OPCIÓN A

A.1.- a) Discutir y resolver cuando sea posible el siguiente sistema lineal: $\begin{cases} ax+y=0 \\ -2x+y+az=1 \\ y+az=1 \end{cases}$

(1'75 puntos)

b) ¿Existe algún valor del parámetro **a** para el cual el vector $A=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sea solución del sistema anterior (0´75 punto)

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & a \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix} = a - a + 2a = 2a \Rightarrow Si\ |A| = 0 \Rightarrow 2a = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$Para\ todo\ a \in \Re - \{0\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rang(A) = 3 = Num.\ de\ incognitas \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Determ.$$

$Si\ a = 0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \Rightarrow 0z = 2 \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

b)

$$\begin{cases} a \cdot 1 + 2 = 0 \\ -2 \cdot 1 + 2 + a \cdot 0 = 1 \\ 2 + a \cdot 0 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2 = 0 \\ 0 = 1 \\ 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow Sistema\ sin\ solución \Rightarrow No\ existe\ ningún\ valor\ de\ a\ que\ cumpla$$

lo pedido

A.2.- a) Utilizar el cambio de variable **$t^3 = 1 - x$** para calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1-x)^{\frac{1}{3}}-1}{x}$$

(1 punto)

b) Estudiar la continuidad de $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si \quad x<1 \\ 1-x & si \quad x\geq 1\end{cases}$ y obtener $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx$. (1'5 puntos)

a)

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1-x)^{\frac{1}{3}}-1}{x}=\lim_{t\to 1}\frac{t-1}{1-t^3}=\frac{0}{0}=\lim_{t\to 1}\frac{t-1}{(t-1)(-t^2-t-1)}=\lim_{t\to 1}\frac{1}{-t^2-t-1}=\frac{1}{-1^2-1-1}=-\frac{1}{3}$$

$$t^3=1-x\Rightarrow x=1-t^3\Rightarrow x=0\Rightarrow t=1$$

$$\begin{array}{r|rrr|r} & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & & -1 & -1 & -1 \\ \hline & -1 & -1 & -1 & \underline{0} \end{array}$$

b)

$$\begin{cases} \lim_{x\to 1^-} f(x)=1^2+1=2 \\ f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=1-1=0 \end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to 1^-} f(x)=2\neq f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=0\Rightarrow No\ es\ continua\ f(x)\ en\ x=1$$

$$f(-x)=(-x)^2+1=x^2+1=f(x)\Rightarrow Es\ simétrica\ respecto\ a\ OY$$

$$f(0)=0^2+1=1>0$$

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(x^2+1)\,dx=2\int_{0}^{\frac{1}{2}}(x^2+1)\,dx=2\cdot\frac{1}{3}\cdot\left[x^3\right]_0^{\frac{1}{2}}+2\cdot\left[x\right]_0^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3-0^3\right]+2\cdot\left(\frac{1}{2}-0\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{8}+1=\frac{13}{12}$$

A.3.- Sea la función **f(x) = x ln x + (1 – x) ln (1 – x)** con $x \in (0\ ,1)$

a) Calcular sus extremos relativos (1’5 puntos)

b) Estudiar su crecimiento y decrecimiento y razonar si posee algún punto de inflexión (1 punto)

a)

$$f'(x) = ln\ x + x \cdot \frac{1}{x} + (-1) \cdot ln\ (1-x) + \frac{(-1)}{1-x} \cdot (1-x) = ln\ x + 1 - ln\ (1-x) - 1 = ln\ x - ln\ (1-x)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow ln\ x - ln\ (1-x) = 0 \Rightarrow ln\ x = ln\ (1-x) \Rightarrow x = 1-x \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$f''(x) = \frac{1}{x} - \frac{(-1)}{1-x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} = \frac{1-x+x}{x(1-x)} = \frac{1}{x(1-x)} \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 > 0$$

$$Mínimo\ en\ x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} ln\ \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot ln\ \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} ln\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} ln\ \frac{1}{2} = ln\ \frac{1}{2} = ln\ 1 - ln\ 2 = -ln\ 2$$

b)

$$Crecimiento \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow ln\ x - ln\ (1-x) > 0 \Rightarrow ln\ x > ln\ (1-x) \Rightarrow x > 1-x \Rightarrow 2x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$Crecimiento \Rightarrow \forall x \in \Re \,/\, \frac{1}{2} < x < 1$$

$$Decrecimiento \Rightarrow \forall x \in \Re \,/\, 0 < x < \frac{1}{2}$$

A.4.- a) Calcular el plano determinado por los puntos **(1 , 0 , 0)**,**(0 , 1 , 0)**, **(0 , 0 , 1)** (1 punto)
b) Determinar el ángulo que forman los planos $\pi_1 \equiv \sqrt{2}x + y + z = 2 \ y \ \pi_2 \equiv z = 0$
(0’75 puntos)

c) 0btener el producto vectorial de $\vec{a} = (2 , 0 , 1) \ y \ \vec{b} = (1 , -1 , 3)$ (0’75 puntos)

a) El plano π, llamando a los puntos **A , B** y **C** respectivamente, es generado por el vector **AB**, **AC** y el vector formado por **A** y el punto genérico **G** del plano, los tres son coplanarios (pertenecen al mismo plano y por ello el determinante de la matriz formada por los tres vectores es nulo

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0 , 1 , 0) - (1 , 0 , 0) = (-1 , 1 , 0) \\ \overrightarrow{AC} = (0 , 0 , 1) - (1 , 0 , 0) = (-1 , 0 , 1) \\ \overrightarrow{AG} = (x , y , z) - (1 , 0 , 0) = (x-1 , y , z) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - 1 + z + y = 0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv x + y + z - 1 = 0$$

b)

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_{\pi_1}} = (\sqrt{2} , 1 , 1) \\ \overrightarrow{v_{\pi_2}} = (0 , 0 , 1) \end{cases} \Rightarrow \cos(\pi_1 , \pi_2) = \frac{\left|\overrightarrow{v_{\pi_1}} \cdot \overrightarrow{v_{\pi_2}}\right|}{\left|\overrightarrow{v_{\pi_1}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{v_{\pi_2}}\right|} = \frac{\left|(\sqrt{2} , 1 , 1) \cdot (0 , 0 , 1)\right|}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2 + 1^2}\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}}$$

$$\cos(\pi_1 , \pi_2) = \frac{\left|\sqrt{2} \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1\right|}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2 + 1^2}\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{|1|}{\sqrt{2+1+1}\sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\alpha = arc \cos(\pi_1 , \pi_2) = arc \cos \frac{1}{2} = 60^o$$

c)

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i} - 6\vec{j} = \vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k}$$

OPCIÓN B

B1.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$

a) Estudiar si existen valores de $\alpha\ y\ \beta$ para los cuales la matriz A sea simétrica. ¿Será la matriz **B = AA^t** igual a la matriz identidad en algún caso? (1 punto)
b) Razonar cual es la relación entre el determinante de A y el de B (0'75 puntos)

c) Discutir y resolver cuando sea posible el sistema $B\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (0'75 puntos)

a)

$$A=\begin{pmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}\Rightarrow \operatorname{sen}\alpha=-\operatorname{sen}\alpha\Rightarrow 2\operatorname{sen}\alpha=0\Rightarrow \operatorname{sen}\alpha=0\Rightarrow$$

$$\begin{cases} \alpha=k\cdot 360^o=2k\pi\ ,k\in N \\ \alpha=180^o+k\cdot 360^o=\pi+2k\pi\ ,k\in N \end{cases}\Rightarrow \alpha=k\cdot 180^o=k\pi\ ,k\in N$$

$$A^t=\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}\Rightarrow B=AA^t=\begin{pmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} \cos^2\alpha+\operatorname{sen}^2\alpha & -\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha & 0 \\ -\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha+\operatorname{sen}^2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{pmatrix}\Rightarrow B=I\Rightarrow \beta^2=1$$

$$\beta=\pm\sqrt{1}\Rightarrow\begin{cases} \beta=-1 \\ \beta=1 \end{cases}$$

b)

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases} \cos\alpha=1\Rightarrow\alpha=k\cdot 360^o=2k\pi\ ,k\in N \\ \operatorname{sen}\alpha=0\Rightarrow\begin{cases} \alpha=k\cdot 360^o=2k\pi\ ,k\in N \\ \alpha=180^o+k\cdot 360^o=\pi+2k\pi\ ,k\in N \end{cases} \\ \beta=\beta^2\Rightarrow\beta^2-\beta=0\Rightarrow(\beta-1)\beta=0\Rightarrow\begin{cases} \beta=0 \\ \beta-1=0\Rightarrow\beta=1 \end{cases} \end{cases}\Rightarrow$$

$$A=B\ si\begin{cases} \beta=0 \\ \beta=1 \end{cases}\ y\ \alpha=k\cdot 360^o=2k\pi\ ,k\in N$$

Continuación del Problema B1 de la opción B

c)

$$B\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow B^{-1}B\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow I\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{pmatrix} \Rightarrow |B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{vmatrix} = \beta^2 \Rightarrow Si\ |B| = 0 \Rightarrow \beta^2 = 0 \Rightarrow \beta = 0 \Rightarrow$$

$$Existe\ B^{-1}\ cuando\ \beta \neq 0 \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{|B|}\cdot\left(adj\ B^t\right) \Rightarrow B^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{pmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{\beta^2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{\beta^2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{\beta^2}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \beta^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2} \\ \frac{1}{\beta^2} \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Solución\left(\frac{1}{\beta^2}, \frac{1}{\beta^2}, 1\right)$$

B.2.- El número de socios de una ONG viene dada por la función **f(x) = 2x³ – 15x² + 24x + 26** donde **x** indica el número de años desde su fundación.

a) Calcular el número de socios iniciales en el momento fundacional y en el quinto año (0’5 puntos)

b) ¿En que año ha habido el menor número de socios?. ¿Cuántos fueron? (1 punto)

c) El cuarto año se produjo un cambio en la junta directiva, ¿influyo en el ascenso o descenso del número de socios? (1 punto)

a)

$$f(0) = 2\cdot 0^3 - 15\cdot 0^2 + 24\cdot 0 + 26 = 26\ socios$$

$$f(5) = 2\cdot 5^3 - 15\cdot 5^2 + 24\cdot 5 + 26 = 250 - 375 + 120 + 26 = 21\ socios$$

b)

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 24 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 6\left(x^2 - 5x + 4\right) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4\cdot 1\cdot 4 = 9 > 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5+3}{2} = 4 \\ x = \frac{5-3}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow f''(x) = 12x - 30 \Rightarrow \begin{cases} f''(4) = 12\cdot 4 - 30 = 18 > 0 \Rightarrow Mínimo \\ f''(1) = 12\cdot 1 - 30 = -18 < 0 \Rightarrow Máximo \end{cases}$$

El mínimo número fue en el cuarto año $\Rightarrow$

$$f(4) = 2\cdot 4^3 - 15\cdot 4^2 + 24\cdot 4 + 26 = 128 - 240 + 96 + 26 = 10\ socios$$

c)

Fue positivo el cambio porque aumentaron el número de socios

B.3.- Sea $f(x)=\dfrac{x}{1-\sqrt{1-x}}$ una función definida en $[-1\ ,+\infty)$ (1'25 puntos)

a) ¿Cuanto vale **f(0)** para asegurar que **f(x)** es continua en su dominio?. Calcular $\int_1^2 \dfrac{f(x)}{1+\sqrt{1-x}}\,dx$ **(**1'5 puntos)

b) Para $G(x)=\int \dfrac{f(x)}{1+\sqrt{1-x}}\,dx$ calcular **G'(x)** (1 punto)

$a)$

$$f(0)=\frac{0}{1-\sqrt{1-0}}=\frac{0}{0}\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{x}{1-\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}{\left(1-\sqrt{1-x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}{1-(1-x)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}{1-1+x}=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}{x}=\lim_{x\to 0}\left(1+\sqrt{1-x}\right)=1+\sqrt{1-0}=2\Rightarrow f(0)=2$$

$$Re\,difinida\ la\ \ función\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-\sqrt{1-x}} & si\quad x\neq 0\\ 2\quad si & x=0\end{cases}$$

$b)$

$$\int_1^2\frac{\frac{x}{1-\sqrt{1-x}}}{1+\sqrt{1-x}}\,dx=\int_1^2\frac{x}{\left(1-\sqrt{1-x}\right)\cdot\left(1+\sqrt{1-x}\right)}\,dx=\int_1^2\frac{x}{1-(1-x)}\,dx=\int_1^2\frac{x}{x}\,dx=\int_1^2 dx=[x]_1^2=2-1=1$$

$c)$

$$G(x)=\int\frac{\frac{x}{1-\sqrt{1-x}}}{1+\sqrt{1-x}}\,dx\Rightarrow G'(x)=\frac{\frac{x}{1-\sqrt{1-x}}}{1+\sqrt{1-x}}\Rightarrow G'(x)=\frac{x}{\left(1+\sqrt{1-x}\right)\left(1-\sqrt{1-x}\right)}=\frac{x}{1-1+x}=\frac{x}{x}=1$$

B.4.- Estudiar la posición relativa de la recta $r \equiv \frac{x+1}{3} = y - 2 = \frac{z}{2}$ y el plano determinado por los puntos **A(1 , 3 , 2)**, **B(2 , 0 , 1)** y **C(1 , 4 , 3)**. ¿Son perpendiculares?. Hallar la distancia del punto $P\left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}, \frac{6}{5}\right)$ a la recta **r** (2'5 puntos)

Si son perpendiculares los vectores directores de la recta y el plano son iguales o proporcionales

El plano π se generará con los vectores **AB**, **AC** y el vector formado por **A** y el punto genérico del plano **G**, vectores que son coplanarios y por lo tanto el determinante de la matriz formada por ellos es nulo y la ecuación pedida.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2,0,1) - (1,3,2) = (1,-3,-1) \\ \overrightarrow{AC} = (1,4,3) - (1,3,2) = (0,1,1) \\ \overrightarrow{AC} = (x,y,z) - (1,3,2) = (x-1, y-3, z-2) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-2 \\ 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-3\cdot(x-1) + (z-2) + (x-1) - (y-3) = 0 \Rightarrow -2\cdot(x-1) + (z-2) - (y-3) = 0 \Rightarrow \pi \equiv 2x + y - z - 3 = 0$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (3,1,2) \\ \overrightarrow{v_\pi} = (2,1,-1) \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{1}{1} \Rightarrow No\ son\ perpendiculares\ el\ plano\ \pi\ y\ la\ recta\ r \Rightarrow \overrightarrow{v_r}\ \not\perp\ \overrightarrow{v_\pi}$$

Para calcular la distancia de **P** a la recta **r** haremos pasar por ese punto un plano β que es perpendicular a la recta, para ello utilizaremos como vector director del plano el de la recta que es perpendicular al vector formado por **P** y el punto genérico, y su producto escalar nulo que es la ecuación del plano buscado. La distancia entre el punto de corte **Q** del plano hallado y la recta **r** y **P** es la distancia buscada.

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_\beta} = \overrightarrow{v_r} = (3,1,2) \\ \overrightarrow{PG} = (x,y,z) - \left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}, \frac{6}{5}\right) = \left(x - \frac{4}{5}, y - \frac{13}{5}, z - \frac{6}{5}\right) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_\beta} \perp \overrightarrow{PG} \Rightarrow \overrightarrow{v_\beta} \cdot \overrightarrow{PG} = 0 \Rightarrow$$

$$(3,1,2)\cdot\left(x - \frac{4}{5}, y - \frac{13}{5}, z - \frac{6}{5}\right) \Rightarrow 3\left(x - \frac{4}{5}\right) + \left(y - \frac{13}{5}\right) + 2\left(z - \frac{6}{5}\right) = 0 \Rightarrow 3x + y + 2z - \frac{37}{5} = 0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 15x + 5y + 10z - 37 = 0$$

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases} \Rightarrow 15(-1+3\lambda) + 5(2+\lambda) + 10\cdot 2\lambda - 37 = 0 \Rightarrow 70\lambda - 42 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{42}{70} = \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$Q\begin{cases} x = -1 + 3\cdot\frac{3}{5} = \frac{4}{5} \\ y = 2 + \frac{3}{5} = \frac{13}{5} \\ z = 2\cdot\frac{3}{5} = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow Q\left(\frac{4}{5}, \frac{13}{5}, \frac{6}{5}\right) \Rightarrow El\ punto\ P\ y\ Q\ es\ el\ mismo\ y\ pertenece\ a\ la\ recta$$

$$La\ dis tan cia\ es\ 0$$