CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAAU (LOXSE) Xuño 2005	Código: 22

FÍSICA

Elegir y desarrollar una de las dos opciones propuestas.
Puntuación máxima: Problemas 6 puntos (1,5 cada apartado) Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica)
No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones teóricas. Puede usarse calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.

OPCIÓN 1

PROBLEMAS

1.- El trabajo de extracción del cátodo metálico en una célula fotoeléctrica es 3,32 eV. Sobre él incide radiación de longitud de onda λ = 325 nm. Calcula: a) La velocidad máxima con la que son emitidos los electrones. b) El potencial de frenado. Datos: $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s, $c = 3\times10^{8}$ m/s, 1 nm $=10^{-9}$ m, eV = $1{,}60\times10^{-19}$ J, $e = -1{,}60\times10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}11\times10^{-31}$ kg

2.- Un satélite artificial de 64,5 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio $R = 2{,}32\ R_T$. Calcula: a) El período de rotación del satélite. b) El peso del satélite en la órbita. Datos: $g_0 = 9{,}80$ m/s^2; R_T = 6 370 km

CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones:

1.- En el interior de un conductor esférico cargado y en equilibrio electrostático se cumple: A) El potencial y el campo aumentan desde el centro hasta la superficie de la esfera. B) El potencial es nulo y el campo constante. C) El potencial es constante y el campo nulo.

2.- En una onda estacionaria generada por interferencia de dos ondas, se cumple: A) La amplitud es constante. B) La onda transporta energía. C) La frecuencia es la misma que la de las ondas que interfieren.

3.- La relación entre la velocidad de una partícula y la longitud de onda asociada se establece: A) Con la ecuación de De Broglie. B) Por medio del principio de Heisenberg. C) A través de la relación de Einstein masa-energía.

CUESTIÓN PRÁCTICA: Se dispone de un proyector con una lente delgada convergente, y se desea proyectar una transparencia de forma que la imagen sea real e invertida y mayor que el objeto. Explica cómo hacerlo. (Haz un dibujo mostrando la trayectoria de los rayos)

OPCIÓN 2

PROBLEMAS

1.- Un protón acelerado por una diferencia de potencial de 5 000 V penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 0,32 T. Calcula: a) La velocidad del protón. b) El radio de la órbita que describe y el número de vueltas que da en 1 segundo. Datos: $m_p = 1{,}67\times10^{-27}$ kg, $q_p = 1{,}60\times10^{-19}$ C (Haz un dibujo del problema)

2.- Una onda plana se propaga en la dirección x positiva con velocidad v = 340 m/s, amplitud A = 5 cm y frecuencia f = 100 Hz (fase inicial $\varphi_0 = 0$). a) Escribe la ecuación de la onda. b) Calcula la distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2\pi/3$.

CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones

1.- Dos satélites artificiales A y B de masas m_A y m_B ($m_A = 2\ m_B$), giran alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio R. A) Tienen la misma velocidad de escape. B) Tienen diferente periodo de rotación. C) Tienen la misma energía mecánica.

2.- Si el índice de refracción del diamante es 2,52 y el del vidrio 1,27. A) La luz se propaga con mayor velocidad en el diamante. B) El ángulo límite entre el diamante y el aire es menor que entre el vidrio y el aire. C) Cuando la luz pasa de diamante al vidrio el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de refracción.

3.- En la desintegración β^-. A) El número atómico aumenta una unidad. B) El número másico aumenta una unidad. C) Ambos permanecen constantes.

CUESTIÓN PRÁCTICA: Cuando en el laboratorio mides g con un péndulo simple: a) ¿Cuantas oscilaciones conviene medir? b) ¿Qué precauciones se deben tomar con la amplitud de las oscilaciones? c) ¿Influye la masa del péndulo en la medida de g?

Soluciones

OPCIÓN 1

PROBLEMAS

1. El trabajo de extracción del cátodo metálico en una célula fotoeléctrica es 3,32 eV. Sobre él incide radiación de longitud de onda *λ* = 325 nm. Calcula:
a) La velocidad máxima con la que son emitidos los electrones.
b) El potencial de frenado.
Datos: *h* = 6,63×10⁻³⁴ J·s, *c* = 3×10⁸ m/s, 1 nm =10⁻⁹ m, eV = 1,60×10⁻¹⁹ J, *e* = -1,60×10⁻¹⁹ C, *m*e = 9,11×10⁻³¹ kg
Rta.: a) $v = 4{,}2\times10^{5}$ m/s, b) $V = 0{,}5$ V

Datos	*Cifras significativas: 3*
Longitud de onda de la radiación	$\lambda = 325 \text{ nm} = 3{,}25\times10^{-7}$ m
Trabajo de extracción del metal	$W_e = 3{,}32 \text{ eV} = 5{,}31\times10^{-19}$ J
Constante de Planck	$h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00\times10^{8}$ m/s
Incógnitas	
Velocidad máxima con la que son emitidos los electrones	v
Potencial de frenado	V
Otros símbolos	
Energía cinética máxima de los electrones emitidos	E_c
Ecuaciones	
De Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
De Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia y la longitud de onda de una onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\, m\, v^2$
Relación entre potencial de frenado y energía cinética	$E_c = e\, V$

Solución:

a) Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c$$

la energía cinética máxima de los electrones emitidos será

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_e = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ [\text{J}\cdot\text{s}]\cdot 3{,}00\times10^{8}\ [\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]}{3{,}25\times10^{-7}\ [\text{m}]} - 5{,}31\times10^{-19}\ [\text{J}] = 8{,}03\times10^{-20}\ \text{J}$$

De la expresión de la energía cinética

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8{,}03\times10^{-20}\ [\text{J}]}{9{,}10\times10^{-31}\ [\text{kg}]}} = 4{,}20\times10^{5}\ \text{m/s}$$

(Si no se hiciese la suposición de que los datos tienen tres cifras significativas, la velocidad de los electrones no podría calcularse, ya que el resultado de la energía del fotón de la 6×10^{-19} J *con solo una cifra significativa, por lo que al restarle el trabajo de extracción* 5×10^{-19} J *daría para la energía cinética máxima de los electrones* 1×10^{-19} J *con un error del* 100 %*)*

b) El potencial de frenado que anularía la energía cinética máxima de los electrones sería:

$$V = \frac{E_c}{e} = \frac{8{,}03\times10^{-20}\ [\text{J}]}{1{,}60\times10^{-19}\ [\text{C}]} = 0{,}5\ \text{V}$$

2.- Un satélite artificial de 64,5 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio R = 2,32 R_T. Calcula:
a) El período de rotación del satélite.
b) El peso del satélite en la órbita.
Datos: g_0 = 9,80 m/s²; R_T = 6 370 km

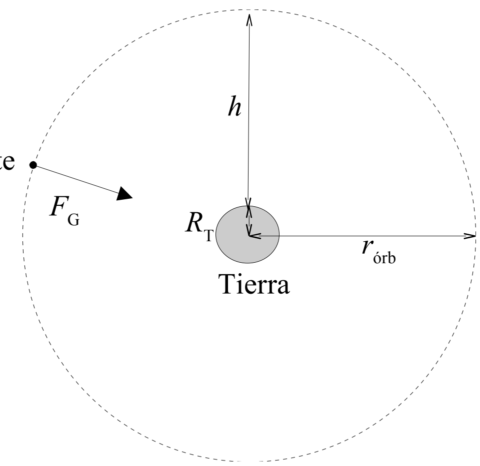
Rta.: a) T = 4 h 58 min; b) P_h = 117 N

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio de la Tierra	R_T = 6 370 km = 6,37×10⁶ m
Radio de la órbita	$r_{órb}$ = 2,32 R_T = 1,48×10⁷ m
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra	g_0 = 9,80 m/s²
Masa del satélite	m = 64,5 kg
Incógnitas	
Período de rotación del satélite alrededor de la Tierra	T
Peso del satélite en la órbita = fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite	P_h
Otros símbolos	
Masa de la Tierra	M_T
Valor de la velocidad del satélite en la órbita alrededor de la Tierra	v
Constante de la gravitación universal	G
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (aplicada a la fuerza que ejerce la Tierra esférica sobre un satélite puntual)	$F_G = G \frac{M_T m}{r_{órb}^2}$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio r)	$a_N = \frac{v^2}{r}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r (M.C.U.)	$v = \frac{2\pi r}{T}$

Solución:

El radio de la órbita vale:

$$r_{órb} = 2{,}32\ R_T = 1{,}48\times10^7 \text{ m}$$



Como no se tienen los datos de la constante de la gravitación universal ni de la masa de la Tierra, habrá que tener en cuenta que en la superficie de la Tierra, el peso de un cuerpo $m g_0$ es igual a la fuerza gravitatoria

$$m\, g_0 = G \frac{M_T m}{R_T^2}$$

$$G\, M_T = g_0\, R_T^2$$

a) Como la única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria que ejerce a Tierra,

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

$$m\, a = F_G$$

El satélite describe una trayectoria aproximadamente circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N,

$$m \frac{v^2}{r_{órb}} = G \frac{M_T m}{r_{órb}^2}$$

Despejando la velocidad y escribiendo su relación con el período

$$v=\sqrt{\frac{G\,M_{\mathrm{T}}}{r_{\text{órb}}}}=\sqrt{\frac{g_0\,R_{\mathrm{T}}^2}{r_{\text{órb}}}}=\frac{2\,\pi\,r_{\text{órb}}}{T}$$

que queda

$$\left(\frac{2\,\pi\,r_{\text{órb}}}{T}\right)^2=\frac{g_0\,R_{\mathrm{T}}^2}{r_{\text{órb}}}$$

De la que se despeja el período

$$T=2\,\pi\sqrt{\frac{r_{\text{órb}}^3}{g_0\,R_{\mathrm{T}}^2}}$$

$$T=2\,\pi\sqrt{\frac{(1,84\times10^7\ [\mathrm{m}])^3}{9,80\ [\mathrm{m/s^2}](6,37\times10^6\ [\mathrm{m}])^2}}=1,79\times10^4\ \mathrm{s}=4\ \mathrm{h}\ 58\ \mathrm{min}$$

Análisis: Por la tercera ley de Kepler, también aplicable a satélites que giran alrededor de un astro, los cuadrados de los períodos son directamente proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las elipses, o, si las trayectorias son circulares, a los radios de las órbitas. El período de la Luna, que está a unos 60 *R es de* 28 días. *El de este satélite, que está a unos* 2,4 *R (*25 *veces menor) sería de* $\sqrt{\frac{1}{25^3}}$ ≈ 125 *veces menor* ≈ 0,25 días ≈ 6 horas.

b) Sustituyendo $G\,M_{\mathrm{T}}$ por $g_0\,R_{\mathrm{T}}^2$, en la expresión de la fuerza gravitatoria, (peso)

$$P_{\mathrm{h}}=F_{\mathrm{G}}=G\frac{M_{\mathrm{T}}\,m}{r_{\text{órb}}^2}=\frac{g_0\,R_{\mathrm{T}}^2\,m}{r_{\text{órb}}^2}=\frac{9,80\ [\mathrm{m/s^2}](6,37\times10^6\ [\mathrm{m}])^2\cdot 64,5\ [\mathrm{kg}]}{(1,84\times10^7\ [\mathrm{m}])^2}=117\ \mathrm{N}$$

Análisis: El peso disminuye con la altura, siendo inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro de la Tierra. A una distancia r ≈ 2,4 R, el peso debería ser unas $2,4^2$ *= 6 veces menor que en el suelo* mg_0 = 632 N*, o sea unos* 100 N.

CUESTIONES TEÓRICAS:

1.- En el interior de un conductor esférico cargado y en equilibrio electrostático se cumple:
A) El potencial y el campo aumentan desde el centro hasta la superficie de la esfera.
B) El potencial es nulo y el campo constante.
C) El potencial es constante y el campo nulo.

Solución: C

La intensidad $\overline{\boldsymbol{E}}$ de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nulo. Si no fuese así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.
Como la diferencia de potencial entre dos puntos $V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}$ es:

$$V_{\mathrm{A}}-V_{\mathrm{B}}=\int_{r_{\mathrm{A}}}^{r_{\mathrm{B}}}\vec{\boldsymbol{E}}\,\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{r}}$$

Al ser nula la intensidad del campo, también lo será la diferencia de potencial entre dos puntos,

$$V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}} = 0$$

o sea, el potencial será constante.

$$V_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{B}}$$

2.- En una onda estacionaria generada por interferencia de dos ondas, se cumple:
A) La amplitud es constante.
B) La onda transporta energía.
C) La frecuencia es la misma que la de las ondas que interfieren.

Solución: C

A) Una onda estacionaria generada por interferencia de dos ondas de iguales características pero con distinto sentido de desplazamiento.
La ecuación de la onda incidente, suponiendo que viaja hacia la derecha, es

$$y_1 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

La onda incidente al reflejarse en el extremo fijo, sufre un cambio de fase de π rad y la onda reflejada que viaja hacia la derecha tiene por ecuación:

$$y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + k \cdot x + \pi) = y_1 = -A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

Cuando las ondas interfieren, la onda resultante tiene por ecuación

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x) - A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

Usando que

$$\text{sen}\,\alpha - \text{sen}\,\beta = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

queda

$$y = 2\,A \cdot \cos\,(\omega \cdot t) \cdot \text{sen}\,(k \cdot x)$$

que es la ecuación de una onda que tiene una frecuencia angular ω igual.

$$y = A_x \cos(\omega \cdot t)$$

Las otras opciones:
A. La amplitud depende del punto x: $A_x = 2\,A\,\text{sen}(k \cdot x)$
B. Una onda estacionaria no transporta energía.

3.- La relación entre la velocidad de una partícula y la longitud de onda asociada se establece:
A) Con la ecuación de De Broglie.
B) Por medio del principio de Heisenberg.
C) A través de la relación de Einstein masa-energía.

Solución: A

La interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico demostró que la luz se comporta como un chorro de partículas llamadas fotones de energía:

$$E = h \cdot f$$

En el efecto Compton, el fotón se comporta como una partícula de momento lineal:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{h}{\lambda}$$

Como ya estaba establecido que la luz se propaga como una onda, se propuso que el comportamiento era dual: en algunos experimentos el comportamiento de la luz parece ser corpuscular y en otros, ondulatorio.
De Broglie propuso que este comportamiento dual también afecta a cualquier partícula. En algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

en la que h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
En pocos años esta hipótesis quedó confirmada por los experimentos de difracción de electrones.

CUESTIÓN PRÁCTICA:

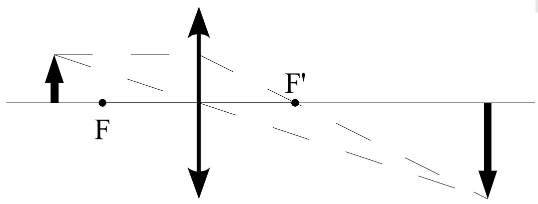
Se dispone de un proyector con una lente delgada convergente, y se desea proyectar una transparencia de forma que la imagen sea real e invertida y mayor que el objeto. Explica cómo hacerlo. (Haz un dibujo mostrando la trayectoria de los rayos)

Solución:

Si la diapositiva (objeto) se encuentra a una distancia *s* de la lente comprendida entre

$$|f| < |s| < |2f|$$

la imagen que se forma es real, invertida y mayor, como se ve en la figura.



OPCIÓN 2

PROBLEMAS

1.- Un protón acelerado por una diferencia de potencial de 5 000 V penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 0,32 T. Calcula:
a) La velocidad del protón.
b) El radio de la órbita que describe y el número de vueltas que da en 1 segundo.
Datos: m_p = 1,67×10^-27 kg, q_p = 1,60×10^-19 C (Haz un dibujo del problema)

Rta.: a) $v = 9{,}79\times10^{5}$ m/s; b) R = 3,2 cm; $N = 4{,}9\times10^{6}$ voltas/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Potencial de aceleración	V = 5 000 V = $5{,}00\times10^{3}$ V
Valor de la intensidad del campo magnético	B = 0,320 T
Carga del protón	$q = 1{,}60\times10^{-19}$ C
Ángulo entre la velocidad del protón y el campo magnético	φ = 90º
Masa del protón	$m = 1{,}67\times10^{-27}$ kg
Tiempo para calcular el número de vueltas	t = 1,00 s
Incógnitas	
Velocidad del protón	v
Radio de la trayectoria circular	R
Número de vueltas que da en 1 s	N
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el protón	F_B
Período del movimiento circular	T
Energía (cinética) del protón	E_c
Ecuaciones	
Trabajo del campo eléctrico	$W_{\text{ELECTRICO}} = q\,\Delta V$
Trabajo de la fuerza resultante	$W = \Delta E_c$
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \dfrac{v^2}{R}$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r (M.C.U.)	$v = \dfrac{2\pi r}{T}$

Solución:

a) Para calcular la velocidad tenemos que tener en cuenta que al acelerar el protón con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W_{\text{ELECTRICO}} = q\ \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2}\ m_p\ v^2 - \frac{1}{2}\ m_p\ v_0^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2\,q\cdot \Delta V}{m_p}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}60\times 10^{-19}\,[\mathrm{C}]\cdot 5{,}00\times 10^{3}\,[\mathrm{V}]}{1{,}67\times 10^{-27}\,[\mathrm{kg}]}}=9{,}79\times 10^{5}\ \mathrm{m/s}$$

b) Como sólo actúa la fuerza magnética:

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N,

$$F_B=m\,a=m\,a_{\mathrm{N}}=m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q|B\ v \operatorname{sen}\varphi=m\frac{v^2}{R}$$

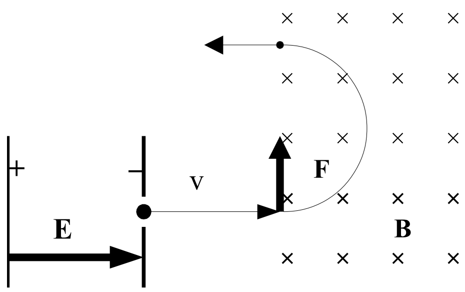
Despejando el radio R

$$R=\frac{m\cdot v}{q\cdot B\cdot \operatorname{sen}\varphi}=\frac{1{,}67\times 10^{-27}\,[\mathrm{kg}]\cdot 9{,}79\times 10^{5}\,[\mathrm{m/s}]}{1{,}60\times 10^{-19}\,[\mathrm{C}]\cdot 0{,}320\,[\mathrm{T}]\cdot \operatorname{sen} 90^{\circ}}=3{,}19\times 10^{-2}\ \mathrm{m}=3{,}19\ \mathrm{cm}$$

Análisis: el radio tiene un valor aceptable, unos centímetros.

Despejando el período

$$T=\frac{2\pi\cdot R}{v}=\frac{2\,\pi\cdot 3{,}19\times 10^{-2}\,[\mathrm{m}]}{9{,}79\times 10^{5}\,[\mathrm{m/s}]}=2{,}05\times 10^{-7}\ \mathrm{s}$$



El número de vueltas en 1 s será:

$$N=1{,}00\,[\mathrm{s}]\cdot\frac{1\ \text{vuelta}}{2{,}05\times 10^{-7}\,[\mathrm{s}]}=4{,}88\times 10^{6}\ \text{vueltas}$$

Análisis: Si el protón entra en un campo magnético, al describir media circunferencia saldrá de él, por lo que en realidad sólo daría media vuelta en un tiempo de T / 2 = $1{,}03\times10^{-7}$ s *y saldría a una distancia de* 2 R = 6,4 cm *del punto de entrada.*

2.- Una onda plana se propaga en la dirección x positiva con velocidad *v* = 340 m/s, amplitud *A* = 5 cm y frecuencia *f* = 100 Hz (fase inicial *φ₀* = 0).
a) Escribe la ecuación de la onda.
b) Calcula la distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es 2π/3.
Rta.: a) $y = 0{,}05\ \operatorname{sen}(200\pi\ t - 0{,}588\pi\ x)$ [m]; b) $\Delta x = 1{,}13$ m

Datos	***Cifras significativas: 2***
Amplitud	A = 5,0 cm = 0,050 m
Frecuencia	f = 100 Hz = 100 s^{-1}
Velocidad de propagación de la onda por el medio	v_p = 340 m/s
Incógnitas	
Ecuación de onda	$y\ (x,\ t)$
Distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase es 2π/3	Δx
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Período	T
Longitud de onda	λ
Ecuaciones	

Otros símbolos

De una onda armónica unidimensional $y = A \cdot \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$

Frecuencia $f = 1 / T$

Relación entre la longitud de onda λ, la frecuencia f y la velocidad de propagación v_p $v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Período: $T = 1 / f = 1 / 100\ [s^{-1}] = 0{,}010$ s

Longitud de onda: $\lambda = v_p / f = 340\ [m/s] / 100\ [s^{-1}] = 3{,}40$ m

Ecuación de onda:

$$y = 0{,}050 \cdot \text{sen}(200\ \pi\ t - 0{,}588\ \pi\ x)\ [m]$$

b) Si la diferencia de fase es 2π/3

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

$$2\ \pi\ \Delta x / \lambda = 2\ \pi / 3$$

$$\Delta x = \lambda / 3 = 1{,}13\ \text{m}$$

CUESTIONES TEÓRICAS

1.- Dos satélites artificiales A y B de masas m_A y m_B ($m_A = 2\ m_B$), giran alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio *R*.
A) Tienen la misma velocidad de escape.
B) Tienen diferente periodo de rotación.
C) Tienen la misma energía mecánica.

Solución: A

La velocidad de escape de la Tierra es la velocidad mínima adicional que habría que comunicar un cuerpo sometido al campo gravitatorio terrestre para situarlo en un punto en el que no esté sometido a dicha atracción (a una distancia "infinita" del centro de la Tierra) donde la energía potencial es nula:

$$E_{p\,\infty} = 0$$

y si tenemos en cuenta que velocidad de escape es velocidad mínima, la velocidad que tendría el objeto en el «infinito» también sería nula:

$$v_\infty = 0$$

La energía mecánica de un satélite de masa m en órbita circular de radio R alrededor de la Tierra de masa M_T es la suma de las energías cinética y potencial.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m\, v_{\text{órb}}^2 + \left(-G \frac{M_T m}{R}\right)$$

La única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria. Al ser una trayectoria circular, sólo tiene aceleración normal (centrípeta). Por la 2ª ley de Newton:

$$\left|\sum \vec{F}\right| = |\vec{F}_G| = m|\vec{a}| = m\, a_N = m \frac{v_{\text{órb}}^2}{r}$$

$$m \frac{v_{\text{órb}}^2}{R} = G \frac{M_T m}{R^2}$$

$$m\,v_{\text{órb}}^2 = G\frac{M_T m}{R}$$

Sustituyendo m $v_{\text{órb}}^2$ en la expresión de la energía mecánica:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m\,v_{\text{órb}}^2 - G\frac{M_T m}{R} = \frac{1}{2} G\frac{M_T m}{R} - G\frac{M_T m}{R} = -\frac{1}{2} G\frac{M_T m}{R}$$

La velocidad de escape «v_e» le comunica la energía necesaria:

$$\Delta E = ½\, m\, v_e^2$$

$$\Delta E = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_{\text{órb}}$$

por lo que

$$\frac{1}{2} m\,v_e^2 = 0 - \left(-\frac{1}{2} G\frac{M_T m}{R}\right)$$

$$v_e = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$$

la velocidad de escape es independiente de la masa del satélite.

Las otras opciones:
B. El período de rotación es también independiente de la masa del satélite.
C. La energía mecánica sí depende de la masa del satélite.

2.- Si el índice de refracción del diamante es 2,52 y el del vidrio 1,27.
A) La luz se propaga con mayor velocidad en el diamante.
B) El ángulo límite entre el diamante y el aire es menor que entre el vidrio y el aire.
C) Cuando la luz pasa de diamante al vidrio el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de refracción.

Solución: B

El ángulo límite λ es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90º.
Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción:

$$n_i \text{ sen } i = n_r \text{ sen } r$$

El índice de refracción del aire «n_a» es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío «c» y la velocidad de la luz en el aire «v_a». Como son prácticamente iguales

$$n_a = c / v_a = 1$$

El ángulo límite entre el diamante y el aire es λ_d :

$$n_d \text{ sen } \lambda_d = n_a \text{ sen } 90º = 1$$

$$\lambda_d = \text{arc sen } (1 / n_d) = \text{arc sen } (1 / 2{,}52) = 23º$$

Análogamente para el vidrio:

$$\lambda_v = \text{arc sen } (1 / 1{,}27) = 52º$$

Las otras opciones:
A. De la definición de índice de refracción,

$$n = c / v$$

queda

$$v_d = c / n_d = 3\times10^8 \text{ [m/s]} / 2{,}52 = 1{,}2\times10^8 \text{ m/s}$$

$$v_v = c / n_v = 3\times10^8 \text{ [m/s]} / 1{,}27 = 2{,}4\times10^8 \text{ m/s}$$

C. Cuando la luz pasa de un medio más denso ópticamente (diamante) a otro menos denso (vidrio) el rayo refractado se aleja de la normal (el ángulo de incidencia es menor que el ángulo de refracción)

3.- En la desintegración β⁻.
A) El número atómico aumenta una unidad.
B) El número másico aumenta una unidad.
C) Ambos permanecen constantes.

Solución: A

Una desintegración β⁻ es una emisión de un electrón del núcleo, que se produce por la transformación de un neutrón en un protón.

$$^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\text{H} + {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{0}_{0}\bar{\nu}_{e}$$

Por las leyes de conservación de la carga y el número másico

$$^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\text{Y} + {}^{0}_{-1}\text{e}$$

CUESTIÓN PRÁCTICA:

Cuando en el laboratorio mides *g* con un péndulo simple: a) ¿Cuántas oscilaciones conviene medir? b) ¿Qué precauciones se deben tomar con la amplitud de las oscilaciones? c) ¿Influye la masa del péndulo en la medida de *g*?

Solución:

a) Se suelen medir 10 o 20 oscilaciones para aumentar la precisión del período, ya que éste se calcula dividiendo el tiempo de *N* oscilaciones entre el número de ellas

$$T = t / N$$

Un número demasiado grande de oscilaciones puede dar lugar a que cometamos errores al contarlas.

b) La amplitud de las oscilaciones debe ser pequeña. En teoría una aproximación aceptable es que sean menores de 15º. Como no usamos un transportador de ángulos, separaremos lo menos posible el hilo de la vertical, especialmente cuando la longitud del péndulo sea pequeña.

c) No influye. La ecuación del período *T* del péndulo es independiente de la masa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

y sólo depende de la longitud « *l*» del péndulo. Esto se comprueba en el laboratorio sustituyendo la masa y volviendo a medir el período (o midiendo los períodos de distintos péndulos de la misma longitud pero de los que cuelgan distintas masas)

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña
Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.