ÁLGEBRA

OPCIÓN A

Hallar una matriz: $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ de orden 2 tal que **A^{-1}XA = B** siendo

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AA^{-1}XA = AB \Rightarrow IXA = AB \Rightarrow XA = AB \Rightarrow XAA^{-1} = ABA^{-1} \Rightarrow XI = ABA^{-1} \Rightarrow X = ABA^{-1}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -3 + 2 = -1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot adj\left(A^t \right) \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$adj\left(A^t \right) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(-1)} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$X = ABA^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}$$

OPCIÓN B

a) Probar que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & b-a & c-a \\ 0 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} b-a & c-a \\ b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b-a & c-a \\ (b-a)(b+a)\cdot & (c-a)(c+a) \end{vmatrix} =$$

$$= (b-a)(c-a)\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b+a & c+a \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)[c+a-(b+a)] = (b-a)(c-a)(c+a-b-a) \Rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b) \Rightarrow \text{Pr}\,obado$$

b) Hallar la solución del sistema: $\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ x+4y+9z=2 \end{cases}$ que, además, satisface que la suma de valores correspondientes a cada una de las incógnitas es **4**

$$\begin{cases} -2x-4y-6z=0 \\ x+4y+9z=2 \end{cases} \Rightarrow -x+3z=2 \Rightarrow x=-2+3z \Rightarrow (-2+3z)+2y+3z=0 \Rightarrow -2+3z+2y+3z=0$$

$$2y = 2-6z \Rightarrow y = 1-3z \Rightarrow Solución\ general(-2+3\lambda\ ,1-3\lambda\ ,\ \lambda)$$

$$-2+3\lambda+1-3\lambda+\lambda=4 \Rightarrow \lambda=5 \Rightarrow (-2+3.5\ ,1-3.5\ ,\ 5)$$

Solución pedida $(13,\ -14\ ,\ 5)$

GEOMETRÍA

OPCIÓN A

Se considera la recta **r** y los planos π_1 y π_2 siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases} \qquad \begin{matrix} \pi_1 \equiv 2 - 3x + 2y - z = 0 \\ \pi_2 \equiv 3 + 2x + 2y - 2z = 0 \end{matrix}$$

a) Determinar la posición relativa de los planos.

b) Calcular la distancia de ***r*** a π_2 .

a) Los planos pueden ser paralelos, en este caso los vectores directores son proporcionales y si tienen un punto común seria el mismo plano, o secantes

$$\frac{-3}{2} \neq \frac{2}{2} \Rightarrow Son\ \sec antes$$

b) En este caso la recta tiene que ser paralela al plano siendo los vectores directores, de ambos, perpendiculares y su producto vectorial es nulo, de no serlo la distancia será nula porque la recta cortará al plano o siéndolo si la distancia es nula es que la recta está contenida en el plano.

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (-3\ ,2\ ,-1) \\ \overrightarrow{v_{\pi_2}} = (2\ ,2\ ,-2) \equiv (1\ ,1\ ,-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_{\pi_2}} = (-3\ ,2\ ,-1) \cdot (1\ ,1\ ,-1) = (-3) \cdot 1 + 2.1 + (-1) \cdot (-1)$$

$$\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_{\pi_2}} = -3 + 2 + 1 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{v_r} \perp \overrightarrow{v_{\pi_2}}$$

Al ser perpendiculares, los vectores directores de recta y plano, estos son paralelos

La distancia será la de un punto, cualquiera, de la recta al plano. Se toma el punto **R** indicado en la ecuación de la recta

$$d_{r\pi_2} = d_{R\pi_2} = \frac{|3 + 2.2 + 2.1 - 2.4|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|3 + 4 + 2 - 8|}{\sqrt{4 + 4 + 4}} = \frac{|1|}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

OPCIÓN B

a) Obtener los valores $\alpha \; y \; \beta$ para los cuales el vector de componentes $(\alpha \,,\, \beta \,,\, 0)$ tiene módulo $\sqrt{2}$ y es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = -1 \end{cases}$

b) Estudiar si los vectores $\vec{a} = (3\,,1\,,2)\,,\,\vec{b} = (0\,,1\,,1)\,,\,\vec{c} = (0\,,1\,,-1)$ son linealmente independientes.

c) Calcular el ángulo que forman dos rectas cuyos vectores direccionales son $\vec{b} \; y \; \vec{c}$ respectivamente.

a)Al ser perpendiculares el producto escalar del vector pedido y el director de la recta r es nulo

$$\begin{cases} (\alpha \,,\, \beta \,,\, 0)(-1\,,-1\,,-1) = 0 \Rightarrow -\alpha - \beta - 0 = 0 \Rightarrow -\alpha - \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta \\ \sqrt{(-\alpha)^2 + (-\beta)^2 + 0^2} = \sqrt{2} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow (-\beta)^2 + \beta^2 = 2 \Rightarrow$$

$$2\beta^2 = 2 \Rightarrow \beta^2 = 1 \Rightarrow \beta = \pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 1 \Rightarrow \alpha = -1 \\ \beta = -1 \Rightarrow \alpha = 1 \end{cases}$$

$$Soluciones \begin{cases} \overrightarrow{v_1} = (1\,,-1\,,0) \\ \overrightarrow{v_2} = (-1\,,1\,,0) \end{cases} \Rightarrow Que\ es\ el\ mismo\ vector$$

b) Si son linealmente dependientes serán coplanarios, el determinarte que forman es nulo, en caso contrario son independientes

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 - 3 = -6 \neq 0 \Rightarrow Son\ linealmente\ independientes$$

$c)$

$$\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right) = \frac{\left|\vec{b}.\vec{c}\right|}{\left|\vec{b}\right| \cdot \left|\vec{c}\right|} = \frac{\left|(0\,,1\,,1)\cdot(0\,,1\,,-1)\right|}{\sqrt{0^2+1^2+1^2}\cdot\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{|0+1-1|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\vec{b},\vec{c}\right) = arc\cos 0 = 90^{o} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Son\ perpendiculares$$

ANÁLISIS

OPCIÓN A

1.-Sea $f(x)=\dfrac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$

a) Calcular el máximo y mínimo absoluto de $f(x)$

b) Estudiar si $f(x)$ es una función simétrica respeto al eje **OY**

c) Calcular $\int_0^x f(x)\,dx$

$a)$

$$f'(x)=\frac{2.(2x-1).2.(4x^2+1)-8x(2x-1)^2}{(4x^2+1)^2}=4\cdot(2x-1)\cdot\frac{4x^2+1-2x(2x-1)}{(4x^2+1)^2}$$

$$f'(x)=4\cdot(2x-1)\cdot\frac{4x^2+1-4x^2+2x}{(4x^2+1)^2}=4\cdot(2x-1)\cdot\frac{2x+1}{(4x^2+1)^2}\Rightarrow Crecimiemto\Rightarrow f'(x)>0\Rightarrow$$

$$4\cdot(2x-1)\cdot\frac{2x+1}{(4x^2+1)^2}>0\Rightarrow\begin{cases}4>0\Rightarrow\forall x\in\Re\\ 2x-1>0\Rightarrow 2x>1\Rightarrow x>\frac{1}{2}\\ 2x+1>0\Rightarrow 2x>-1\Rightarrow x>-\frac{1}{2}\\ (4x^2+1)^2>0\Rightarrow\forall x\in\Re\end{cases}$$

	$-\infty$ a $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ a ∞
4	**(+)**	**(+)**	**(+)**
$x>\frac{1}{2}$	**(-)**	**(-)**	**(+)**
$x>-\frac{1}{2}$	**(-)**	**(+)**	**(+)**
$(4x^2+1)^2>0$	**(+)**	**(+)**	**(+)**
Resultado operación	**(+)** **f’(x)>0**	**(-)** **f’(x)<0**	**(+)** **f’(x)>0**

Crecimiento $\forall x\in\Re/\left(x<-\frac{1}{2}\right)\cup\left(x>\frac{1}{2}\right)$ **Decrecimiento** $\forall x\in\Re/-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$

Máximo relativo en $x=-\frac{1}{2}\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right)=\dfrac{\left[2\left(-\frac{1}{2}\right)-1\right]^2}{4\left(-\frac{1}{2}\right)^2+1}=\dfrac{(-2)^2}{2}=2$ (la gráfica, de la función, pasa de **crecimiento a decrecimiento**)

OPCIÓN A(Continuación)

Continuación del Problema 1 de Análisis Opción A

Mínimo relativo en $x=\frac{1}{2}\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\left[2\left(\frac{1}{2}\right)-1\right]^2}{4\left(\frac{1}{2}\right)^2+1}=\frac{(0)^2}{2}=0$ (la gráfica, de la función, pasa de **decrecimiento a crecimiento**)

$4x^2+1=0\Rightarrow 4x^2=-1\Rightarrow x^2=-\frac{1}{4}\Rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{1}{4}}\Rightarrow \forall\notin\Re\Rightarrow$ **No existen asíntotas verticales**

No habiendo asíntotas verticales, hay que estudiar la función en los extremos de los intervalos de su dominio, en este caso infinito positivo y negativo. Si no hay asíntotas horizontales entonces la grafica terminara en el infinito positivo, si las hay estudiaremos si su valor como función es mayor o menor(en es caso seria este el valor pedido) que el de la función en los máximos y mínimos hallados, en caso contrario estos son los valores absolutos buscados

$$y=\lim_{x\to\infty}\frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-4x+1}{4x^2+1}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^2}{x^2}-\frac{4x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}{4+\frac{1}{x^2}}=\frac{4-0+0}{4+0}=1$$

Cuando f(x) tiende a infinito la función tiende a 1 (asíntota horizontal)

$$y=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2-4x+1}{4x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+4x+1}{4x^2+1}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{4x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}{4+\frac{1}{x^2}}=\frac{4+0+0}{4+0}=1$$

Cuando f(x) tiende a menos infinito la función tiende a 1 (asíntota horizontal)

Como $f\left(\frac{1}{2}\right)=0<1<f\left(-\frac{1}{2}\right)=2$ **el mínimo y el máximo relativo hallado son mínimo y máximo absoluto de la función** o sea en **x =** $\frac{1}{2}$ hay un **MÍNIMO ABSOLUTO y en x =** $-\frac{1}{2}$ hay un **MÁXIMO ABSOLUTO**

b)

Para ser simétrica respecto a OY se tiene que cumplir que **f(x) = f(-x)**

$$f(-x)=\frac{4(-x)^2-4(-x)+1}{4(-x)^2+1}=\frac{4x^2+4x+1}{4x^2+1}\neq\frac{4x^2-4x+1}{4x^2+1}=\frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}=f(x)\Rightarrow \text{No es simétrica}$$

c)

$$\int_0^x\frac{4x^2-4x+1}{4x^2+1}\,dx=\int_0^x\frac{4x^2+1}{4x^2+1}\,dx-4\int_0^x\frac{x}{4x^2+1}\,dx=\int_0^x dx-4\int_1^{4x^2+1}\frac{1}{t}\cdot\frac{dt}{8}=[x]_0^x-\frac{1}{2}\cdot\int_1^{4x^2+1}\frac{dt}{t}=(x-0)-\frac{1}{2}\cdot[\ln t]_1^{4x^2+1}=$$

$$4x^2+1=t\Rightarrow 8x\,dx=dt\Rightarrow x\,dx=\frac{dt}{8}\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=x\Rightarrow 4x^2+1=t\end{cases}$$

$$=x-\frac{1}{2}\cdot\left[\ln\left(4x^2+1\right)-\ln 1\right]=x-\frac{1}{2}\cdot\left[\ln\left(4x^2+1\right)-0\right]=x-\frac{\ln\left(4x^2+1\right)}{2}$$

OPCIÓN A(Continuación)

2.-a) Razonar si para $F(x)=\dfrac{\int_0^{x^2} t^2\,dt}{x^4}$ se satisface $\lim_{x\to 0} F(x)=\lim_{x\to 0} F'(x)$

b) Calcular $\lim_{x\to\infty} \sqrt{4x^2+1}-\sqrt{4x^2-3x+2}$

a)

$$\int_0^{x^2} t^2\,dt=\frac{1}{3}\cdot\left[t^3\right]_0^{x^2}=\frac{1}{3}\cdot\left[\left(x^2\right)^3-0^3\right]=\frac{1}{3}\cdot x^6 \Rightarrow F(x)=\frac{\frac{1}{3}\cdot x^6}{x^4}=\frac{1}{3}\cdot x^2 \Rightarrow \begin{cases} F(x)=\frac{1}{3}\cdot x^2 \\ F'(x)=\frac{2}{3}\cdot x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \lim_{x\to 0} F(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1}{3}\cdot x^2=\frac{0^2}{3}=0 \\ \lim_{x\to 0} F'(x)=\lim_{x\to 0}\frac{2}{3}\cdot x=\frac{2.0}{3}=\frac{0}{3}=0 \end{cases} \Rightarrow$$

b)

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{4x^2+1}-\sqrt{4x^2-3x+2}=\infty-\infty=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{4x^2+1}-\sqrt{4x^2-3x+2}\right)\left(\sqrt{4x^2+1}+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}{\sqrt{4x^2+1}+\sqrt{4x^2-3x+2}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+1-\left(4x^2-3x+2\right)}{\sqrt{4x^2+1}+\sqrt{4x^2-3x+2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+1-4x^2+3x-2}{\sqrt{4x^2+1}+\sqrt{4x^2-3x+2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x-1}{\sqrt{4x^2+1}+\sqrt{4x^2-3x+2}}=\frac{\infty}{\infty}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x}{x}-\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\frac{4x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}+\frac{2}{x^2}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{3-\frac{1}{x}}{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{4-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}}=\frac{3-0}{\sqrt{4+0}+\sqrt{4-0+0}}=\frac{3}{2\sqrt{4}}=\frac{3}{4}$$

OPCIÓN B

1.- Sea $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$

a) Estudiar su dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus asíntotas

b) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty}\left\{x^2\left[f(x+1)-f(x)\right]\right\}$

$a)$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow f(-1)=\frac{2.(-1)}{(-1)+1}=-\frac{2}{0} \Rightarrow \text{Asíntota vertical (estudiada más tarde)}$$

$$Dom(f)=\forall x\in\Re-\{-1\}$$

$$f'(x)=2\cdot\frac{x+1-x}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow Crecimiento \Rightarrow f'(x)>0 \Rightarrow \frac{2}{(x+1)^2}>0 \Rightarrow \begin{cases} 2>0 \Rightarrow \forall x\in\Re \\ (x+1)^2>0 \Rightarrow \forall x\in\Re \end{cases} \Rightarrow$$

$$Crecimiento \Rightarrow \forall x\in\Re$$

Asíntotas verticales

$$En\ x=-1 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-\dfrac{2}{0^-}=\infty \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\dfrac{2}{0^+}=-\infty \end{cases}$$

Asíntotas horizontales

$$y=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x+1}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{1+\frac{1}{x}}=\frac{2}{1+0}=2$$

Asíntota horizontal $y=2\Rightarrow x\to\infty$

$$y=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{2.(-x)}{(-x)+1}=\lim_{x\to\infty}-\frac{2.x}{1-x}=-\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{2x}{x}}{\frac{1}{x}-\frac{x}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-2}{\frac{1}{x}-1}=\frac{-2}{0-1}=\frac{-2}{-1}=2$$

Asíntota horizontal $y=2\Rightarrow x\to-\infty$

Asíntotas oblicuas

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x}{x+1}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x(x+1)}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x}{x}}{\frac{x}{x}(x+1)}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{1.(x+1)}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x+1}=\frac{2}{\infty}=0$$

$$m=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2(-x)}{(-x)+1}}{(-x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{-x(1-x)}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x}{x}}{\frac{x}{x}(1-x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{1.(1-x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{1-x}=\frac{2}{-\infty}=0$$

No existen asíntotas oblícuas

OPCIÓN B(Continuación)
Continuación del Problema 1 de Análisis

$b)$

$$\lim_{x\to\infty}\left\{x^2\left[f(x+1)-f(x)\right]\right\}=\lim_{x\to\infty}\left\{x^2\left[\frac{2(x+1)}{(x+1)+1}-\frac{2x}{x+1}\right]\right\}=\lim_{x\to\infty}\left\{x^2\left[\frac{2(x+1)}{x+2}-\frac{2x}{x+1}\right]\right\}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left\{x^2\left[\frac{2\,(x+1)^2-2x(x+2)}{(x+1)(x+2)}\right]\right\}=\lim_{x\to\infty}\left(2x^2\cdot\frac{x^2+2x+1-x^2-2x}{x^2+3x+2}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(2x^2\cdot\frac{1}{x^2+3x+2}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2+3x+2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{3x}{x^2}+\frac{2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{1+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}=\frac{2}{1+0+0}=2$$

2.- Una empresa ha decidido mejorar su seguridad instalando 9 alarmas. Un especialista, en el tema, señala que, dada la estructura de la empresa, solo puede optar por alarmas de dos tipos, **A** o **B;** además afirma que la seguridad de la empresa se puede expresar como la décima parte del producto entre el número de alarma de tipo **A** y el cuadrado del número de alarmas de tipo **B**. Estudiar cuantas alarmas de cada tipo debe de instalar en la empresa para maximizar la seguridad.

$$\begin{cases} A+B=9\Rightarrow A=9-B \\ S=\frac{1}{10}\cdot A\cdot B^2=\frac{1}{10}\cdot(9-B)\cdot B^2=\frac{1}{10}\cdot\left(9B^2-B^3\right)\end{cases}\Rightarrow S'=\frac{dS}{dB}=\frac{1}{10}\cdot\left(18B-3B^2\right)=\frac{3}{10}\cdot B\cdot(6-B)\Rightarrow$$

$$S'=0\Rightarrow B\cdot(6-B)=0\Rightarrow\begin{cases} B=0 \\ 6-B=0\Rightarrow B=6\end{cases}$$

$$S''=\frac{d^2S}{dB^2}=\frac{1}{10}\cdot(18-6B)=\frac{6}{10}\cdot(3-B)=\frac{3}{5}\cdot(3-B)\Rightarrow\begin{cases} S''(0)=\frac{3}{5}\cdot(3-0)=\frac{9}{5}>0\Rightarrow Mínimo \\ S''(6)=\frac{3}{5}\cdot(3-6)=-\frac{9}{5}<0\Rightarrow Máximo\end{cases}$$

A = 9 – 6 = 3

Para que la seguridad sea máxima habrá que instalar **3 alarmas de tipo A y 6 de tipo B**