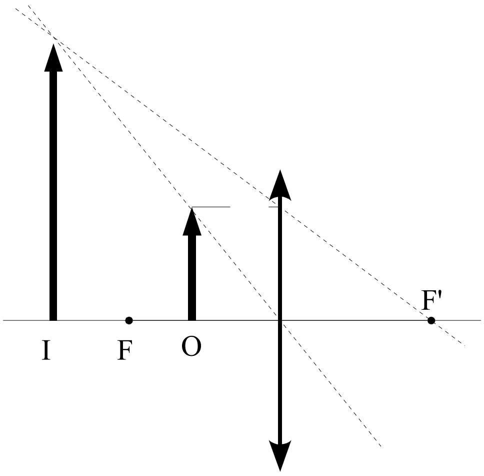
Solución:

La distancia focal de la lente es mayor que la mitad de la longitud del banco óptico.

$$f > l / 2$$

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo «1» en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes



$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

ya que si la imagen es derecha, $y' > 0$,
y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - s'}{s' f'}$$

$$s = \frac{s' f'}{f' - s'}$$

Como $f' > 0$ y $s' < 0$

$$f' - s' > |s'|$$

$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña
Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.