OPCIÓN A

A.1.- a) **(0'5 puntos)** El determinante de la matriz **A** que aparece a continuación es **2**

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

Sin utilizar la regla de Sarrus, determine cuanto vale el determinante de la matriz **B** siguiente: (enuncie las propiedades que utilice) $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 2 & 4\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}$

b) **(2 puntos)** Sea **C** la siguiente matriz: $C=\begin{pmatrix}sen(x) & -cos(x) & 0\\ cos(x) & sen(x) & 0\\ 1 & sen(x) & x\end{pmatrix}$

a)

$$|B|=\begin{vmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 2 & 4\\ 0 & -1 & 0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1+1\\ 1 & 2 & 1+3\\ 0 & -1 & 1-1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 0 & -1 & -1\end{vmatrix}=2+\begin{vmatrix}1 & 0 & 0+1\\ 1 & 2 & 2+1\\ 0 & -1 & -1+0\end{vmatrix}=2+\begin{vmatrix}1 & 0 & 0+1\\ 1 & 2 & 2+1\\ 0 & -1 & -1+0\end{vmatrix}$$

$$=2+\begin{vmatrix}1 & 0 & 0+1\\ 1 & 2 & 2+1\\ 0 & -1 & -1+0\end{vmatrix}=2+\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & -1 & -1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{vmatrix}=2+0+0=2$$

b)

$$|C|=\begin{vmatrix}sen(x) & -cos(x) & 0\\ cos(x) & sen(x) & 0\\ 1 & sen(x) & x\end{vmatrix}=x\ sen^2(x)+x\ cos^2(x)=x\left[sen^2(x)+cos^2(x)\right]=x\cdot 1=x\Rightarrow Si\ |C|=0\Rightarrow x=0$$

$$\forall x\in\Re-\{0\}\Rightarrow |C|\neq 0\Rightarrow Existe\ C^{-1}\Rightarrow C^{-1}=\frac{1}{|C|}\cdot\left(adj\ C^t\right)\Rightarrow C^t=\begin{pmatrix}sen(x) & cos(x) & 1\\ -cos(x) & sen(x) & sen(x)\\ 0 & 0 & x\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$adj\ C^t=\begin{pmatrix}x\ sen(x) & x\ cos(x) & 0\\ -x\cos(x) & x\ sen(x) & 0\\ cos(x)sen(x)-sen(x) & -\left(sen^2x+cos\ x\right) & sen^2(x)+cos^2(x)\end{pmatrix}=$$

$$adj\ C^t=\begin{pmatrix}x\ sen(x) & x\ cos(x) & 0\\ -x\cos(x) & x\ sen(x) & 0\\ \left[cos(x)-1\right]sen(x) & -\left(sen^2x+cos\ x\right) & 1\end{pmatrix}\Rightarrow C^{-1}=\frac{1}{x}\cdot\begin{pmatrix}x\ sen(x) & x\ cos(x) & 0\\ -x\cos(x) & x\ sen(x) & 0\\ \left[cos(x)-1\right]sen(x) & -\left(sen^2x+cos\ x\right) & 1\end{pmatrix}$$

$$C^{-1}=\frac{1}{x}\cdot\begin{pmatrix}x\ sen(x) & x\ cos(x) & 0\\ -x\cos(x) & x\ sen(x) & 0\\ \left[cos(x)-1\right]sen(x) & -\left(sen^2x+cos\ x\right) & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}sen(x) & cos(x) & 0\\ -cos(x) & sen(x) & 0\\ \frac{\left[cos(x)-1\right]sen(x)}{x} & -\frac{sen^2x+cos\ x}{x} & \frac{1}{x}\end{pmatrix}$$

A.2.- Dado el punto **P(1 , 0 , 6)** y la recta $r:\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-2-6\lambda \\ z=2\lambda \end{cases}$

a) (1 punto) Encuentre la ecuación de la recta perpendicular a **r** que pasa por **P** y corta a **r**
b) (1'5 puntos) Encuentre la ecuación general (Ax + By + Cz + D = 0) del plano que contiene a la recta **r** anterior y a la recta $r':\begin{cases} x-z=0 \\ 2x-y-z=10 \end{cases}$

a) El vector que forma el punto **P** y el punto **R** general de la recta r(como si se apoyase en ella) es perpendicular al vector director de la recta y su producto escalar nulo, con esa condición encontraremos el vector director que define a la recta **s**

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r}=(1,-6,2) \\ \overrightarrow{PR}=(1+\lambda,-2-6\lambda,2\lambda)-(1,0,6)=(\lambda,-2-6\lambda,2\lambda-6) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}\perp\overrightarrow{PR}\Rightarrow\overrightarrow{v_r}\cdot\overrightarrow{PR}=0\Rightarrow$$

$$(1,-6,2)\cdot(\lambda,-2-6\lambda,2\lambda-6)=0\Rightarrow\lambda+12+36\lambda+4\lambda-12=0\Rightarrow 41\lambda=0\Rightarrow\lambda=0$$

$$\overrightarrow{v_s}=(0,-2-6\cdot 0,2\cdot 0-6)=(0,-2,-6)\equiv(0,1,3)\Rightarrow s:\begin{cases} x=1 \\ y=\mu \\ z=6+3\mu \end{cases}$$

b) Para formar un plano las dos rectas tienen que cortase o ser paralelas, veamos si se cortan

$$\begin{cases} r:\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-2-6\lambda \\ z=2\lambda \end{cases} \\ \begin{cases} x=z \\ 2z-y-z=10\Rightarrow y=-10+z \end{cases}\Rightarrow r':\begin{cases} x=\mu \\ y=-10+\mu \\ z=\mu \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+\lambda=\mu \\ -2-6\lambda=-10+\mu \\ 2\lambda=\mu \end{cases}\Rightarrow 1+\lambda=2\lambda\Rightarrow\lambda=1\Rightarrow$$

$$\mu=1+1=2\Rightarrow -2-6\cdot 1=-10+2\Rightarrow -8=-8\Rightarrow Sistema\ compatible\Rightarrow$$

$$Son\ rectas\ que\ se\ cortan\ en\ P\begin{cases} x=1+1 \\ y=-2-6\cdot 1 \\ z=2\cdot 1 \end{cases}\Rightarrow P(2,-8,2)$$

Veamos que no sean coincidentes, porque no generarían un plano, y lo serán si los vectores directores son iguales o proporcionales

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r}=(1,-6,2) \\ \overrightarrow{v_{r'}}=(1,1,1) \end{cases}\Rightarrow\frac{1}{1}\neq\frac{-6}{1}\Rightarrow No\ son\ coincidentes\Rightarrow Son\ rectas\ que\ se\ cortan\ en\ P(2,-8,2)$$

$$\pi\equiv\begin{cases} x=2+\alpha+\beta \\ y=-8-6\alpha+\beta \\ z=2+2\alpha+\beta \end{cases}\Rightarrow\pi\equiv\begin{vmatrix} x-2 & y+8 & z-2 \\ 1 & -6 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$-6(x-2)+2(y+8)+(z-2)+6(z-2)-2(x-2)-(y+8)=0\Rightarrow -8(x-2)+(y+8)+7(z-2)=0\Rightarrow$$

$$\pi\equiv 8x-y-7z-10=0$$

A.3.- Considere las funciones **f(x) = e^{x+1}** y **g(x) = e^{-x+5}**
a) (0'5 puntos) Determine los posibles puntos de corte de esas dos funciones
b) (2 puntos) Calcule el área encerrada entre esas dos funciones y las rectas **x = 1** y **x = 3**

a)
No existen puntos de corte de las funciones con el eje OX

$$Puntos\ de\ corte\ con\ OY \Rightarrow x=0 \Rightarrow \begin{cases} f(0)=e^{0+1}=e \\ g(0)=e^{-0+5}=e^5 \end{cases}$$

$$Puntos\ de\ corte\ entre\ funciones \Rightarrow e^{x+1}=e^{-x+5} \Rightarrow ln\ e^{x+1}=ln\ e^{-x+5} \Rightarrow (x+1)\ ln\ e=(-x+5)\ ln\ e \Rightarrow$$
$$x+1=-x+5 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

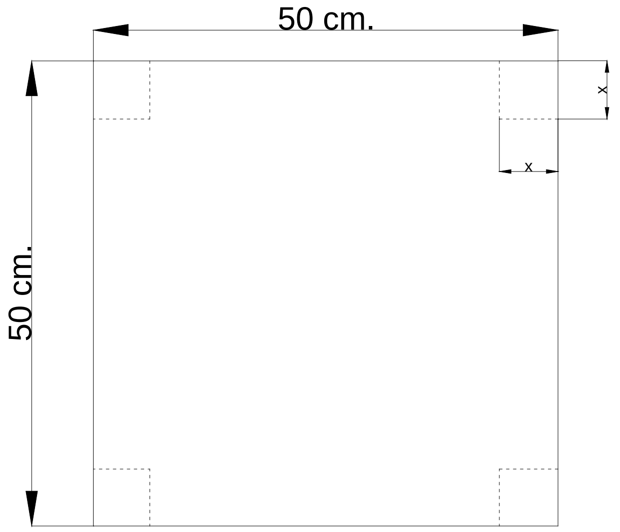
$$\begin{cases} \begin{cases} f\left(\frac{3}{2}\right)=e^{\frac{3}{2}+1}=e^{\frac{5}{2}} \\ g\left(\frac{3}{2}\right)=e^{-\frac{3}{2}+5}=e^{\frac{7}{2}} \end{cases} \Rightarrow f(x)<g(x) \Rightarrow x\in[1\ ,2) \\ \begin{cases} f\left(\frac{5}{2}\right)=e^{\frac{5}{2}+1}=e^{\frac{7}{2}} \\ g\left(\frac{5}{2}\right)=e^{-\frac{5}{2}+5}=e^{\frac{5}{2}} \end{cases} \Rightarrow f(x)>g(x) \Rightarrow x\in(2\ ,3] \end{cases} \Rightarrow$$

$$A=\int_1^2 e^{-x+5}dx-\int_1^2 e^{x+1}\ dx+\int_2^3 e^{x+1}\ dx-\int_2^3 e^{-x+5}\ dx=-\int_4^3 e^t\ dt-\int_2^3 e^u\ du+\int_3^4 e^u\ du+\int_3^2 e^t\ dt=$$

$$\begin{cases} -x+5=t \Rightarrow -dx=dt \Rightarrow dx=-dt \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow t=4 \\ x=2 \Rightarrow t=3 \\ x=3 \Rightarrow t=2 \end{cases} \\ x+1=u \Rightarrow dx=du \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow u=2 \\ x=2 \Rightarrow u=3 \\ x=3 \Rightarrow u=4 \end{cases} \end{cases}$$

$$A=-\left[e^t\right]_4^3-\left[e^u\right]_2^3+\left[e^u\right]_3^4+\left[e^t\right]_3^2=-\left(e^3-e^4\right)-\left(e^3-e^2\right)+\left(e^4-e^3\right)+\left(e^2-e^3\right)$$
$$A=-e^3+e^4-e^3+e^2+e^4-e^3+e^2-e^3=2e^4-4e^3+2e^2=2\left(e^4-2e^3+e^2\right)u^2$$

A.4.- (2'5 puntos) Se dispone de una cartulina cuadrada como la del dibujo, cuyo lado mide **50 cm**. En cada una de las esquinas se corta un cuadrado de lado **x** con el fin de poder doblar la cartulina y formar una caja, sin tapa. ¿Cuál debe de ser el lado **x** del cuadrado a cortar para que el volumen de la caja sea máximo?



$$V = (50-2x)^2 x \Rightarrow V' = \frac{dV}{dx} = (50-2x)^2 + 2\,(50-2x)(-2)x = (50-2x)^2 - 4x\,(50-2x)$$

$$V' = (50-2x-4x)(50-2x) = 4\,(25-3x)(25-x) \Rightarrow V' = 0 \Rightarrow 4\cdot(25-3x)(25-x) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 25-3x = 0 \Rightarrow 25 = 3x \Rightarrow x = \dfrac{25}{3} \\ 25-x = 0 \Rightarrow x = 25 \end{cases} \Rightarrow V'' = 4\cdot[-3\cdot(25-x)-(25-3x)] = 4\cdot(-75+3x-25+3x)$$

$$V'' = 4\cdot(6x-100) = 8\cdot(3x-50) \Rightarrow \begin{cases} V''(25) = 8\cdot(3\cdot 25-50) = 8\cdot 25 > 0 \Rightarrow \text{Mínimo} \\ V''\left(\dfrac{25}{3}\right) = 8\cdot\left(3\cdot\dfrac{25}{3}-50\right) = 8\cdot(-25) < 0 \Rightarrow \text{Máximo} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \frac{25}{3}\ cm$$

OPCIÓN B

B1.- a) (1'5 puntos) Determine para que valores de **m** el siguiente sistema de ecuaciones:

$\begin{cases} mx+2y+6z=0 \\ 2x+my+4z=2 \\ 2x+my+6z=m-1 \end{cases}$ es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

b) (1 punto) Se sabe que una matriz simétrica **B** de dimensión 3 x 3 tiene como determinante **-3** . Determine el determinante de la matriz **B + B^t^** donde **B^t^** denota la traspuesta de **B**

$a)$

$$|A|=\begin{vmatrix} m & 2 & 6 \\ 2 & m & 4 \\ 2 & m & 6 \end{vmatrix}=6m^2+16+12m-12m-4m^2-24=2m^2-8 \Rightarrow Si\ |A|=0 \Rightarrow 2m^2-8=0 \Rightarrow 2m^2=8$$

$$m^2=\frac{8}{2}=4 \Rightarrow m=\pm\sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} m=-2 \\ m=2 \end{cases}$$

$$\forall m \in \Re - \{-2\ ,2\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rang(A)=3=\text{Número de ecuaciones} \Rightarrow Sist.\ Compatible\ Determinado$$

$Si\ m=-2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 6 & 0 \\ 2 & -2 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & 6 & -3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 2 \\ 0 & 0 & 12 & -3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -20 & 5 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} 0z=9 \\ 5z=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=\frac{9}{0} \Rightarrow Sin\ solución \\ z=\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$Si\ m=2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 6 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} 0z=1 \Rightarrow z=\frac{1}{0} \Rightarrow Sin\ solución \\ -2z=2 \Rightarrow z=-1 \end{cases} \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

b) Al ser simétrica la matriz elle y su traspuesta son iguales

$$Como\ B=B^t \Rightarrow |B+B^t|=|B+B|=|2B|=2^3|B|=8\cdot 3=24$$

B.2.- a) (1 punto) Encuentre la ecuación general (Ax + By + Cz + D = 0) del plano que es paralelo a la recta $r: \frac{x-1}{2} = y = \frac{z-3}{4}$ y que contiene los puntos **P(1 , 1 , 1)** y **Q(3 , 5 , 0)**

b) (1'5 puntos) Calcule el ángulo que forman las dos rectas siguientes $r: \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2x - z = -4 \end{cases}$

$r': \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+5}{2}$

a) El plano π queda determinado por el vector director de la recta **r**, por el vector **PQ** y por el vector **PG**, siendo **G** el punto generador del plano pedido.
Estos tres vectores son coplanarios (pertenecen al mismo plano) y el vector **PG** es combinación lineal de los otros dos, por eso el determinante de la matriz formada por ellos es nulo y la ecuación pedida del plano.

$$r: \frac{x-1}{2} = y = \frac{z-3}{4}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (2\ ,1\ ,4) \\ \overrightarrow{PQ} = (3\ ,5\ ,0) - (1\ ,1\ ,1) = (2\ ,4\ ,-1) \\ \overrightarrow{PG} = (x\ ,y\ ,z) - (1\ ,1\ ,1) = (x-1\ ,y-1\ ,z-1) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-(x-1) + 8(y-1) + 8(z-1) - 2(z-1) - 16(x-1) + 2(y-1) = 0 \Rightarrow -17(x-1) + 10(y-1) + 6(z-1) = 0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 17x - 10y - 6z - 1 = 0$$

b) Para poder hallar el ángulo que forman dos rectas deben de cortarse en un punto P. Busquemos ese punto

$$\begin{cases} \begin{cases} y = 2x+1 \\ z = 2x+4 \end{cases} \Rightarrow r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1+2\lambda \\ z = 4+2\lambda \end{cases} \\ r': \begin{cases} x = 3+2\mu \\ y = 4-\mu \\ z = -5+2\mu \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 3+2\mu \\ 1+2\lambda = 4-\mu \\ 4+2\lambda = -5+2\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda - 2\mu = 3 \\ 2\lambda + \mu = 3 \\ 2\lambda - 2\mu = -9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$|A/B| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & -9 \end{vmatrix} = -9 - 12 - 12 - 6 + 6 - 36 = -69 \neq 0 \Rightarrow Sistema\ Incompatible \Rightarrow$$

$$No\ se\ cortan$$

Solo podremos hallar el ángulo que forman sus **vectores directores,** no las rectas

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (1\ ,2\ ,2) \\ \overrightarrow{v_{r'}} = (2\ ,-1\ ,2) \end{cases} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_{r'}}\right|}{\left|\overrightarrow{v_r}\right| \cdot \left|\overrightarrow{v_{r'}}\right|} = \frac{|(1\ ,2\ ,2)\cdot(2\ ,-1\ ,2)|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2} \cdot \sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \frac{|2-2+4|}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{9}} = \frac{|4|}{3\cdot 3} = \frac{4}{9} \Rightarrow$$

$$\alpha = arc\ cos\left(\frac{4}{9}\right) = 63^{o}36'44''$$

B.3.- a) (1 punto) Calcule el límite $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+6}{x+2}\right)^{3x}$

b) (1'5 puntos) Calcule la integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{sen(x)} sen(x)\cos(x)\,dx$, usando el cambio de variable **sen (x) = t**

$a)$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+6}{x+2}=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital}\lim_{x\to\infty}\frac{1}{1}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+6}{x+2}\right)^{3x}=\left(\lim_{x\to\infty}\frac{x+6}{x+2}\right)^{\lim\limits_{x\to\infty}3x}=1^{\infty}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2+4}{x+2}\right)^{3x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x+2}+\frac{4}{x+2}\right)^{3x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x+2}\right)^{3x}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x+2}{4}}\right)^{3x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x+2}{4}}\right)^{\frac{x+2}{4}\cdot\frac{3x}{\frac{x+2}{4}}}=\left[\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x+2}{4}}\right)^{\frac{x+2}{4}}\right]^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12x}{x+2}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12x}{x+2}}=e^{12}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{12x}{x+2}=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital}\lim_{x\to\infty}\frac{12}{1}=12$$

$b)$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{sen(x)}sen(x)\cos(x)\,dx=\int_0^1 e^t t\,dt=\left[t\cdot e^t\right]_0^1-\int_0^1 e^t dt=\left(1\cdot e^1-0\cdot e^0\right)-\left[e^t\right]_0^1=e-\left(e^1-e^0\right)=e-e+1=1$$

$$sen(x)=t\Rightarrow\cos(x)\,dx=dt\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=sen\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1\\ x=0\Rightarrow t=sen\,0=0\end{cases}\quad Por\ partes\Rightarrow\begin{cases}t=u\Rightarrow dt=du\\ e^t dt=dv\Rightarrow v=\int e^t dt=e^t\end{cases}$$

B.4.- Sea la función $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x-6}$

a) (0'5 puntos) Determine el dominio de **f(x)**

b) (0'5 puntos) Estudie si la función **f(x)** es continua. Si no lo es determine los puntos de discontinuidad

c) (1'5 puntos) Determine los posibles máximos y mínimos, así como las asíntotas de **f(x)**

a)

$$x^2-x-6=0 \Rightarrow \Delta=(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-6)=1+24=25\geq 0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2\cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+5}{2}=3 \\ x=\dfrac{1-5}{2}=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(-2)=\dfrac{1}{0} \Rightarrow Sin\ solución \\ f(3)=\dfrac{1}{0} \Rightarrow Sin\ solución \end{cases} \Rightarrow Dom(f)=\forall x\in\Re-\{-2\ ,3\}$$

b)

El analisis se hizo en el apartado a), es discontinua en $x=3$ y $x=2$

$$Cuando\ x=-2 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\dfrac{1}{(-2^-)^2-(-2^-)-6}=\dfrac{1}{0^+}=\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\dfrac{1}{(-2^+)^2-(-2^+)-6}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \end{cases}$$

$$Cuando\ x=3 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\dfrac{1}{(3^-)^2-(3^-)-6}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\dfrac{1}{(3^+)^2-(3^+)-6}=\dfrac{1}{0^+}=\infty \end{cases}$$

c)

$$f'(x)=\frac{-(2x-1)}{(x^2-x-6)^2} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow (-1)\frac{(2x-1)}{(x^2-x-6)^2}=0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$f''(x)=-\frac{2\cdot(x^2-x-6)^2-2\,(x^2-x-6)(2x-1)(2x-1)}{(x^2-x-6)^4}=-\frac{2\cdot(x^2-x-6)-2\,(2x-1)^2}{(x^2-x-6)^3}$$

$$f''(x)=-\frac{2x^2-2x-12-2\,(4x^2-4x+1)}{(x^2-x-6)^3}=-\frac{2x^2-2x-12-8x^2+8x-2}{(x^2-x-6)^3}=\frac{6x^2-6x+14}{(x^2-x-6)^3}$$

$$f''\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+14}{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)-6\right]^3}=\frac{\frac{6}{4}-3+14}{\left(\frac{6}{4}-\frac{1}{2}-6\right)^3}=\frac{\frac{3}{2}+11}{\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}-6\right)^3}=\frac{\frac{25}{2}}{(1-6)^3}=\frac{5^2}{2\,(-5)^3}=-\frac{1}{10}<0 \Rightarrow Máximo$$

Continuación Problema B.4 del Bloque B

$$Máximo\ relativo \Rightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-6}=\frac{1}{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-6}=\frac{1}{\frac{1-2-24}{4}}=-\frac{4}{25}$$

Asíntotas verticales

$$Cuando\ x=-2 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\dfrac{1}{\left(-2^-\right)^2-\left(-2^-\right)-6}=\dfrac{1}{0^+}=\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\dfrac{1}{\left(-2^+\right)^2-\left(-2^+\right)-6}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \end{cases} \Rightarrow Asíntota\ vertical$$

$$Cuando\ x=3 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\dfrac{1}{\left(3^-\right)^2-\left(3^-\right)-6}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\dfrac{1}{\left(3^+\right)^2-\left(3^+\right)-6}=\dfrac{1}{0^+}=\infty \end{cases} \Rightarrow Asíntota\ vertical$$

Asíntotas horizontales

$$y=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2-x-6}=\frac{1}{\infty}=0 \Rightarrow Asíntota\ horizontal,\ y=0,\ cuando\ x\to\infty$$

$$y=\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2-x-6}=\frac{1}{\infty}=0 \Rightarrow Asíntota\ horizontal,\ y=0,\ cuando\ x\to-\infty$$

Asíntotas oblicuas

$$y=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x^2-x-6}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^3-x^3-6x}=\frac{1}{\infty}=0 \Rightarrow No\ existe\ asíntota\ oblicua\ cuando\ x\to\infty$$

$$y=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{x^2-x-6}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^3-x^3-6x}=\frac{1}{\infty}=0 \Rightarrow No\ existe\ asíntota\ oblicua\ cuando\ x\to-\infty$$