

FÍSICA

Elegir y desarrollar una de las dos opciones propuestas.

Puntuación máxima: Problemas 6 puntos (1,5 cada apartado) Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica)

No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones teóricas. Puede usarse calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.

OPCIÓN 1

PROBLEMAS

1.- Un satélite artificial de 300 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de 36 378 km de radio. Calcula: a) La velocidad del satélite en la órbita. b) La energía total del satélite en la órbita.

Datos: $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6 \text{ 378 km}$

2.- Un protón penetra en una zona donde hay un campo magnético de 5 T, con una velocidad de $1000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ y dirección perpendicular al campo. Calcula: a) El radio de la órbita descrita. b) La intensidad y sentido de un campo eléctrico que al aplicarlo anule el efecto del campo magnético. (Haz un dibujo del problema)

Datos: $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones:

1.- En una esfera conductora cargada en equilibrio electrostático se cumple que: A) El potencial eléctrico en el interior es constante. B) El campo interior es función de la distancia al centro. C) La carga eléctrica se distribuye uniformemente por todo el volumen.

2.- La energía de una onda es proporcional: A) Al cuadrado de la amplitud. B) A la inversa de la frecuencia. C) A la longitud de onda.

3.- En las lentes divergentes la imagen siempre es: A) Derecha, mayor y real. B) Derecha, menor y virtual. C) Derecha, menor y real.

CUESTIÓN PRÁCTICA: Se midieron en el laboratorio los siguientes valores de masas y períodos de oscilación de un resorte. Obtén a partir de ellos el valor de la constante elástica.

T (s)	3,52	3,91	4,12	4,24	4,35
m (kg)	0,62	0,75	0,85	0,90	0,95

OPCIÓN 2

PROBLEMAS

1.- Un resorte de masa despreciable se estira 10 cm cuando se le cuelga una masa de 200 g. La continuación el sistema formado por el resorte y la masa se estira con la mano otros 5 cm y se suelta en el instante $t = 0 \text{ s}$. Calcula: a) La ecuación del movimiento que describe el sistema. b) La energía cinética y potencial cuando la elongación $y = 3 \text{ cm}$. Dato: $g = 9,80 \text{ m/s}^2$

2.- Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm y verticalmente sobre el eje de una lente delgada convergente de 25 cm de distancia focal. Calcula: a) La posición de la imagen. b) El tamaño de la imagen. (Haz un dibujo del problema)

CUESTIONES TEÓRICAS: Razona las respuestas a las siguientes cuestiones

1.- Un electrón y un protón describen órbitas circulares en un mismo campo B uniforme y con la misma energía cinética: A) La velocidad del protón es mayor. B) El radio de la órbita del protón es mayor. C) Los períodos de rotación son los mismos. (Dato: $m_p \gg m_e$)

2.- Un satélite gira alrededor de un planeta describiendo una órbita elíptica ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante?: A) Momento angular. B) Momento lineal. C) Energía potencial.

3.- En el efecto fotoeléctrico: A) La energía cinética de los electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente. B) Hay una frecuencia mínima para la luz incidente. C) El trabajo de extracción no depende de la naturaleza del metal.

CUESTIÓN PRÁCTICA: En la práctica del péndulo: ¿depende el período del ángulo de oscilación? ¿Cuánto varía el período si se aumenta la longitud un 20 %?

Soluciones

OPCIÓN 1

PROBLEMAS

1. Un satélite artificial de 300 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de 36 378 km de radio. Calcula:

- a) La velocidad del satélite en la órbita.
b) La energía total del satélite en la órbita.

Datos: $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6\,378 \text{ km}$

Rta.: a) $v = 3,31 \text{ km/s}$; b) $E = -1,64 \times 10^9 \text{ J}$

Datos

Radio de la Tierra

Radio de la órbita

Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra

Masa del satélite en la superficie de la Tierra

Incógnitas

Valor de la velocidad del satélite en su órbita alrededor de la Tierra.

Energía (mecánica) total del satélite en órbita

Otros símbolos

Masa de la Tierra

Constante de la gravitación universal

Ecuaciones

Ley de Newton de la gravitación universal

(aplicada a la fuerza que ejerce la Tierra esférica sobre el satélite puntual)

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio r)

2ª ley de Newton de la Dinámica

Energía cinética

Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)

Cifras significativas: 4

$R_T = 6\,378 \text{ km} = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$

$r_{\text{orb}} = 36\,378 \text{ km} = 3,64 \times 10^7 \text{ m}$

$g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$

$m = 300 \text{ kg}$

v

E

M_T

G

$$F_G = G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}^2}$$

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_p = -G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}}$$

Solución:

a) Como la única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra,

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_G$$

$$m a = F_G$$

El satélite describe una trayectoria aproximadamente circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N ,

$$m \frac{v^2}{r_{\text{orb}}} = G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}^2}$$

Como no se tienen los datos de la constante de la gravitación universal ni de la masa de la Tierra, habrá que tener en cuenta que en la superficie de la Tierra, el peso de un cuerpo mg_0 es igual a la fuerza gravitatoria

$$m g_0 = G \frac{M_T m}{R_T^2}$$

$$G M_T = g_0 R_T^2$$

$$v = \sqrt{\frac{G M_T}{r_{\text{orb}}}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{r_{\text{orb}}}} = \sqrt{\frac{9,80 \text{ [m/s}^2] \cdot (6,38 \times 10^6 \text{ [m]})^2}{3,64 \times 10^7 \text{ [m]}}} = 3,31 \times 10^3 \text{ m/s} = 3,31 \text{ km/s}$$

Análisis: Se espera que un objeto que se mueva alrededor de la Tierra tenga una velocidad de algunos km/s. El resultado de 5,60 km/s está dentro del orden de magnitud.

b) La energía (mecánica) total es la suma de las energías cinética y potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v_{\text{orb}}^2 + \left(-G \frac{M_T m}{r_{\text{orb}}} \right) = \frac{1}{2} m v_{\text{orb}}^2 - \frac{g_0 R_T^2 m}{r_{\text{orb}}}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 300 \text{ [kg]} (3,31 \times 10^3 \text{ [m/s]})^2 - \frac{9,80 \text{ [m/s}^2] \cdot (6,38 \times 10^6 \text{ [m]})^2 \cdot 300 \text{ [kg]}}{3,64 \times 10^7 \text{ [m]}} = -1,64 \times 10^9 \text{ J}$$

2.- Un protón penetra en una zona donde hay un campo magnético de 5 T, con una velocidad de 1 000 m·s⁻¹ y dirección perpendicular al campo. Calcula:

a) El radio de la órbita descrita.

b) La intensidad y sentido de un campo eléctrico que al aplicarlo anule el efecto del campo magnético. (Haz un dibujo del problema)

Datos: $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Rta.: a) $R = 2,09 \mu\text{m}$; b) $E = 5 \text{ kV/m}$

Datos

- Valor de la velocidad inicial del protón.
- Valor de la intensidad del campo magnético
- Carga de la partícula
- Ángulo entre la velocidad de la partícula y el campo
- Masa de la partícula
- Tiempo para calcular el número de vueltas

Cifras significativas: 3

- $v_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ m/s}$
- $B = 5,00 \text{ T}$
- $q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $\varphi = 90^\circ$
- $m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- $t = 1 \text{ min} = 60,0 \text{ s}$

Incógnitas

- Radio de la trayectoria circular
- Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

$$\frac{R}{\vec{E}}$$

Otros símbolos

- Valor de la fuerza magnética sobre el electrón
- Vector fuerza eléctrica sobre el protón

$$\frac{F_B}{F_E}$$

Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga q que se desplaza en el in- $\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$ terior de un campo magnético \vec{B} con una velocidad \vec{v}

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2ª ley de Newton de la Dinámica

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Fuerza electrostática ejercida por un campo electrostático \vec{E}

$$\vec{F}_E = q_p \vec{E}$$

Solución:

a) Como sólo actúa la fuerza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

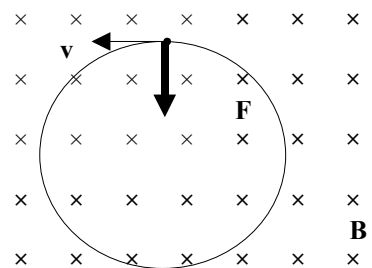
La partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| B v \text{ sen } \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio R

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot \text{sen } \varphi} = \frac{1,67 \times 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot 1,00 \times 10^3 \text{ [m/s]}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 5,00 \text{ [T]} \cdot \text{sen } 90^\circ} = 2,09 \times 10^{-6} \text{ m}$$



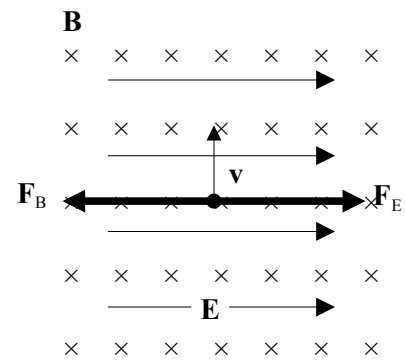
b) Si la fuerza eléctrica anula la magnética,

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = q_p \vec{E} + q_p (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B})$$

En módulo:

$$E = v \cdot B = 1,00 \times 10^3 \text{ [m/s]} \cdot 5,00 \text{ [T]} = 5,00 \times 10^3 \text{ N/C} = 5,00 \text{ kV/m}$$



CUESTIONES TEÓRICAS:

1.- En una esfera conductora cargada en equilibrio electrostático se cumple que:

- A) El potencial eléctrico en el interior es constante.
- B) El campo interior es función de la distancia al centro.
- C) La carga eléctrica se distribuye uniformemente por todo el volumen.

Solución: C

La intensidad \vec{E} de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nulo. Si no fuese así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.

Como la diferencia de potencial entre dos puntos $V_A - V_B$ es:

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Al ser nula la intensidad del campo, también lo será la diferencia de potencial entre dos puntos,

$$V_A - V_B = 0$$

o sea, el potencial será constante.

$$V_A = V_B$$

2.- La energía de una onda es proporcional

- A) Al cuadrado de la amplitud.
- B) A la inversa de la frecuencia.
- C) A la longitud de onda.

Solución: C

La energía que transporta una onda material armónica unidimensional es la suma de la cinética y de potencial:

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{máx}}^2$$

La ecuación de la onda armónica unidimensional es: $y = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$

Derivando con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = -A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

que es máxima cuando $-\text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x) = 1$,

$$v_{\text{máx}} = A \cdot \omega$$

Sustituyendo en la ecuación de la energía:

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2$$

Como la pulsación ω o frecuencia angular es proporcional a la frecuencia f : $\omega = 2\pi \cdot f$

$$E = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 (2\pi \cdot f)^2 = 2\pi^2 m \cdot A^2 \cdot f^2$$

La energía que transporta una onda es proporcional a los cuadrados de la frecuencia y de la amplitud.

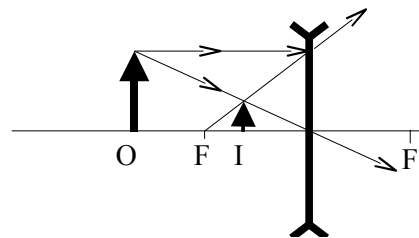
3.- En las lentes divergentes la imagen siempre es:

- A) Derecha, mayor y real.
- B) Derecha, menor y virtual.
- C) Derecha, menor y real.

Solución: B

Derecha, menor y virtual.

De acuerdo con la representación gráfica:



CUESTIÓN PRÁCTICA:

Se midieron en el laboratorio los siguientes valores de masas y períodos de oscilación de un resorte. Obtén a partir de ellos el valor de la constante elástica.

T (s)	3,52	3,91	4,12	4,24	4,35
m (kg)	0,62	0,75	0,85	0,90	0,95

Solución:

De las ecuaciones de la ley de Hooke ($F = -k \cdot x$) y la 2ª ley de Newton ($F = m \cdot a$), junto con el hecho de que en un M.A.S. la aceleración es proporcional a la elongación ($a = -\omega^2 \cdot x$), resulta

$$-k \cdot x = m (-\omega^2 \cdot x)$$

$$k = \omega^2 m = 4 \pi^2 m / T^2$$

De poderse hacer un ajuste por mínimos cuadrados de la recta T^2 frente a la m ($T^2 = 4\pi^2 m / k$), la pendiente de la misma ($19,6 = 4\pi^2 / k$) nos daría el valor de la constante k . ($k = 2,02 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$)

Lo más fácil es calcular la constante de la ecuación $k = 4 \pi^2 m / T^2$ y calcular el valor medio de k .

T (s)	3,52	3,91	4,12	4,24	4,35
m (kg)	0,62	0,75	0,85	0,90	0,95
T^2 (s ²)	12,4	15,3	17,0	18,0	18,9
k (N·m ⁻¹)	1,98	1,94	1,98	1,98	1,98

que da un valor medio de $k = 1,97 \pm 0,01 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

(Dadas las cifras significativas de la masa, es mejor escribir: $k = 2,0 \pm 0,1 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$)

OPCIÓN 2

PROBLEMAS

1.- Un resorte de masa despreciable se estira 10 cm cuando se le cuelga una masa de 200 g. La continuación el sistema formado por el resorte y la masa se estira con la mano otros 5 cm y se suelta en el instante $t = 0$ s. Calcula:

- a) La ecuación del movimiento que describe el sistema.
- b) La energía cinética y potencial cuando la elongación $y = 3$ cm.

Dato: $g = 9,80 \text{ m/s}^2$

Rta.: a) $y = 0,05 \cos(9,9 t)$ [m]; b) $E_c = 15,7 \times 10^{-3} \text{ J}$; $E_p = 8,8 \times 10^{-3} \text{ J}$

Datos

- Masa que realiza el M.A.S.
- Alargamiento
- Posición inicial
- Amplitud (elongación máxima)

Incógnitas

Cifras significativas: 3

- $m = 200 \text{ g} = 0,200 \text{ kg}$
- $\Delta y = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$
- $y_0 = 5,00 \text{ cm} = 0,0500 \text{ m}$
- $A = y_0 = 0,0500 \text{ m}$

Datos

Ecuación del movimiento armónico: ω : pulsación (frecuencia angular)

φ_0 : fase inicial

Energía cinética para $y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$

Energía potencial para $y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$

Otros símbolos

Constante elástica del resorte

Pulsación (frecuencia angular)

Fase inicial

Fuerza recuperadora elástica

Ecuaciones

De movimiento en el M.A.S.

Relación entre la aceleración a y la elongación y

Ley de Hooke: fuerza recuperadora elástica

2ª ley de Newton

Energía potencial elástica

Energía cinética

Energía mecánica

Cifras significativas: 3

y

E_c

E_p

k

$\omega = 2 \pi \cdot f$

φ_0

F

$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

$a = -\omega^2 \cdot y$

$F = -k \cdot y$

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$E_p = \frac{1}{2} k \cdot y^2$

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$E = (E_c + E_p) = \frac{1}{2} k \cdot A^2$

Solución:

a) Al colgar la masa de 200 g, en el equilibrio:

$$F = \text{Peso}$$

$$k \cdot \Delta y = m \cdot g$$

$$k \cdot 0,100 \text{ [m]} = 0,200 \text{ [kg]} \cdot 9,80 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$k = 19,6 \text{ N/m}$$

En el movimiento vertical, la resultante entre la fuerza recuperadora elástica y el peso es una fuerza recuperadora del tipo $F = -k \cdot y$

$$-k \cdot y = m \cdot a = m (-\omega^2 \cdot y)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$19,6 \text{ [N/m]} = 0,200 \text{ [kg]} \omega^2$$

$$\omega = 9,90 \text{ rad/s}$$

S.R. origen O: posición de equilibrio. Eje $Y+$ vertical en el sentido del alargamiento (hacia abajo)

$$y = 0,0500 \cdot \text{sen}(9,90 \cdot t + \varphi_0) \text{ [m]}$$

cuando $t = 0$, $y_0 = A = 0,0500 \text{ m}$

$$0,0500 = 0,0500 \cdot \text{sen } \varphi_0$$

$$\varphi_0 = \pi / 2$$

$$y = 0,0500 \cdot \text{sen}(9,90 \cdot t + \pi / 2) \text{ [m]}$$

Como $\text{sen}(\varphi + \pi / 2) = \text{cos } \varphi$, la ecuación puede escribirse más brevemente:

$$y = 0,0500 \cdot \text{cos}(9,90 \cdot t) \text{ [m]}$$

b) Energía mecánica:

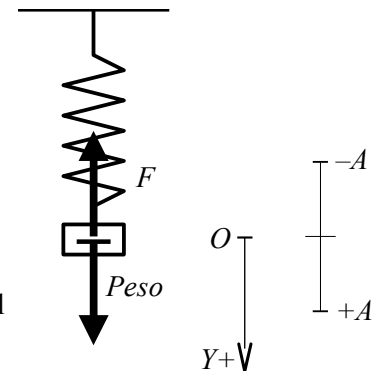
$$E = 19,6 \text{ [N/m]} (0,0500 \text{ [m]})^2 / 2 = 0,0245 \text{ J}$$

Energía potencial para $y = 3 \text{ cm}$:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot y^2 = 19,6 \text{ [N/m]} (0,0300 \text{ [m]})^2 / 2 = 8,8 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Energía cinética para $y = 3 \text{ cm}$

$$E_c = E - E_p = 0,0245 - 8,8 \times 10^{-3} = 15,7 \times 10^{-3} \text{ J}$$



2.- Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm y verticalmente sobre el eje de una lente delgada convergente de 25 cm de distancia focal. Calcula:

- a) La posición de la imagen.
b) El tamaño de la imagen. (Haz un dibujo del problema)

Rta.: a) $s' = 38$ cm; b) $y' = 1,5$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto
Posición del objeto
Distancia focal de la lente

Cifras significativas: 2

$y = 3,0$ cm = 0,030 m
 $s = -75$ cm = -0,75 m
 $f = 25$ cm = 0,25 m

Incógnitas

Posición de la imagen
Tamaño de la imagen

s'
 y'

Otros símbolos

Aumento lateral

A_L

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Aumento lateral en las lentes

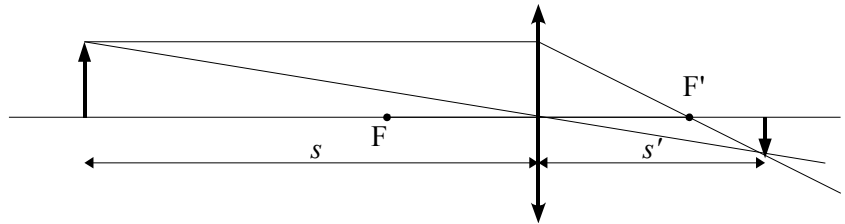
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,75 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,25 \text{ [m]}}$$

$$s' = 0,38 \text{ m}$$



Análisis: La imagen es real ya que s' es positiva, es decir a la derecha de lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes.

$$\frac{y'}{0,030 \text{ [m]}} = \frac{0,38 \text{ [m]}}{-0,75 \text{ [m]}}$$

$$y' = -0,015 \text{ m} = -1,5 \text{ cm}$$

Análisis: El signo negativo nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos están en consonancia con el dibujo.

CUESTIONES TEÓRICAS

1.- Un electrón y un protón describen órbitas circulares en un mismo campo B uniforme y con la misma energía cinética:

- A) La velocidad del protón es mayor.
B) El radio de la órbita del protón es mayor.
C) Los períodos de rotación son los mismos.
(Dato: $m_p \gg m_e$)

Solución: B

Si tienen la misma energía, la relación entre las velocidades y las masas es:

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = \frac{1}{2} m_e v_e^2$$

$$v_p = v_e \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \ll v_e$$

por lo que la primera opción no es correcta.

Debido a la fuerza magnética, que es en todo momento perpendicular a la velocidad, aparece una aceleración normal que provoca un movimiento circular uniforme. Por la 2ª ley de Newton:

$$|\vec{F}| = m |\vec{a}_N| = m |\vec{v}|^2 / R = m v^2 / R$$

Según la ley de Lorentz, la fuerza magnética \vec{F} es igual al producto vectorial de la velocidad \vec{v} de la partícula por la intensidad \vec{B} del campo magnético (inducción magnética) por la carga q de la partícula.

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow |\vec{F}| = |q| |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \varphi = q v B \sin \varphi$$

Igualando las dos expresiones,

$$q B \sin \varphi = m v / R$$

Despejando el radio R ,

$$R = m v / (q B \sin \varphi)$$

se puede relacionar el momento lineal « $m v$ » con la energía cinética, a partir de:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{(m v)^2}{2 m}$$

$$m_p v_p = \sqrt{2 m_p E} > \sqrt{2 m_e E} = m_e v_e$$

Si tienen la misma energía E , el protón tendrá mayor momento lineal, y, por lo tanto, mayor radio, pues la carga del protón es igual que la del electrón, y el campo magnético B y el ángulo φ son los mismos.

$$R_p = \frac{m_p v_p}{q B \sin \varphi} > \frac{m_e v_e}{q B \sin \varphi} = R_e$$

2.- Un satélite gira alrededor de un planeta describiendo una órbita elíptica ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante?:

- A) Energía potencial.
- B) Momento lineal.
- C) Momento angular.

Solución: C

El momento angular \vec{L}_O de una partícula de masa m que se mueve con una velocidad \vec{v} respecto a un punto O que se toma como origen es:

$$\vec{L}_O = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$

Para estudiar su variación, derivamos con respecto al tiempo:

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times m \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d(m \vec{v})}{dt} = \vec{v} \times m \vec{v} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

El primer sumando da el vector $\vec{0}$ (cero) porque la velocidad \vec{v} y el momento lineal $m \cdot \vec{v}$ son paralelos. El segundo sumando también da el vector $\vec{0}$ porque, al ser el campo de fuerzas un campo central, el vector de posición \vec{r} con origen en el punto origen del campo y el vector fuerza (dirigido hacia ese origen) son vectores paralelos.

Cuando una partícula se mueve en un campo de fuerzas centrales, el momento angular respecto al punto origen de la fuerza es un vector constante, ya que su derivada es cero.

3.- En el efecto fotoeléctrico:

- A) La energía cinética de los electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente.
- B) Hay una frecuencia mínima para la luz incidente.
- C) El trabajo de extracción no depende de la naturaleza del metal.

Solución: B

Es una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico. Estas son:

1. Empleando luz monocromática, sólo se produce efecto fotoeléctrico si la frecuencia de la luz supera un valor mínimo, llamado frecuencia umbral.
2. Es instantáneo.
3. La intensidad de la corriente de saturación es proporcional a la intensidad de la luz incidente.
4. La energía cinética máxima de los electrones emitidos por el cátodo, medida como potencial de frenado, depende sólo de la frecuencia de la luz incidente.

Estas leyes fueron explicadas por Einstein suponiendo que la luz se comporta como un haz de partículas llamadas fotones, y que cada uno de ellos interacciona con un único electrón, comunicándole toda su energía:

$$E_{\text{FOTON}} = W_{\text{EXTRACCION}} + E_{\text{C ELECTRON}}$$

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + \frac{1}{2} m_e v^2$$

CUESTIÓN PRÁCTICA:

En la práctica del péndulo: ¿depende el período del ángulo de oscilación? ¿Cuánto varía el período si se aumenta la longitud un 20 %?

Solución:

a) Se considera que el comportamiento se puede tomar como armónico para ángulos menores de 15° en los que $\sin \theta \approx \theta$. Dentro de estos ángulos, el período es independiente del valor del ángulo como se ve en la ecuación:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

b) Sustituyendo $l' = 1,2 l$, queda

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{1,2l}{g}} = \sqrt{1,2} T = 1,1 T$$

(aumenta un 10 %)

Cuestiones y problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.

Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com, I.E.S. Elviña, La Coruña

Algunas ecuaciones se han construido con las macros de la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) OpenOffice (o LibreOffice) hecha por Alfonso Barbadillo Marán.