

ÁLGEBRA**OPCIÓN A**

a) Discutir y resolver en función de los valores del parámetro m el sistema lineal

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + m^2 y + m^2 z = 1 \\ mx + my + m^2 z = 1 \end{cases}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{vmatrix} = m^4 + m^3 + m^2 - m^3 - m^3 - m^3 = m^4 - 2m^3 + m^2 = (m^2 - 2m + 1)m^2 \Rightarrow$$

$$\text{Si } |A| = 0 \Rightarrow (m^2 - 2m + 1)m^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m^2 = 0 \Rightarrow m = 0 \\ m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4 = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$\forall m \in \mathbb{R} - \{0, 1\} = \text{rang}(A) = 3 = \text{Número de incógnitas} \Rightarrow \text{Sistema Compatible Determinado}$

Si $m = 0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow 0z \neq 1 \Rightarrow \text{Sistema Incompatible}$$

Si $m = 1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow x + y + z = 1 \Rightarrow x = 1 - y - z \Rightarrow \text{Sistema Compatible Indeterminado}$$

Solución $(1 - \lambda - \mu, \lambda, \mu), \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

b) Teniendo en cuenta que $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$, determinar el valor del determinante

$$\begin{vmatrix} 0 & a & a^2 \\ a^{-1} & 0 & a \\ a^{-2} & a^{-1} & 0 \end{vmatrix}$$

$$|A| = a \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & a \\ a^{-1} & 0 & a \\ a^{-2} & a^{-1} & 0 \end{vmatrix} = a \cdot a \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a^{-1} & 0 & 1 \\ a^{-2} & a^{-1} & 0 \end{vmatrix} = a^2 \cdot a^{-1} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ a^{-1} & a^{-1} & 0 \end{vmatrix} = a^2 \cdot a^{-1} \cdot a^{-1} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|A| = a^2 \cdot a^{-2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = a^0 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

OPCIÓN B

a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcular la inversa de la matriz A^n

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots \dots A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ n-1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$|A^n| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow \exists (A^n)^{-1} \Rightarrow A^{-n} = \frac{1}{|A^n|} \cdot \text{adj}[(A^n)^t] \Rightarrow (A^n)^t = \begin{pmatrix} 1 & n & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\text{adj}[(A^n)^t] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-n} = \frac{1}{1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Estudiar para que valores del parámetro $\alpha \in \mathfrak{R}$, existe un único polinomio $P(x) = a + bx + cx^2$ que satisfice a $P(0) = \alpha$, $P(1) = 0$ y $P(-1) = 0$

$$\begin{cases} P(0) = \alpha \Rightarrow a + b \cdot 0 + c \cdot 0^2 = \alpha \Rightarrow a = \alpha \\ P(1) = 0 \Rightarrow a + b \cdot 1 + c \cdot 1^2 = 0 \Rightarrow b + c = -\alpha \Rightarrow 2c = -2\alpha \Rightarrow c = -\alpha \Rightarrow b - \alpha = -\alpha \Rightarrow b = 0 \\ P(-1) = 0 \Rightarrow a + b \cdot (-1) + c \cdot (-1)^2 = 0 \Rightarrow -b + c = -\alpha \end{cases}$$

$$P(x) = \alpha - \alpha \cdot x^2 = \alpha(1 - x^2) \Rightarrow \exists P(x) \Rightarrow \forall \alpha \in \mathfrak{R}$$

GEOMETRÍA**OPCIÓN A**

Sean los vectores $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (-2, 2, 1)$, $\vec{w} = (3, -2, 5)$; calcular:

a) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$.

b) $\vec{u} \times (\vec{v} - \vec{w})$

c) La ecuación del plano que pasa por el punto $P(0, 0, 1)$ y es perpendicular al vector \vec{u}

d) El ángulo que forman \vec{u} y \vec{v}

a)

$$\vec{v} + \vec{w} = (-2, 2, 1) + (3, -2, 5) = (1, 0, 6) \Rightarrow \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = (1, -1, 3) \cdot (1, 0, 6) = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + 3 \cdot 6 = 19$$

b)

$$\vec{v} - \vec{w} = (-2, 2, 1) - (3, -2, 5) = (-5, 4, -4) \Rightarrow \vec{u} \times (\vec{v} - \vec{w}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 3 \\ -5 & 4 & -4 \end{vmatrix} =$$

$$= 4\vec{i} - 15\vec{j} + 4\vec{k} - 5\vec{k} - 12\vec{i} + 4\vec{j} = -8\vec{i} - 11\vec{j} - \vec{k}$$

c)

$$\pi \equiv (1, -1, 3) \cdot (x-0, y-0, z-1) = 0 \Rightarrow \pi \equiv x - y + 3z - 3 = 0$$

d)

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|(1, -1, 3) \cdot (-2, 2, 1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{|-2 - 2 + 3|}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{9}} = \frac{|-1|}{3 \cdot \sqrt{11}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{33}$$

$$(\vec{u}, \vec{v}) = \arccos \frac{\sqrt{11}}{33} = 84^\circ 13' 55''$$

OPCIÓN B

a) Estudia la posición relativa de los planos $\pi_1 \equiv x - 2y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - 2y - z = 3$

b) Considerar la recta $r \equiv \begin{cases} x - y - 3z = 1 \\ x - 3y + z = 5 \end{cases}$. Analizar si el punto **P(6, 2, 2)** se halla o no sobre la recta paralela a la anterior que pasa por el origen

a)

$$\begin{cases} \vec{v}_{\pi_1} = (1, -2, 1) \\ \vec{v}_{\pi_2} = (1, -2, -1) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow \text{No son paralelos} \Rightarrow \text{Son secantes}$$

$$\text{Se cortan formando la recta } s \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x - 2y - z - 3 = 0 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x - y - 3z = 1 \\ -x + 3y - z = -5 \end{cases} \Rightarrow 2y - 4z = -4 \Rightarrow y - 2z = -2 \Rightarrow y = 2z - 2 \Rightarrow x - (2z - 2) - 3z = 1 \Rightarrow$$

$$x - 2z + 2 - 3z = 1 \Rightarrow x = -1 + 5z \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = -1 + 5\lambda \\ y = -2 + 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\vec{v}_r = \vec{v}_t = (5, 2, 1) \Rightarrow t \equiv \begin{cases} x = 0 + 5\mu \\ y = 0 + 2\mu \\ z = 0 + \mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = 5\mu \Rightarrow \mu = \frac{6}{5} \\ 2 = 2\mu \Rightarrow \mu = 1 \\ 2 = \mu \end{cases} \Rightarrow \text{Incompatible} \Rightarrow \text{No pertenece}$$

ANÁLISIS**OPCIÓN A**

1.- a) Calcular los siguientes límites $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 \sqrt{x^2 - 7x}}{\sqrt{9x^6 + 5x}}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \operatorname{sen} x)^{\frac{1}{x}}$

b) Obtener $\int_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx$

a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 \sqrt{x^2 - 7x}}{\sqrt{9x^6 + 5x}} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12 \frac{x^2}{x^2} \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{7x}{x^2}}}{\sqrt{9 \frac{x^6}{x^6} + 5 \frac{x}{x^6}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12 \sqrt{1 - \frac{7}{x^2}}}{\sqrt{9 + \frac{5}{x^5}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12 \sqrt{1 - 0}}{\sqrt{9 + 0}} = \frac{12}{3} = 4$$

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}\right)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x)^{\frac{1}{x}} = 1^\infty = \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg} x}}\right)^{\frac{1}{x}} = \left[\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg} x}}\right)^{\frac{1}{\operatorname{tg} x}} \right]^{\frac{1}{x} \operatorname{tg} x} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 0} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow L = e^1 = e$$

b)

$$\int_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \cdot [\operatorname{sen} t]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{1}{2} \cdot \left(\operatorname{sen} \pi - \operatorname{sen} \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot (0 - 1) = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 = t \Rightarrow 2x dx = dt \Rightarrow x dx = \frac{dt}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\pi} \Rightarrow t = \pi \\ x = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

2.- Sea $f(x) = 2x + \operatorname{sen}(2x)$

a) Determinar si tiene asíntotas de algún tipo

b) Estudiar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y la existencia de extremos relativos

c) ¿Son los puntos $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ con $k \in \mathfrak{R}$, puntos de inflexión de $f(x)$?

a) No tiene asíntotas verticales

Tampoco horizontales (los límites son $+\infty$ y $-\infty$ según tienda a ∞ o $-\infty$)

Asíntotas oblicuas

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \operatorname{sen}(2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sen}(2x)}{x} = 2 + \frac{1(\text{valor máximo})}{\infty} = 2 + 0 = 2$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} [2x + \operatorname{sen}(2x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{sen}(2x) \Rightarrow \text{No definido}$$

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2(-x) + \operatorname{sen}(-2x)}{-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{-x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{sen}(-2x)}{-x} = 2 + \frac{1(\text{valor máximo})}{-\infty} = 2 + 0 = 2$$

$$n = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-2x + \operatorname{sen}(-2x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-4x + \operatorname{sen}(2x)] = -\infty \Rightarrow \text{No definido}$$

No existen Asíntotas oblicuas

b)

$$f'(x) = 2 + 2 \cos(2x) = 2[1 + \cos(2x)] \Rightarrow \text{Crecimiento} \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow 2[1 + \cos(2x)] > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2 > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R} \\ 1 + \cos(2x) > 0 \Rightarrow \cos(2x) > -1 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R} \end{cases} \Rightarrow \text{Crecimiento} \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R} \Rightarrow$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2[1 + \cos(2x)] = 0 \Rightarrow 1 + \cos(2x) = 0 \Rightarrow \cos(2x) = -1 \Rightarrow 2x = \operatorname{arc} \cos(-1) = \pi + 2k\pi, k \in \mathfrak{R}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathfrak{R} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) + \operatorname{sen}\left[2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)\right] = \pi + 2k\pi + 0, k \in \mathfrak{R}$$

c)

$$f''(x) = -4 \operatorname{sen}(2x) \Rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow -4 \operatorname{sen}(2x) = 0 \Rightarrow \operatorname{sen}(2x) = 0 \Rightarrow 2x = 0 + k\pi, k \in \mathfrak{R} \Rightarrow$$

$$\text{Puntos de inflexión} \Rightarrow x = 0 + k \frac{\pi}{2} \Rightarrow f\left(0 + k \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot \left(0 + k \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{sen}\left[2 \cdot \left(0 + k \frac{\pi}{2}\right)\right] = \pi + 2k\pi + 0, k \in \mathfrak{R}$$

OPCIÓN B

1.-.- Sea $f(x) = \frac{1}{x-x^2}$

a) Determinar su dominio

b) Estudiar si $f(x)$ es una función simétrica respecto al eje de coordenadas.

c) Obtener el área encerrada por $f(x)$ y el eje OX entre $x = \frac{1}{4}$ y $x = \frac{3}{4}$

a)

$$x-x^2=0 \Rightarrow x(1-x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow \frac{1}{0-0^2} = \frac{1}{0} \Rightarrow \text{Discontinuidad} \\ 1-x=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow \frac{1}{1-1^2} = \frac{1}{0} \Rightarrow \text{Discontinuidad} \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \forall x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

b)

$$\begin{cases} -f(x) = -\frac{1}{x-x^2} \\ f(-x) = \frac{1}{(-x)-(-x)^2} = \frac{1}{-x-x^2} = -\frac{1}{x+x^2} \end{cases} \Rightarrow f(-x) \neq -f(x) \Rightarrow \text{No es simétrico}$$

c)

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 > 0 \Rightarrow$$

$$A = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{1}{x-x^2} dx = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{1}{x(1-x)} dx = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{1}{x} dx + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{1}{1-x} dx = \left[\ln x \right]_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} - \int_{\frac{3}{4}}^{\frac{1}{4}} \frac{1}{t} dt = \left(\ln \frac{3}{4} - \ln \frac{1}{4} \right) - \left[\ln t \right]_{\frac{3}{4}}^{\frac{1}{4}}$$

$$1-x=t \Rightarrow -dx=dt \Rightarrow dx=-dt \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \Rightarrow t=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \\ x=\frac{3}{4} \Rightarrow t=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x(1-x)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{1-x} = \frac{A(1-x)+Bx}{x(1-x)} \Rightarrow A(1-x)+Bx=1 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow A(1-0)+B \cdot 0=1 \Rightarrow A=1 \\ x=1 \Rightarrow A(1-1)+B \cdot 1=1 \Rightarrow B=1 \end{cases}$$

$$A = \ln \left(\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} \right) - \left(\ln \frac{1}{4} - \ln \frac{3}{4} \right) = \ln 3 - \ln \left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} \right) = \ln 3 - \ln \left(\frac{1}{3} \right) = \ln \frac{3}{\frac{1}{3}} = \ln 9 = \ln 3^2 = 2 \ln 3 \quad u^2$$

2.- a) Queremos vallar un campo rectangular que está junto un camino. La valla del lado del camino cuesta 5 euros por metro y la de los otros tres lados 0'625 euros por metro
Hallar el área del campo de mayor superficie que podemos cercar con 1800 euros

$$\begin{cases} 1800 = 5a + 0'625a + 2 \cdot 0'625b = 5'625a + 1'25b \Rightarrow 1'25b = 1800 - 5'625a \Rightarrow b = \frac{1800 - 5'625a}{1'25} \Rightarrow \\ S = ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 1400 - 4'5a \\ S = ab \end{cases} \Rightarrow S = a \cdot (1400 - 4'5a) \Rightarrow S' = \frac{dS}{da} = 1400 - 4'5a - 4'5a = 1400 - 9a \Rightarrow$$

$$S' = 0 \Rightarrow 1400 - 9a = 0 \Rightarrow a = \frac{1400}{9} \Rightarrow S'' = \frac{d^2S}{da^2} = -9 > 0 \Rightarrow \text{Máximo} \Rightarrow$$

$$b = 1400 - 4'5 \cdot \frac{1400}{9} = 1400 - \frac{1400}{2} = 700 \text{ m} \Rightarrow a = \frac{1400}{9} \text{ m}$$

b) Calcular para que valores de **a** y **b** la función $\begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ a+x^2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ (b-x)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ sea continua

$$\begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -1 + 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = a + (-1)^2 = a + 1 \end{array} \right. \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 + 1^2 = 0 \\ f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = (b-1)^2 \end{array} \right. \Rightarrow (b-1)^2 = 0 \Rightarrow b-1 = 0 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ (1-x)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$