CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU (LOXSE)**	**Código:**
	Xuño 2004	**22**

FÍSICA

Elegir y desarrollar una de las dos opciones propuestas.
Puntuación máxima: Problemas 6 puntos (1,5 cada apartado) Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica)
No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones teóricas. Puede usarse calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.

OPCIÓN 1

PROBLEMAS

1.- Un resorte de masa despreciable se estira 0,1 m cuando se le aplica una fuerza de 2,45 N. Se fija en su extremo libre una masa de 0,085 kg y se estira 0,15 m a lo largo de una mesa horizontal a partir de su posición de equilibrio y se suelta dejándolo oscilar libremente sin rozamiento. Calcula: a) La constante elástica del resorte y el período de oscilación. b) La energía total asociada a la oscilación y las energías potencia] y cinética cuando $x = 0{,}075$ m.

2.- Una muestra radiactiva disminuye desde 10^{15} a 10^{9} núcleos en 8 días. Calcula: a) La constante radiactiva λ y el período de semidesintegración $T_{1/2}$. b) La actividad de la muestra una vez transcurridos 20 días desde que tenía 10^{11} núcleos.

CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones:

1.- En torno al Sol giran dos planetas cuyos períodos de revolución son $3{,}66\times10^{2}$ días y $4{,}32\times10^{2}$ días respectivamente. Si el radio de la órbita del primero es $1{,}49\times10^{11}$ m, la órbita del segundo es: A) La misma. B) Menor. C) Mayor.

2.- Se dispone de un hilo infinito, recto y con corriente eléctrica I. Una carga eléctrica $+q$ próxima al hilo moviéndose paralelamente a él y en el mismo sentido que la corriente: A) Será atraída. B) Será repelida. C) No experimentará ninguna fuerza.

3.- Tres colores de la luz visible, el azul el amarillo y el rojo, coinciden en que: A) Tienen la misma energía. B) Tienen la misma longitud de onda. C) Se propagan en el vacío con la misma velocidad.

CUESTIÓN PRÁCTICA: En la práctica de la lente convergente explica si hay alguna posición del objeto para la que la imagen sea virtual y derecha, y otra para la que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño que el objeto.

OPCIÓN 2

PROBLEMAS

1.- Por una cuerda tensa se propaga una onda transversal con amplitud 5 cm, frecuencia 50 Hz y velocidad de propagación 20 m/s. Calcula: a) La ecuación de onda $y(x, t)$. b) Los valores del tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 1$ m.

2.- Dos cargas puntuales negativas e iguales, de -10^{-3} μC, se encuentran sobre el eje de abscisas, separadas una distancia de 20 cm. A una distancia de 50 cm sobre la vertical que pasa por el punto medio de la línea que las une, se coloca una tercera partícula (puntual) de carga de $+10^{-3}$ μC y 1 g de masa, inicialmente en reposo. Calcula: a) El campo y potencial eléctrico creado por las de los primeras en la posición inicial de la tercera. b) La velocidad de la tercera carga al llegar al punto medio de la línea de unión entre las de los primeras. (Datos 1 μC = 10^{-6} C, $K = 9\times10^{9}$ N·m²/C²) (Solo se considera la interacción electrostática)

CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones

1.- El ángulo límite en la refracción agua /aire es de 48,61º. Si se tiene otro medio en el que la velocidad de la luz sea $v_{\text{medio}} = 0.878\ v_{\text{agua}}$, el nuevo ángulo límite (medio/aire) será: A) Mayor. B) Menor. C) No se modifica.

2.- Para un satélite geoestacionario el radio de su órbita se obtiene mediante la expresión:
A) $R = (T^2GM / 4\pi^2)^{1/3}$. B) $R = (T^2g_0R_T / 4\pi^2)^{1/2}$. C) $R = (TGM^2 / 4\pi^2)^{1/3}$.

3.- Un vehículo espacial se aleja de la Tierra con una velocidad de 0,5 c (c = velocidad de la luz). Desde la Tierra se envía una señal luminosa y la tripulación mide la velocidad de la señal obteniendo el valor:
A) 0,5 c. B) c. C) 1,5 c.

CUESTIÓN PRÁCTICA: En la práctica de medida de g con un péndulo: ¿Cómo conseguirías (sin variar el valor de g) que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo?

Soluciones

OPCIÓN 1

PROBLEMAS

1. Un resorte de masa despreciable se estira 0,1 m cuando se le aplica una fuerza de 2,45 N. Se fija en su extremo libre una masa de 0,085 kg y se estira 0,15 m a lo largo de una mesa horizontal a partir de su posición de equilibrio y se suelta dejándolo oscilar libremente sin rozamiento. Calcula:
a) La constante elástica del resorte y el período de oscilación.
b) La energía total de la oscilación y las energías potencial y cinética cuando x = 0,075 m.

Rta.: a) k = 24,5 N/m; T = 0,37 s; b) E = 0,28 J; E_p = 0,07 J; E_c = 0,21 J

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa que realiza el M.A.S.	$m = 0{,}085$ kg
Fuerza aplicada	$F_a = 2{,}45$ N
Alargamiento	$\Delta x = 0{,}100$ m
Posición inicial	$x_0 = 0{,}150$ m
Amplitud (elongación máxima)	$A = x_0 = 0{,}150$ m
Incógnitas	
Constante elástica del resorte	k
Período de oscilación	T
Energía mecánica	E
Energía cinética para x = 0,0750 m	E_c
Energía potencial para x = 0,0750 m	E_p
Otros símbolos	
Elongación	x
Pulsación (frecuencia angular)	$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi / T$
Fase inicial	φ_0
Fuerza recuperadora elástica	F
Ecuaciones	
De movimiento en el M.A.S.	$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Relación entre la aceleración a y la elongación x	$a = -\omega^2 \cdot x$
Ley de Hooke: fuerza recuperadora elástica	$F = -k \cdot x$
2ª ley de Newton	$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Energía potencial elástica	$E_p = ½\, k \cdot x^2$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Energía mecánica	$E = (E_c + E_p) = ½\, k \cdot A^2$

Solución:

a) En el equilibrio la fuerza elástica contrarresta a la fuerza aplicada

$$F_a = k \cdot \Delta x$$

$$2{,}45\ [\text{N}] = k \cdot 0{,}100\ [\text{m}]$$

$$k = 24{,}5\ \text{N/m}$$

Cuando oscila, la fuerza resultante es la fuerza elástica.

$$-k \cdot x = m \cdot a = m\,(-\omega^2 \cdot x)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$24{,}5\ [\text{N/m}] = 0{,}085\ [\text{kg}] \cdot \omega^2$$

$$\omega = 17{,}0\ \text{rad/s} = 2\pi \cdot f$$

$$f = 2{,}70\ \text{s}^{-1}$$

$$T = 1 / f = 0{,}370\ \text{s}$$

b)

$$E = 24,5 \text{ [N/m]} \cdot (0,150 \text{ [m]})^2 /2 = 0,276 \text{ J}$$

Energía potencial para x = 0,075 m:

$$E_p = ½\, k \cdot x^2 = 24,5 \text{ [N/m]} (0,075 \text{ [m]})^2 / 2 = 6,89×10^{-2} \text{ J}$$

Energía cinética para x = 0,075 m:

$$E_c = E - E_p = 0,276 - 6,89×10^{-2} = 0,207 \text{ J}$$

2.- Una muestra radiactiva disminuye desde 10^{15} la 10^9 núcleos en 8 días. Calcula:
a) La constante radiactiva λ y el período de semidesintegración $T_{1/2}$.
b) La actividad de la muestra una vez transcurridos 20 días desde que tenía 10^{15} núcleos.
Rta.: a) $\lambda = 2×10^{-5}$ s^{-1}; $T_{1/2}$ = 9 horas; b) A(20 días) ≈ 0

Datos	***Cifras significativas: 1***
Cantidad inicial (núcleos)	$N_0 = 10^{15}$ núcleos
Cantidad al cabo de 8 días (núcleos)	$N = 10^9$ núcleos
Tiempo transcurrido	t = 8 días = $7×10^5$ s
Tiempo para el cálculo de la actividad	t' = 20 días = $2×10^6$ s
Incógnitas	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Período de semidesintegración	$T_{1/2}$
Actividad radiactiva	A
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0\, e^{-\lambda t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
	Cuando $t = T_{1/2},\ N = N_0 / 2$ $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$

Solución:

a)

$$\lambda = \ln (N_0 / N) / t = \ln (10^6) / 7×10^5 \text{ [s]} = 2×10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 3×10^4 \text{ s} \approx 9 \text{ horas}$$

b) De la ley de desintegración, a los 20 días,

$$N = N_0\, e^{-\lambda t} = 10^{15}\, e^{-40} = 1 \text{ núcleo}$$

*Este resultado indica que la ley estadística de la desintegración deja de ser válida, ya que el número de átomos es demasiado pequeño. (Es como si se quisiera aplicar el dato de la esperanza de vida de una mujer (*83 años*) para deducir que una mujer concreta – María – moriría a los* 83 años*). Para un átomo en concreto, sólo se puede decir que la probabilidad de que se desintegre en el período de semidesintegración es del* 50 %.
Como no se puede calcular la cantidad de núcleos que quedan (pueden ser unos pocos o ninguno), la actividad tampoco se puede calcular (unas 10^{-4} *o* 10^{-5} Bq *o ninguna). teniendo en cuenta de* 10^{-4} Bq *es una desintegración cada* 3 horas*, un contador Geiger no detectaría actividad en la muestra al cabo de esos* 20 días*)*

CUESTIONES TEÓRICAS:

1.- En torno al Sol giran dos planetas cuyos períodos de revolución son $3,66×10^2$ días y $4,32×10^2$ días respectivamente. Si el radio de la órbita del primero es $1,49×10^{11}$ m, la órbita del segundo es:
A) La misma.
B) Menor.
C) Mayor.

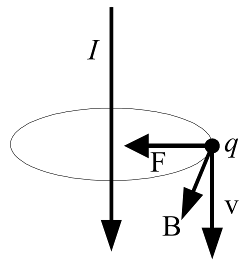
Solución: C

Por la tercera ley de Kepler, los cuadrados de los períodos de los planetas son directamente proporcionales a los cubos de los radios (en una aproximación circular) de las órbitas.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{R_1^3}{R_2^3} \Rightarrow R_2=R_1\sqrt[3]{\frac{T_2^2}{T_1^2}}=1{,}49\times10^{11}\sqrt[3]{\left(\frac{4{,}32\times10^2\text{ días}}{3{,}66\times10^2\text{ días}}\right)^2}=1{,}57\times10^{11}\text{ m}$$

2.- Se dispone de un hilo infinito recto y con corriente eléctrica *I*. Una carga eléctrica +*q* próxima al hilo moviéndose paralelamente a él y en el mismo sentido que la corriente:
A) Será atraída.
B) Será repelida.
C) No experimentará ninguna fuerza.

Solución: A



A partir de la aplicación de la ley de Lorentz que da la fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ ejercida por un campo magnético sobre una carga *q* que se mueve con una velocidad $\boldsymbol{v}$:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

y de la ley de Biot-Savart que da el campo magnético creado por un hilo indefinido por el que pasa una intensidad de corriente *I*, en un punto que dista *d* del hilo

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\Pi d}$$

y de la dirección del campo magnético dada por la regla de la mano derecha, podremos conocer las direcciones de las fuerzas debidas la acción mutua entre corrientes.
La fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ (debida a la corriente *I*) sobre la carga +*q* que se mueve paralelamente y en el mismo sentido que la corriente se rige por la regla de la mano izquierda.

3.- Tres colores de la luz visible, el azul, el amarillo y el rojo, coinciden en que:
A) Poseen la misma energía.
B) Poseen la misma longitud de onda.
C) Se propagan en el vacío con la misma velocidad.

Solución: C

Los colores de la luz visible son ondas electromagnéticas que, por definición, se propagan en el vacío con la velocidad *c* de 300 000 km/s. Se distinguen entre ellos en su frecuencia *f* y en su longitud de onda $\lambda = c / f$. La energía de una onda depende del cuadrado de la frecuencia y del cuadrado de la amplitud, por lo que la energía que transporta no tiene por que ser la misma.

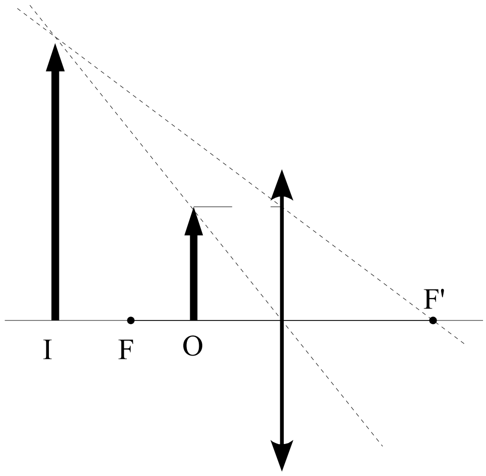
CUESTIÓN PRÁCTICA:

En la práctica de la lente convergente explica si hay alguna posición del objeto para la que la imagen sea virtual y derecha, y otra para la que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño que el objeto.

Solución:

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo «1» en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes



$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

ya que si la imagen es derecha, $y' > 0$,
y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - s'}{s' f'}$$

$$s = \frac{s' f'}{f' - s'}$$

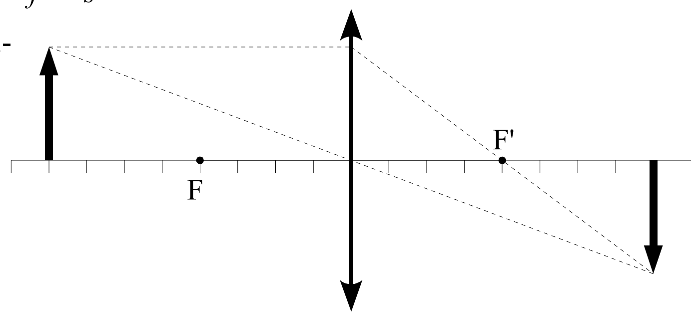
Como $f' > 0$ y $s' < 0$

$$f' - s' > |s'|$$

$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

En cuanto a la imagen real, las ecuaciones de las lentes nos dan que la posición del objeto para que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño ($y' = -y$) es:



$$s' = -s$$

$$2 / s = 1 / f$$

$$s = 2 f$$

El esquema de la marcha de los rayos es:

OPCIÓN 2

PROBLEMAS

1.- Por una cuerda tensa se propaga una onda transversal con amplitud 5 cm, frecuencia 50 Hz y velocidad de propagación 20 m/s. Calcula:
a) La ecuación de onda $y(x,t)$
b) Los valores del tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 1$ m.
Rta.: a) $y = 0{,}05 \operatorname{sen}(100\pi\, t - 5\pi\, x)$ [m]; b) $t = 0{,}055 + 0{,}02\, n$ [s], (n = 0, 1, 2 ...)

Datos	***Cifras significativas: 2***
Amplitud	$A = 5{,}0$ cm $= 0{,}050$ m
Frecuencia	$f = 50$ Hz $= 50$ s^{-1}
Velocidad de propagación	$v_p = 20$ m/s
Incógnitas	
Ecuación de la onda	$y(x,t)$
Tiempo para los que $y(x,t)$ es máxima en la posición $x = 1$ m	t
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Período	T
Longitud de onda	λ

Ecuaciones

De una onda armónica unidimensional $y = A \cdot \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$

Frecuencia $f = 1 / T$

Relación entre la longitud de onda y la frecuencia $v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Período: $T = 1 / f = 1 / 50\ [\text{s}^{-1}] = 0{,}020$ s

Longitud de onda: $\lambda = v / f = 20\ [\text{m/s}] / 50\ [\text{s}^{-1}] = 0{,}40$ m

Ecuación de onda:

$$y = 0{,}050 \cdot \text{sen}(100\pi\, t - 5\pi\, x)\ [\text{m}]$$

b) y es máxima cuando sen $\varphi = 1$, lo que corresponde a un ángulo de $\varphi = \pi/2$ [rad] en la primera circunferencia. Si suponemos que se refiere a una y máxima en valor absoluto, $\varphi = \pm\, \pi / 2$ [rad], y, en general

$$\varphi = \pi/2 + n\,\pi\ [\text{rad}]$$

siendo n un número natural ($n = 0, 1, 2....$)

Igualando y sustituyendo $x = 1{,}0$ m

$$100\,\pi\, t - 5\pi = \pi/2 + n\,\pi$$

$$t = 0{,}055 + 0{,}010\, n\ [\text{s}]$$

Análisis: La primera vez que la elongación es máxima para x = 1,0 m *es (n = 0) para t =* 0,055 s. *Como el período es T =* 0,020 s*, volverá a ser máximo cada* 0,020 s*, y máximo en valor absoluto cada medio ciclo* 0,010 s.

2.- Dos cargas puntuales negativas iguales, de -10^{-3} μC, se encuentran sobre el eje de abscisas, separadas una distancia de 20 cm. A una distancia de 50 cm sobre la vertical que pasa por el punto medio de la línea que las une, se coloca una tercera partícula (puntual) de carga de $+10^{-3}$ μC y 1 g de masa, inicialmente en reposo. Calcula:
a) El campo y potencial eléctrico creado por las dos primeras en la posición inicial de la tercera.
b) La velocidad de la tercera carga al llegar al punto medio de la línea de unión entre las dos primeras.
Datos 1 μC = 10^{-6} C, *K* = 9×10^{9} N·m²/C² (sólo se considera la interacción electrostática)

Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = 67{,}9$ N/C vertical hacia el eje de abscisas. $V = -35{,}3$ V; b) $\overline{\boldsymbol{v}}_D = -0{,}017\ \overline{\mathbf{j}}$ m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto A: (-0,100, 0) m	$Q_A = -1{,}00\times10^{-3}$ μC $= -1{,}00\times10^{-9}$ C
Valor de la carga situada en el punto B: (0,100, 0) m.	$Q_B = -1{,}00\times10^{-3}$ μC $= -1{,}00\times10^{-9}$ C
Valor de la carga situada en el punto C: (0, 0,500) m	$Q_C = 1{,}00\times10^{-3}$ μC $= 1{,}00\times10^{-9}$ C
Masa de la partícula que se desplaza	$m = 1{,}00$ g $= 1{,}00\times10^{-3}$ kg
Velocidad inicial en el punto C	$v_C = 0$
Punto por lo que pasa	D (0, 0) m
Constante eléctrica	$K = 9{,}00\times10^{9}$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidad del campo electrostático en el punto C	E_C
Potencial electrostático en el punto C	V_C
Velocidad que tendrá al pasar por el punto D	v_D
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r	$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$

Ecuaciones

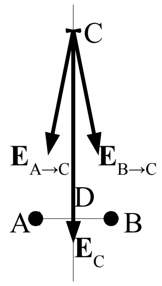
Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga q desde un punto A hasta otro punto B — $W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r — $V = K\dfrac{Q}{r}$

Potencial electrostático de varias cargas — $V = \sum V_i$

Energía potencial electrostática de una carga en un punto A — $E_{PA} = q\,V_A$

Solución:



a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el vector $\overline{\boldsymbol{E}}_C$ intensidad de campo resultante.
Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(0{,}100\ [\mathrm{m}])^2 + (0{,}500\ [\mathrm{m}])^2} = 0{,}510\ \mathrm{m}$$

El vector unitario del punto C, $\overline{\boldsymbol{u}}_{AC}$ respecto a A es:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(0{,}100\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}500\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{0{,}510\ [\mathrm{m}]} = 0{,}196\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}981\,\vec{\mathbf{j}}$$

La intensidad de campo electrostático debida a la carga de la en el punto C es:

$$\vec{E}_{A\to C} = 9{,}00\times10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{-1{,}00\times10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}510\ [\mathrm{m}])^2}(0{,}196\,\vec{i} + 0{,}981\,\vec{j}) = (-6{,}79\,\vec{i} - 33{,}9\,\vec{j})\ \mathrm{N/C}$$

Por simetría,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{B\to C} = (6{,}79\ \bar{\mathbf{i}} - 33{,}9\ \bar{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{A\to C} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B\to C} = (-6{,}79\ \bar{\mathbf{i}} - 33{,}9\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (6{,}79\ \bar{\mathbf{i}} - 33{,}9\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = -67{,}9\ \bar{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: Se ve que la fuerza resultante del cálculo es vertical hacia abajo, coherente con el dibujo que se había hecho.

El potencial en el punto C debido a cada carga vale lo mismo, porque la distancia es la misma (están situadas simétricamente) y el valor de la carga también es el mismo.

$$V_C = 2\cdot V_{A\to C} = 2\cdot 9{,}00\times10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-1{,}00\times10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}510\ [\mathrm{m}])} = -35{,}3\ \mathrm{V}$$

b) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa, y es la única que hay que tener en cuenta (y muchísimo más intensa que la gravitatoria), la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$½\ m\ v_C^2 + q\cdot V_C = ½\ m\ v_D^2 + q\cdot V_D$$

El potencial en el punto D vale:

$$V_D = 2\cdot V_{A\to D} = 2\cdot 9{,}00\times10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-1{,}00\times10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}100\ [\mathrm{m}])} = -180\ \mathrm{V}$$

$$1{,}00\times10^{-9}\ [\mathrm{C}]\cdot(-35{,}3\ [\mathrm{V}]) = ½\ 1{,}00\times10^{-3}\ [\mathrm{kg}]\cdot v_D^2 + 1{,}00\times10^{-9}\ [\mathrm{C}]\cdot(-180\ [\mathrm{V}])$$

$$v_D = 0{,}017\ \mathrm{m/s}$$

Como la velocidad es un vector, hay que deducir la dirección y sentido.
Aunque el valor de la fuerza resultante y la aceleración en el origen es cero, por el valor de la fuerza calculado en el punto C y el hecho de que pase por el origen, se puede deducir que la aceleración tiene sido en la dirección del eje Y y en sentido negativo. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración. Por lo tanto la dirección de la velocidad es la del eje Y en sentido negativo

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -0{,}017\ \bar{\mathbf{j}}\ \mathrm{m/s}$$

CUESTIONES TEÓRICAS

1.- El ángulo límite en la refracción agua/aire es de 48,61º. Si se posee otro medio en el que la velocidad de la luz sea $v_{\text{medio}} = 0{,}878\ v_{\text{agua}}$, el nuevo ángulo límite (medio/aire) será:
A) Mayor.
B) Menor.
C) No se modifica.

Solución: B

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90º
Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción:

$$\text{sen } i / \text{sen } r = v_i / v_r$$

Para el ángulo límite λ_{agua} :

$$\text{sen } \lambda_{\text{agua}} / \text{sen } 90º = v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}}$$

$$\text{sen } \lambda_{\text{agua}} = v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}}$$

Con los datos:

$$v_{\text{agua}} = v_{\text{aire}} \cdot \text{sen } \lambda_{\text{agua}} = 0{,}75\ v_{\text{aire}}$$

Para un nuevo medio en el que $v_{\text{medio}} = 0{,}878\ v_{\text{agua}}$,

$$v_{\text{medio}} < v_{\text{agua}}$$

$$(\text{sen } \lambda_{\text{medio}} = v_{\text{medio}} / v_{\text{aire}}) < (v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}} = \text{sen } \lambda_{\text{agua}})$$

$$\lambda_{\text{medio}} < \lambda_{\text{agua}}$$

Con los datos:

$$\text{sen } \lambda_{\text{medio}} = 0{,}878\ v_{\text{agua}} / v_{\text{aire}} = 0{,}878 \cdot 0{,}75\ v_{\text{aire}} / v_{\text{aire}} = 0{,}66$$

$$\lambda_{\text{medio}} = 41º < 48{,}61º$$

2.- Para un satélite geoestacionario el radio de su órbita se obtiene mediante la expresión:
A) $R = (T^2 \cdot G \cdot M / 4\pi^2)^{1/3}$
B) $R = (T^2 \cdot g_0 \cdot R_T / 4\pi^2)^{1/2}$
C) $R = (T \cdot G \cdot M^2 / 4\pi^2)^{1/3}$

Solución: A

Un satélite geoestacionario es el que se encuentra en la vertical del mismo punto de la Tierra, o sea, que tiene el mismo período de rotación alrededor de la Tierra que el de la Tierra sobre su eje.
La fuerza que ejerce la Tierra sobre el satélite geoestacionario(ley de la Gravitación de Newton) es:

$$\vec{F} = -G \frac{M\,m}{r^2} \vec{u}_r$$

En la órbita circular (M.C.U.) sólo hay aceleración normal:

$$|\vec{a}| = a_N = \frac{v^2}{R}$$

y la velocidad es:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Como sólo actúa $\overline{F}_G$

$$\left|\sum \vec{F}\right|=|\vec{F}_G|=m|\vec{a}|=m\,a_{\mathrm{N}}=m\frac{v^2}{R}$$

$$G\frac{M\,m}{R^2}=m\frac{v^2}{R}=m\frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R}$$

$$R=\sqrt[3]{\frac{G\,M\,T^2}{4\,\pi^2}}$$

siempre que *T* sea 24 horas = $8{,}64\times10^4$ s, *M* sea la masa de la Tierra y *G* la constante de la gravitación universal.

3.- Un vehículo espacial se aleja de la Tierra con una velocidad de 0,5 *c* (*c* = velocidad de la luz). Desde la Tierra se envía una señal luminosa y la tripulación mide la velocidad de la señal obteniendo el valor:
A) 0,5 *c*
B) *c*
C) 1,5 *c*

Solución: B

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde el que se mida.

CUESTIÓN PRÁCTICA:

En la práctica de medida de *g* con un péndulo, ¿como conseguirías (sin variar el valor de *g*) que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo?

Solución:

Para conseguir duplicar la frecuencia, o lo que es lo mismo, disminuir a la mitad el período, habría que hacer la longitud del péndulo 4 veces menor, ya que el período de un péndulo ideal viene dado por la ecuación:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Si $l' = l / 4$

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{l/4}{g}}=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=\frac{T}{2}$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña
Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.