Vibraciones y Ondas

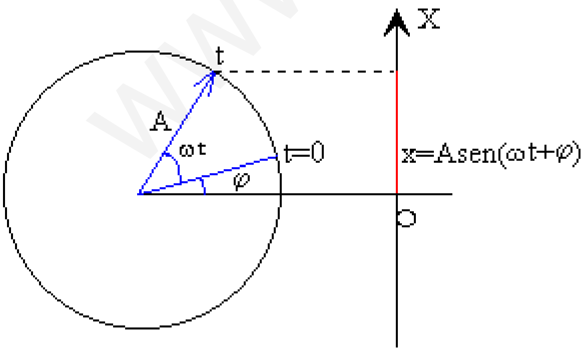
TEMA 6.- MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Repasa este tema del año anterior. Puedes utilizar la bibliografía indicada al principio del temario. Haz alguno de los problemas planteados en los temas que estudies.

6.1. MAS y movimiento circular uniforme.

Podemos deducir la mecánica de un MAS a partir de la proyección sobre los ejes coordenados de un MCU.

$y(t)=A\cdot \text{sen}(\omega t+\varphi)$



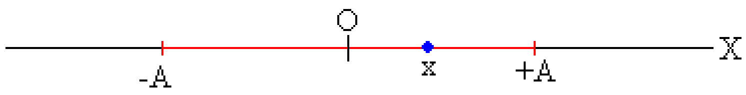
En la figura, se observa la interpretación de un M.A.S. como proyección sobre el eje Y, del extremo de un vector rotatorio de longitud igual a la amplitud *A*, que gira con velocidad angular *w* igual a la frecuencia angular del M.A.S, en el sentido contrario a las agujas del reloj.

El ángulo ($wt+\varphi_0$) que forma el vector rotatorio con el eje de las X se denomina fase del movimiento. El ángulo φ que forma en el instante t=0, se denomina fase inicial.

6.2 . MAS

Una partícula describe un Movimiento Armónico Simple (M.A.S.) cuando se mueve a lo largo del eje X, estando su posición *x* dada en función del tiempo *t* por la ecuación

$$y(t)=A\cdot \mathrm{sen}(\omega t+\varphi)$$



donde

- A es la amplitud.
- ω la frecuencia angular.
- $\omega\ t+\varphi_0$ la fase.
- φ_0 la fase inicial.

Las características de un M.A.S. son:

- Como los valores máximo y mínimo de la función seno son +1 y -1, el movimiento se realiza en una región del eje X comprendida entre $-A$ y $+A$.

- La función seno es periódica y se repite cada 2π, por tanto, el movimiento se repite cuando el argumento de la función seno se incrementa en 2π.

6.3. Cinemática de un M.A.S.

En un movimiento rectilíneo, dada la posición de un móvil, obtenemos la velocidad derivando respecto del tiempo y luego, la aceleración derivando la expresión de la velocidad.

La **posición** del móvil que describe un M.A.S. en función del tiempo viene dada por la ecuación

$$y(t)=A\cdot \mathrm{sen}(\omega t+\varphi_0)$$

Derivando con respecto al tiempo, obtenemos la **velocidad** del móvil

$$v(t) = Aw\cdot \cos (wt+ \varphi_0)$$

Derivando de nuevo respecto del tiempo, obtenemos la **aceleración** del móvil

$$a(t) = -Aw^2 \ \mathrm{sen}(wt+ \varphi_0) = -w^2 \cdot y(t)$$

Condiciones iniciales

Conociendo la posición inicial x_0 y la velocidad inicial v_0 en el instante t=0.

$x_0 = A \cdot \mathrm{sen}\varphi$
$v_0 = A\omega \cdot \cos\varphi$

se determinan la amplitud A y la fase inicial φ_0

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \qquad \tan\varphi = \frac{x_0\,\omega}{v_0}$$

6.4. Dinámica de un M.A.S.

Aplicando la segunda ley de Newton obtenemos la expresión de la fuerza necesaria para que un móvil de masa m describa un M.A.S. Esta fuerza es proporcional al desplazamiento x y de sentido contrario a éste.

$$F = m\,a = -m\,\omega^2 x$$

Como la fuerza F es conservativa. El trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre el valor inicial y el final de la energía potencial E_p.

$$\int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx = E_{p1} - E_{p2}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} -kx \cdot dx = -\frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2} m\omega^2 x_1^2 - \frac{1}{2} m\omega^2 x_2^2$$

La expresión de la energía potencial es

$$E_p(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + c$$

Donde c es cualquier constante. Se toma como nivel cero de la energía potencial E_p=0 cuando el móvil está en el origen, y=0, por lo que c=0

La energía total E, es la suma de la energía cinética E_c y de la energía potencial E_p que es constante.

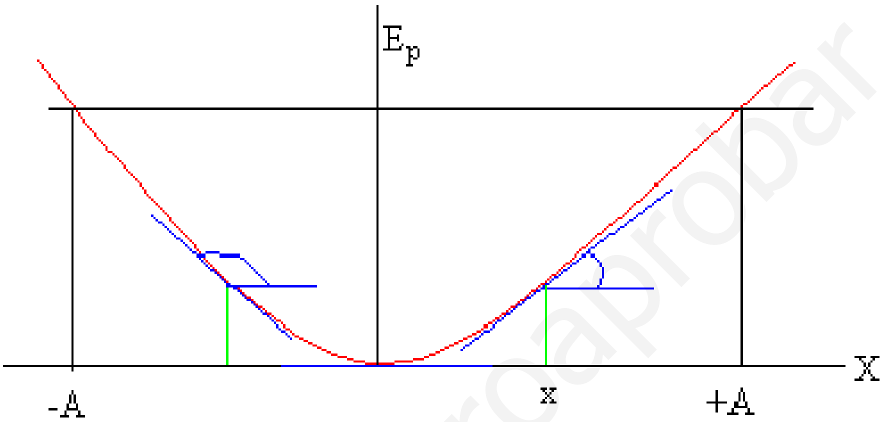
$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 =$$

$$\frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

6.5. ENERGÍA DEL MAS

La función $E_p=m\omega^2y^2/2$ representa una parábola cuyo vértice está en el origen, que tiene un mínimo en y=0 cuyo valor es E_p=0.

Las región donde se puede mover la partícula está determinada por la condición de que la energía cinética ha de ser mayor o igual a cero $E_c>=0$. En otras palabras, que la energía total sea mayor o igual que la energía potencial $E>=E_p$. Si la partícula tiene una energía total E, la partícula solamente se podrá mover en la región comprendida entre $-A$ y $+A$, siendo A la amplitud de su M.A.S.



El módulo y el sentido de la fuerza vienen dados por la pendiente de la recta tangente cambiada de signo. Por tanto, la fuerza que actúa sobre la partícula es negativa a la derecha del origen y positiva a la izquierda.

$$F=-\frac{dE_p}{dx}=-m\omega^2x$$

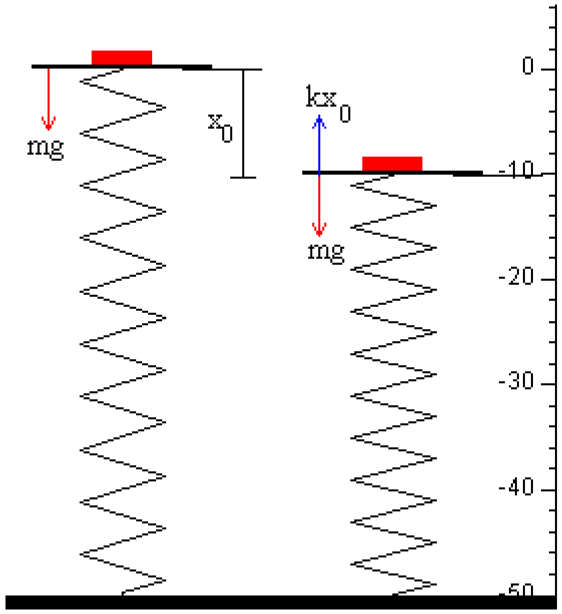
En el origen la pendiente es nula, la fuerza es nula, una situación de equilibrio, que por coincidir con un mínimo de la energía potencial es de carácter estable.

6.6 .MUELLES

Un bloque de masa m unido a un muelle con constante elástica k describirá un Movimiento Armónico Simple de frecuencia angular w, si le comunicamos, de alguna forma, una fuerza que lo ponga en movimiento.

La fuerza en cualquier instante vendrá dada por la ley de Newton:

$w^2=k/m$



La posición de equilibrio se determina a partir de la condición de que la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo sea nula.

La posición x_0 será tal que $mg=kx_0$

La ecuación del movimiento del sistema oscilante es

$x=-x_0+A\cdot \text{sen}(w\,t+\varphi)$

Derivando con respecto del tiempo, obtenemos la expresión de la velocidad *v*.

$v=dx/dt=Aw\cdot\cos(w\,t+\varphi)$

En el instante t=0, el móvil se encuentra en la posición x=0 con velocidad nula v=0

Con estos datos determinamos la amplitud *A* y la fase inicial *j* .

$0=-x_0+A\cdot \text{sen}\varphi$
$0=Aw\cdot\cos\varphi$

la fase inicial es $\varphi=\pi/2$ y la amplitud $A=x_0$

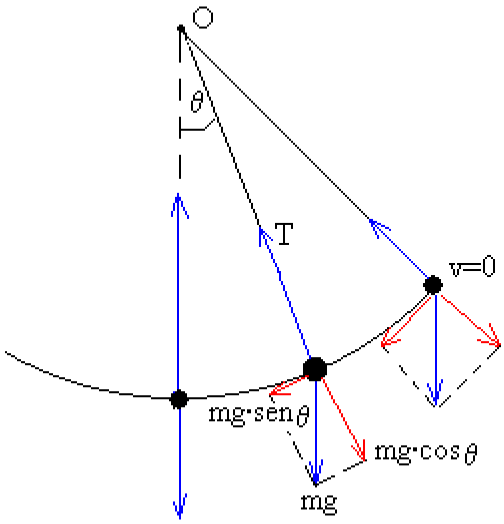
La ecuación del movimiento es

$x=-x_0+x_0\cdot \text{sen}(w\,t+\text{p}/2)$ o bien,
$x=x_0\cdot(-1+\cos(w\,t))$

6.7 El péndulo simple

Un péndulo simple se define como una partícula de masa *m* suspendida del punto O por un hilo inextensible de longitud *l* y de masa despreciable.

Si la partícula se desplaza a una posición q_0 (ángulo que hace el hilo con la vertical) y luego se suelta, el péndulo comienza a oscilar.



El péndulo describe una trayectoria circular, un arco de una circunferencia de radio *l*. Estudiaremos su movimiento en la dirección tangencial y en la dirección normal.

Las fuerzas que actúan sobre la partícula de masa *m* son dos

- el peso *mg*
- La tensión *T* del hilo

Descomponemos el peso en la acción simultánea de dos componentes, *mg*·sen*q* en la dirección tangencial y *mg*·cos*q* en la dirección radial.

- Ecuación del movimiento en la dirección radial

La aceleración de la partícula es $a_n=v^2/l$ dirigida radialmente hacia el centro de su trayectoria circular.

La segunda ley de Newton se escribe

$ma_n=T-mg\cdot\cos q$

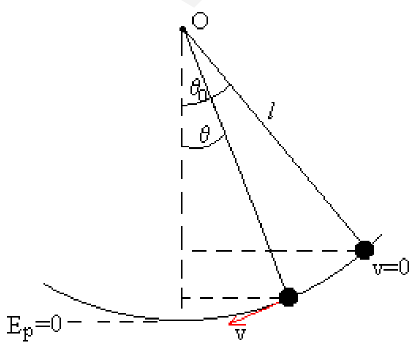
Conocido el valor de la velocidad *v* en la posición angular *q* podemos determinar la tensión *T* del hilo.

La tensión *T* del hilo es máxima, cuando el péndulo pasa por la posición de equilibrio, $T=mg+mv^2/l$

Es mínima, en los extremos de su trayectoria cuando la velocidad es cero, $T=mg\cos q_0$

- Principio de conservación de la energía

En la posición $\theta=\theta_0$ el péndulo solamente tiene energía potencial, que se transforma en energía cinética cuando el péndulo pasa por la posición de equilibrio.



Comparemos dos posiciones del péndulo:

En la posición extrema $\theta=\theta_0$, la energía es solamente potencial. $E=mg(l-l\cdot\cos\theta_0)$

En la posición θ, la energía del péndulo es parte cinética y la otra parte potencial $E=\frac{1}{2}mv^2+mg(l-l\cos\theta)$

La energía se conserva

$$v^2=2gl(\cos\theta-\cos\theta_0)$$

La tensión de la cuerda es

$$T=mg(3\cos\theta-2\cos\theta_0)$$

La tensión de la cuerda no es constante, sino que varía con la posición angular θ. Su valor máximo se alcanza cuando $\theta=0$, el péndulo pasa por la posición de equilibrio (la velocidad es máxima). Su valor mínimo, cuando $\theta=\theta_0$ (la velocidad es nula).

- Ecuación del movimiento en la dirección tangencial

La aceleración de la partícula es $a_t=dv/dt$.

La segunda ley de Newton se escribe

$$ma_t=-mg\cdot \mathrm{sen} q$$

La relación entre la aceleración tangencial a_t y la aceleración angular a es $a_t=a \cdot l$. La ecuación del movimiento se escribe en forma de ecuación diferencial

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{l}\,\mathrm{sen}\,\theta=0 \quad (1)$$

Medida de la aceleración de la gravedad

Cuando el ángulo q es pequeño entonces, sen$q$ » q , el péndulo describe oscilaciones armónicas cuya ecuación es

$$q=q_0\cdot \mathrm{sen}(w\,t+j\,)$$

de frecuencia angular $w^2=g/l$, o de periodo

$$P=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

PROBLEMAS DE VIBRACIONES Y ONDAS

1º PROBLEMAS DE M.A.S.

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Una partícula que realiza un M.A.S. recorre una distancia total de 20 cm en cada vibración completa y su máxima aceleración es de 50 cm\s^2 .

a) ¿ Cuáles son los valores de su amplitud , período y velocidad máxima ?.
b) ¿ En qué posiciones de la trayectoria se consiguen los valores máximos de la velocidad y de la aceleración?.

---

a) $A = \frac{20}{4} = 5\text{cm}$ **A = 5 cm**

$a = -\omega^2 x$ La aceleración es máxima cuando x =A

$a_{max} = -\omega^2 A \Rightarrow -50 = -5\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 10 \Rightarrow \omega = \sqrt{10}$ rad \s$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} = 1{,}98\text{s}$

T = 1,98 s

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ La velocidad es máxima cuando x = 0

$v_{max} = \omega A = \sqrt{10} .5 = 15{,}8$ cm\s^2

v_{max} = 15,8 cm\s^2

b) **v_{max} para x = 0**
a_{max} para x = A = 5 cm

2º Una masa **m** oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g ,la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determine:
a) El valor de la masa **m** y de la constante recuperadora del resorte.
b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

a)

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_1^2 = \frac{k}{4\pi^2 m} \Rightarrow k = 4\pi^2 m f_1^2$$

$$f_2^2 = \frac{k}{4\pi^2 (m+0{,}3)} \Rightarrow k = 4\pi^2 (m+0{,}3) f_2^2$$

$$4\pi^2 m f_1^2 = 4\pi^2 (m+0{,}3) f_2^2$$

$$m1^2 = (m+0{,}3)0{,}5^2 \Rightarrow m = 0{,}25m + 0{,}075 \Rightarrow m - 0{,}25m = 0{,}075 \Rightarrow 0{,}75m = 0{,}075 \Rightarrow m = 0{,}1\text{kg} = 100\text{g}$$

$$\mathbf{m = 100g}$$

$$k = 4\pi^2 m f_1^2 = 4\pi^2 0{,}1.1^2 = 3{,}95\frac{N}{m}$$

$$\mathbf{k = 3{,}95\frac{N}{m}}$$

b)

$$E_{m1} = \frac{1}{2} k A_1^2 \qquad \text{Si} \quad E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow \quad A_1 = A_2 = 5 \text{ cm}$$
$$E_{m2} = \frac{1}{2} k A_2^2$$

$A_1 = A_2 = 5$ cm

3º Una partícula realiza un M.A.S. con una amplitud de 8 cm y un período de 4 s. Sabiendo que en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición de elongación máxima

a) Determine la posición de la partícula en función del tiempo
b) ¿ Cuáles son los valores de la velocidad y de la aceleración 5 s después de que la partícula pase por el extremo de la trayectoria ?.

a) En función del coseno $x = A\cos(\omega t + \varphi_0) = 8.\cos \frac{\pi}{2} t$

En función del seno $x = A\text{sen}(\omega t + \varphi_0) = 8.\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right)$

Escogemos en función del coseno **$x = 8 \cos \frac{\pi}{2} t$ (en unidades c.g.s.)**

b) Para t = 5s

$x = 8.\cos \frac{\pi}{2} 5 = 0$

$v = \omega A = \frac{\pi}{2} 8 = 4\pi \text{cm} \backslash \text{s}$

$v = -4\pi$ cm\s En sentido hacia la posición de equilibrio

$a = -\omega^2 x = 0$ **a = 0**

4º Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa en el extremo de valor 40 g, tiene un período de oscilación de 2 s.

a) ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico al primero, para que la frecuencia de oscilación se duplique ?.
b) Si la amplitud de las oscilaciones en ambos osciladores es 10 cm, ¿cuánto vale, en cada caso, la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa?

a)

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_1}} \rightarrow f_1^2 = \frac{k}{4\pi^2 m_1}$$
$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_2}} \rightarrow f_2^2 = \frac{k}{4\pi^2 m_2}$$

Si dividimos las dos ecuaciones

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 f_1^2}{f_2^2} = \frac{4.10^{-2} f_1^2}{4 f_1^2} = 10^{-2}\,\text{Kg} = 10\text{g}$$

m_2= 10 g

b)

Como $A_1 = A_2 = A \Rightarrow E_{P1max} = E_{P2max}$

$E_{P1max} = E_{P2\,max} = \frac{1}{2} KA^2$

$k = 4\pi^2 m_1 f_1^2 = 4\pi^2 4.10^{-2}.0{,}5^2 = 0{,}39 \frac{N}{m}$

$E_{PMax} = \frac{1}{2} 0{,}39.0.1^2 = 1{,}95.10^{-3} J$

$\mathbf{E_{PMax} = 1{,}95.10^{-3}\,J}$

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

La velocidad es máxima para x =0

$v_{1max} = \omega_1$ A = 3,14.0,1 = 0,314 cm\s   **v_{1max} = 0,314 cm\s**

$v_{2max} = \omega_2$ A = 6,28.0,1= 0,628 cm\s   **v_{2max} =0,628 cm\s**

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Un M. A.S. tiene una A = 2 cm y un T = 1\3 s. Calcula al cabo de 8,25 s, su elongación, velocidad y aceleración.

SOLUCIÓN – 2 cm ; 0 ; $0{,}72\pi^2$ cm\s^2

2º Halla la ecuación de un M.A.S. obtenido al proyectar el M.C.U. de un punto que gira a 20 r.p.m. sobre una circunferencia cuyo diámetro es de 2 m . Halla también la elongación, velocidad y aceleración en 3 s.

SOLUCIÓN sen 2π t\3 ; 0 ; 2,09 m\s ; 0

3º Calcula la elongación de un M.A.S. de 3 cm , de amplitud y 0,8 s de período, en el instante 0,1 s.

SOLUCIÓN 2,12 cm

4º Una cuerda de una guitarra vibra con una A= 2 mm y una frecuencia de 50 Hz. Calcula el valor de su velocidad máxima

SOLUCIÓN 0,63 m\s.

5º Un M.A.S. tiene esta ecuación general x = 7 sen (3πt + π\2). ¿ Cuáles son sus características? ¿ Cuánto valdrá x , v y a para t = 0 y para t = 0,5 s ?. ¿ Y su velocidad y aceleración máximas?

SOLUCIÓN : A = 7 ; ω = 3π ; $\varphi_{0} =$ π /2
Para t = 0 s → x = 7 ; v = 0 ; a =$-63\pi^2$
Pata t = 0.5 s → x = 0 ; v = 21π ; a = 0
$V_m = 21\pi$; $a_m = -63\pi^2$

6º ¿ Cuál es la ecuación de un M.A.S. sabiendo que posee una amplitud de 15 cm, una frecuencia de 4 Hz y que para t= 0 el móvil se encuentra en el punto medio de la amplitud.

SOLUCIÓN x= 0,15 sen (8πt + π\6)

7º La aceleración del movimiento de una partícula viene expresada por la relación a = -k y, siendo "y" el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio y "k" una constante. ¿ De que movimiento se trata ?¿ Qué representa k ? ¿ Cuál es la ecuación del citado movimiento ?.

SOLUCIÓN :

- De un M.A.S. Porque la aceleración es proporcional al desplazamiento y de sentido hacia el centro de la trayectoria y por tanto la fuerza también.
- " k " representa la ω^2 (El cuadrado de la pulsación)
- La ecuación será $y = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$

8º A un resorte cuando se le cuelga un cuerpo de 10 Kg de masa alarga 2 cm . A continuación se le añade una masa de otros 10 Kg , y se la da al conjunto un tirón hacia abajo , de forma que el sistema se pone a oscilar con una amplitud de 3 cm. Determina :

a) T y f del movimiento
b) Posición, velocidad, aceleración y fuerza recuperadora a los 0,5 s de iniciado el mismo.
c) La diferencia de fase entre ese instante y el inicial, en un mismo punto.

SOLUCIÓN : a) 0,4 s ; 2,5 Hz
b) 0 m ; 0,47 m / s ; 0 m/s^2; 0 N
c) 7,825 rad

9ºUn cuerpo de 500 g de masa pende de un muelle . Cuando se tira de él 10 cm por debajo de su posición de equilibrio y se abandona a sí mismo oscila con un período de 2 s.

a) ¿ Cuál es su velocidad al pasar por la posición de equilibrio ?
b) ¿ Cuál es su aceleración cuando se encuentra a 10 cm por encima de su posición de equilibrio ?
c) ¿ Cuánto de acortará el muelle si se quita el cuerpo ?

SOLUCIÓN a) $0,1\ \pi$ m\s
b) $-0,1\pi^2$ m\s^2
c) 1 m

10º Una masa oscila con una frecuencia de 8 Hz y una amplitud de 4 cm. Si m = 2 g , calcular la energía cinética y la energía potencial del oscilador cuando la elongación vale 1 cm

SOLUCIÓN $3,78.\ 10^{-3}$ J $0,25\ .\ 10^{-3}$ J

11º Explica como varía la energía mecánica de un oscilador lineal sí :

a) Se duplica la amplitud
b) Se duplica la frecuencia.
c) Se duplica la amplitud y se reduce la frecuencia a la mitad

SOLUCIÓN a) Si se duplica la amplitud la energía mecánica se hace 4 veces mayor.
b) Si se duplica la frecuencia la energía mecánica se hace 4 veces mayor.
c) Si se duplica la amplitud y la frecuencia se reduce a la mitad la energía mecánica no varía

12º Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explique que efecto tiene :

a) En la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.
b) En la velocidad y el período de oscilación

SOLUCIÓN a) $A_2 = \sqrt{2}A_1$; la frecuencia no varía
b) $v_2 = \sqrt{2}v_1$; el período de oscilación no varía

13º ¿ En qué instantes y posiciones se igualan las energías cinética y potencial para un móvil que describe un M. A. S. ?.

SOLUCIÓN $\frac{A}{\sqrt{2}}$

14º a) ¿ En qué posición del movimiento armónico la velocidad es igual a la mitad de su valor máximo ?.
b) Si se duplica la masa que soporta un muelle ¿ como varía su frecuencia de oscilación?.

SOLUCIÓN a) para $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$
b) $f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$

15º Al caer una pelota de 30 g de masa en una red, ésta se pone a vibrar con una frecuencia de 0,5 Hz. Calcula la frecuencia de oscilación cuando caiga una pelota de 10 g.

SOLUCIÓN 0,75 Hz

16º Un punto material está animado de un M.A.S. a lo largo del eje X. ,alrededor de su posición de equilibrio en x =0 . En el instante t = 0 , el punto material está situado en x = 0 y se desplaza en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 40 $cm.s^{-1}$. La frecuencia del movimiento es de 5 Hz.

a) Determine la posición en función del tiempo.
b) Calcule la posición y la velocidad en el instante t = 5 s

SOLUCIÓN a) $x = \frac{4}{\pi}\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$(c.g.s.)
b) $x_{5s}= 0$ $v_{5s}= -40$ cm/s

17º Una partícula de 6 g de masa se mueve a lo largo del eje X, atraída hacia el origen con una fuerza que es, en Newton, diez veces su distancia " x " respecto al origen. Si la partícula parte del reposo en la posición x = 5 cm. Se pide:

a) Ecuación del movimiento de la partícula.
b) Período, frecuencia y energía total del mismo.

SOLUCIÓN a) $x = 5.10^{-2}\cos 40{,}8\ t$
b) T= 0,15 s ; f = 6,5 Hz ; $E_T = 0{,}0125$ J

18ºA un resorte, cuya longitud natural, cuando está colgado de un punto fijo es de 40 cm, se le pone una masa de 50 g, unida a su extremo libre. Cuando esta masa está en posición de equilibrio, la longitud del resorte es de 45 cm. La masa se desplaza 6 cm hacia abajo y se suelta. Calcula:

a) La constante recuperadora del muelle.
b) Las expresiones de la elongación , de la velocidad, de la aceleración y de la fuerza.
c) Los valores máximos de las magnitudes anteriores.

SOLUCIÓN a) K = 9,8 N/m
b) $y = 6.10^{-2}\text{sen}\ (14\ t + 3\pi/2)$; $y_{max}= 6.10^{-2}$ m
$v = 84.10^{-2}\cos(14\ t + 3\pi/2)$; $v_{max} = 84.10^{-2}$ m/s
$a = -11{,}76.\text{sen}\ (14\ t + 3\pi/2)$; $a_{max} = -11{,}76\ m/s^2$
$F = -0{,}588\ \text{sen}\ (14\ t + 3\pi/2)$; $F_{max}= 0{,}588$ N

19º Un bloque de 1,2 kg de masa oscila libremente unido a un resorte de masa despreciable y constante recuperadora k = 300 N/m, en un plano horizontal sin rozamiento, con una velocidad máxima de 30 cm/s. Determine :
a) El período del movimiento
b) El desplazamiento máximo del bloque con respecto a la posición de equilibrio.

c) Las energías cinética , potencial y total del bloque cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo.

SOLUCIÓN a) T = 0,397 s
b) A = 0,0189 m
c) $E_c = 0$; $E_p = 0,053$ J ; $E_m = 0,053$ J

20º Un cuerpo de 1,4 Kg de masa se une a un muelle de constante elástica 15 N\m . El sistema se pone a oscilar horizontalmente con una a A = 2 cm . Determinar:

a) Energía total del sistema
b) E_c y E_p cuando el desplazamiento es de 1,3 cm.
c) Velocidad máxima

SOLUCIÓN a) $E_T = 3.10^{-3}$ J
b) $E_c = 1,27 .10^{-3}$ J ; $E_p = 1,73 .10^{-3}$ J
c) $v_{max} = 6,5.10^{-2}$ $m.s^{-1}$

21º Una partícula cuya masa es 50 g, se mueve con M. A.. S. de período 0,3 s y amplitud 20 cm . Determinar :

a) Los valores de la fuerza y de la energía cinética cuando la partícula está situada a 10 cm de la posición de equilibrio.
b) La variación de la energía potencial cuando la partícula pasa de estar situada a 10 cm a estar situada a 20 cm de la posición de equilibrio.

SOLUCIÓN a) F = -2,19 N ; E_c= 0,328 J
b) $\Delta E_p = 0,328$ J

22º Una pequeña esfera homogénea de masa 1,2 Kg que cuelga de un resorte vertical , de masa despreciable y constante recuperadora k = 300 N/m, oscila libremente con una velocidad máxima de 30 cm/s . Determinar:

a) El período del movimiento.
b) El desplazamiento máximo de la esfera respecto de la posición de equilibrio.
c) Las energías cinética, potencial y total de la esfera cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo

SOLUCIÓN a) T = 0,4 s
b) A = 0,0019 J
c) $E_c = 0$; $E_p = E_T = 0,054$ J

23º En un movimiento pendular , la longitud del hilo es de 1m, la masa 2 Kg y la amplitud de las oscilaciones de 30^{0}.. Calcula la energía cinética del péndulo al pasar por la posición de equilibrio.

SOLUCIÓN 2,62 J

24º La masa de la Luna es aproximadamente $6,5 .10^{22}$ Kg y su radio $16 .10^{5}$ m. ¿ Cuál será el período de oscilación en la superficie lunar de un péndulo cuyo período en la Tierra es de un segundo ?.
($6,67. 10^{-11}$ en el S. I.)

SOLUCIÓN $T_L = 2,4$ s

25º Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es aproximadamente 6 veces la aceleración de la gravedad en la superficie lunar.. ¿ cuál será el período de oscilación en la superficie lunar de un péndulo cuyo período en la Tierra es de un segundo ?.

SOLUCIÓN T_L= 2,45 s

26º Un péndulo simple oscila en la superficie de la Tierra con un período de 2 segundos. Sabiendo que la masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra y que el radio lunar es 0,27 veces el radio terrestre, ¿cuál sería el período de oscilación del mismo péndulo e n la superficie de la Luna? . Razona la respuesta.

SOLUCIÓN T_L= 2,46 s

TEMA 7.- MOVIMIENTO ONDULATORIO. PROPIEDADES DE LAS ONDAS.

7.1.- INTRODUCCIÓN.

El Movimiento ondulatorio es un proceso por el que se propaga energía, mediante un movimiento vibratorio, de un lugar a otro sin transferencia de materia.

En cualquier punto de la trayectoria de propagación se produce un desplazamiento periódico, u oscilación (MAS), alrededor de una posición de equilibrio. Puede ser una oscilación de moléculas de aire, como en el caso del sonido que viaja por la atmósfera, de moléculas de agua (como en las olas que se forman en la superficie del mar) o de porciones de una cuerda o un resorte. En todos estos casos, las partículas oscilan en torno a su posición de equilibrio y sólo la energía avanza de forma continua. Estas ondas se denominan **mecánicas** porque la energía se transmite a través de un medio material, sin ningún movimiento global del propio medio. Las únicas ondas que no requieren un medio material para su propagación son las ondas **electromagnéticas**; en ese caso las oscilaciones corresponden a variaciones en la intensidad de campos magnéticos y eléctricos.

En este tema vamos a estudiar el movimiento ondulatorio en general, y las propiedades de las ondas.

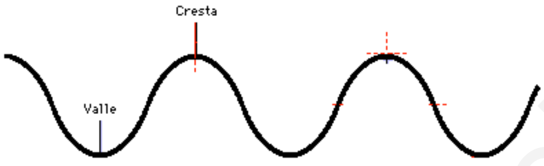
7.2.- CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS.

Las ondas se pueden clasificar en función de los siguientes criterios:
Según el **medio** por el que se propagan:

MECÁNICAS O MATERIALES: se propagan a través de un medio.
ELECTROMAGNÉTICAS: se propagan en el vacío.

Según las **direcciones de propagación y vibración**:

LONGITUDINALES: la dirección de propagación y vibración coinciden (muelle).
TRANSVERSALES: la dirección de propagación es perpendicular a la de vibración (cuerda).



Según el **modo de propagación de la energía:**

UNIDIMENSIONALES: se propagan en una sola dirección, como la cuerda.

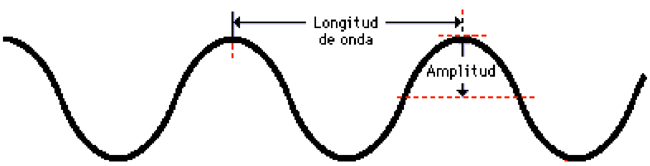
BIDIMENSIONALES: se propagan en dos dimensiones, como las ondas generadas por una piedra al caer sobre una superficie de agua. Pueden ser circulares o planas.

TRIDIMENSIONALES: se propagan en tres dimensiones como la luz de una bombilla. Suelen ser ondas esféricas.

7.3.- MAGNITUDES QUE CARACTERIZAN UNA ONDA.

Vamos a definir una serie de magnitudes que nos ayudarán a describir las ondas, especialmente para poder describir el movimiento ondulatorio mediante expresiones matemáticas.

Por simplicidad vamos a utilizar una onda transversal unidimensional (una cuerda):



LONGITUD DE ONDA (λ): distancia entre dos puntos consecutivos que estén en el mismo estado de vibración. Su unidad es el metro.

AMPLITUD (**A**): Máxima elongación en el movimiento de vibración de la partícula. Tiene unidades de longitud.

FRECUENCIA (**f** o ν): número de vibraciones que realiza una partícula por unidad de tiempo. Se mide en s^{-1} o hercios (Hz).

PERIODO (**T**): tiempo que tarda un punto en recorrer una oscilación. Tiene unidades de tiempo. Se relaciona con la frecuencia: T = 1/f.

VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN (**u**): Rapidez con la que se desplaza la perturbación. Depende del medio pero no del foco emisor. $u = f \cdot \lambda$.

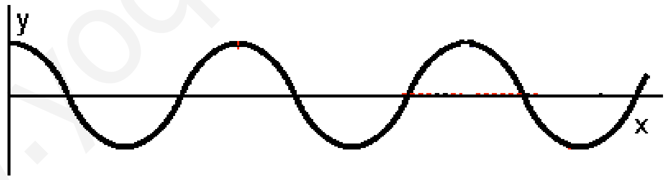
NÚMERO DE ONDAS (**k**): es el número de longitudes de onda que caben en 2π metros. $k=2\pi/\lambda$. Su unidad es rad/m.

VELOCIDAD DE VIBRACIÓN (**v**): velocidad a la que se mueve cada partícula. Se corresponde con la velocidad del MAS.

7.4.- LA ECUACIÓN DE ONDAS.

Si nos seguimos fijando en la onda transversal plana, nos damos cuenta de que coincide en su representación gráfica con las funciones sinusoidales (seno o coseno). Así pues la ecuación de ondas contendrá esta función.

Si recordamos la ecuación de posición con el tiempo del MAS ya vimos que también tenía la función seno o coseno.



La expresión matemática de las ondas viene dada por la **Ecuación de D'Alembert**:

$$Y(x, t) = A \, sen \, (wt - kx + \varphi_0)$$

al término $\phi = wt - kx + \varphi_0$ se le llama **fase de la onda** y φ_o es la fase inicial.

Se suele escribir también la ecuación de ondas en función del coseno, y solo se diferencia en la fase inicial.

Si el término con x lleva el signo (-) la onda se propaga en sentido positivo y si lleva el signo (+) se propaga en sentido negativo.

DOBLE PERIODICIDAD DE LA FUNCIÓN DE ONDAS.

El seno y el coseno son funciones periódicas por lo que la función de ondas también lo será. Como la fase de la onda depende de t y de x, la periodicidad se dará para estas dos variables. La periodicidad con el tiempo vendrá dada por el periodo y la periodicidad con el espacio vendrá dada con la longitud de onda.

Es como hacer una foto a una cuerda (periodicidad espacial), o grabar un vídeo fijándonos en un punto de la cuerda (periodicidad temporal).

7.5.- ENERGÍA ASOCIADA AL MOVIMIENTO ONDULATORIO.

La energía mecánica asociada a una partícula que se mueve con un MAS es la suma de su energía cinética y potencial:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2$$

Si operamos en esta expresión podemos llegar a que la energía de una onda viene dada por la expresión:

$$E = 2m\pi^2 f^2 A^2$$

Al avanzar la onda , esta energía se reparte entre más partículas, por lo que la amplitud disminuye; la onda sufre **atenuación**.

Si existen pérdidas de energía por rozamiento, la onda sufre **amortiguación** y acaba por desaparecer.

7.6.- INTENSIDAD DE UNA ONDA.

Llamamos intensidad de una onda en un punto a la energía que atraviesa una unidad de superficie perpendicular a la propagación por unidad de tiempo:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$$ donde P es la potencia (E/t)

La unidad en el S.I. es el W/m^2

Vamos a ver como varía la intensidad en función de la distancia.

Para una onda plana, si no existe amortiguamiento, la amplitud no varía con la distancia (ya que siempre atraviesa las superficies paralelas la misma energía).

Para una onda esférica, toda la energía que atraviesa una superficie esférica de radio r_1 atravesará otra de radio r_2, por lo que:

$$I_1 = \frac{E}{4\pi r_1^2 t} \quad \text{y} \quad I_2 = \frac{E}{4\pi r_2^2 t}$$

dividiendo ambas ecuaciones:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

La intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

La amplitud es inversamente proporcional a la distancia, efecto que hemos denominado anteriormente atenuación.

7.7.- ABSORCIÓN DE ONDAS.

Además del amortiguamiento y la atenuación, la absorción es un efecto que se produce en las ondas, con referencia a su energía e intensidad.

Este efecto se produce cuando una onda pasa a través de un medio material, transformándose parte de su energía en otro tipo de energía.

La disminución de energía de la onda es proporcional a la intensidad incidente y al espesor y tipo del material que atraviesa: $dI = -\beta \cdot I \cdot dx$

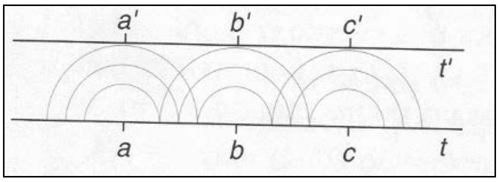
Con un sencillo cálculo, integrando esta expresión obtenemos:

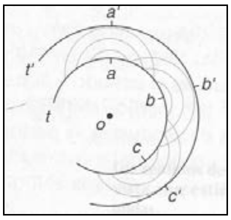
$$I = I_0 \cdot e^{-\beta x}$$

donde I_0 es la intensidad incidente.
I es la intensidad a la salida.
X es el espesor de material que atraviesa la onda.
β es el coeficiente de absorción del material empleado.

7.8.- PRINCIPIO DE HUYGENS.

Cada punto de un frente de ondas puede considerarse como un foco secundario de nuevas ondas, cuya envolvente es el nuevo frente de ondas.





Fresnel completó este principio demostrando que las ondas secundarias que se propagan en dirección contraria a la de propagación de las ondas primarias, tienen energía cero, por lo tanto no existen.

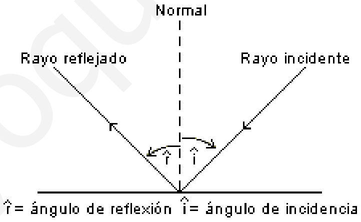
7.9.- REFLEXIÓN.

La reflexión de una onda se produce cuando esta choca con un obstáculo que la hace retroceder hacia el mismo medio de que provenía. La velocidad de propagación por tanto no varía, ya que depende del medio, y las dos ondas tienen las mismas características.

Experimentalmente se comprueban las siguientes **leyes de la reflexión**:

- La dirección de propagación de la onda incidente, de la reflejada y de la recta normal a la superficie que separa los dos medios, están en el mismo plano.

- El ángulo que forma la dirección de propagación de la onda incidente con la normal a la superficie, ángulo de incidencia, es igual al ángulo que forma la dirección de propagación de la onda reflejada con la normal, ángulo de reflexión.



Leyes fundamentales de la reflexión

7.10.- REFRACCIÓN.

Se llama refracción al cambio de dirección de propagación que experimenta una onda al pasar de un medio a otro por el que puede propagarse.

El cambio de dirección experimentado por la onda se debe al cambio en la velocidad de propagación.

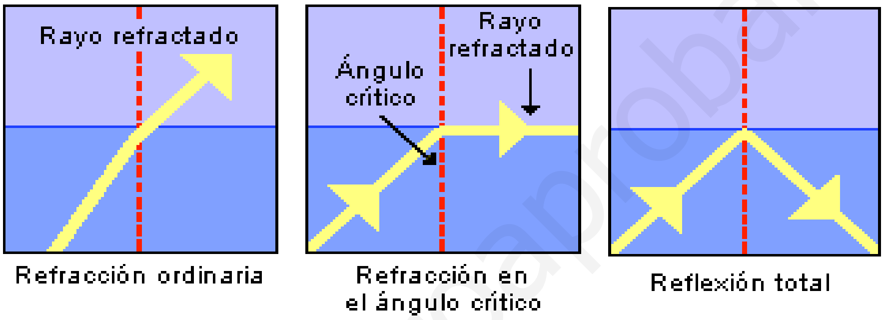
Experimentalmente se comprueban las siguientes **leyes de la refracción**:

- La dirección de propagación de la onda incidente, de la refractada y de la recta normal a la superficie que separa los dos medios están en el mismo plano.

- El ángulo que forma la dirección de propagación de la onda incidente con la normal a la superficie, ángulo de incidencia, y el ángulo que forma la dirección de propagación de la onda refractada con la normal, ángulo de refracción, cumplen la siguiente relación, llamada **ley de Snell**:

$$\frac{sen\hat{i}}{sen\hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

Se llama ángulo límite (en la figura crítico) al ángulo de incidencia al que corresponde un ángulo de refracción de 90º, y si el ángulo de incidencia es mayor que este ángulo límite la onda se refleja completamente y no se produce refracción, solo reflexión. Este fenómeno está condicionado por la ley de Snell al caso en que $v_2 > v_1$.

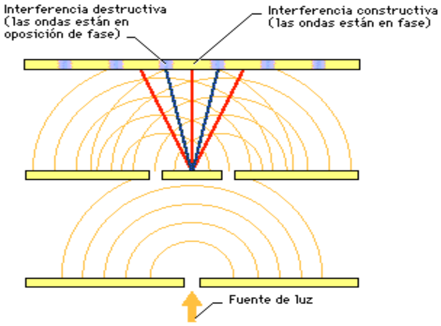


En la unidad correspondiente a la óptica estudiaremos este fenómeno referido a las ondas luminosas.

7.11.- INTERFERENCIA.

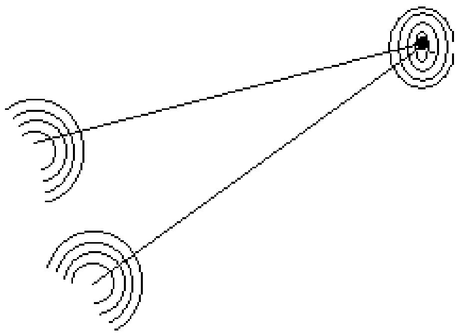
Bernoulli propuso el **principio de superposición de ondas**, para el caso en que dos o más movimientos ondulatorios procedentes de distintos focos y propagándose en el mismo medio se encontrasen.

"La elongación a la que está sometido un punto es igual a la suma vectorial de las elongaciones producidas por cada movimiento por separado".



Si el resultado de la suma es un refuerzo a la onda inicial la interferencia es constructiva y si el resultado es menor, es una interferencia destructiva.

Vamos a estudiar matemáticamente, partiendo de la ecuación de ondas, las interferencias de dos ondas coherentes, que son aquellas que mantienen constante su diferencia de fase a lo largo del tiempo. Supondremos además que tienen la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud.



Así pues, tenemos dos ondas dadas por:

$Y_1\ (x, t) = A\ sen\ (wt - kx_1 + \varphi_0)$
$Y_2\ (x, t) = A\ sen\ (wt - kx_2 + \varphi_0)$

Si sumamos ambas ecuaciones, cuando cada una de ellas ha recorrido una distancia x_i desde su foco y ha transcurrido un tiempo t:

$$Y = y_1 + y_2 = ... = 2\ A\ cos\ (k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2})\ \cdot\ sen\ (wt - k \cdot \frac{x_1 + x_2}{2} - \varphi_0)$$

Vemos que corresponde a una nueva ecuación de ondas, cuya amplitud sería:

$$A_T = 2Acos\ (k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2})$$

Y donde $(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2})$ es la diferencia de fase entre las dos ondas que interfieren.

Completa los pasos que faltan en la demostración.

INTERFERENCIA CONSTRUCTIVA.

Si $k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = n\pi$, entonces $\cos k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = \pm 1$ y por lo tanto la amplitud resultante es máxima y vale 2·A. Las ondas llegan al punto de interferencia en fase.

Como $K = 2\pi/\lambda$, despejando de la fase: $x_1 - x_2 = n\ \lambda$ con n = 0, 1, 2, 3, ...

INTERFERENCIA DESTRUCTIVA

Si $k\cdot\frac{x_2 - x_1}{2} = (2n + 1)\pi$, entonces $\cos k\cdot\frac{x_2 - x_1}{2} = 0$ y por lo tanto la amplitud resultante vale 0. Las ondas llegan al punto de interferencia en oposición de fase.

Como $K = 2\pi/\lambda$, despejando de la fase: $x_1 - x_2 = (2n + 1)\,\lambda/2$ con n = 0, 1, 2, 3, ...

INTERFERENCIA DE ONDAS CON DISTINTA AMPLITUD.

En la demostración anterior hemos utilizado ondas con la misma amplitud para mayor sencillez, pero podemos calcular la interferencia de dos ondas con la misma frecuencia y longitud de onda pero con amplitudes A_1 y A_2 respectivamente.

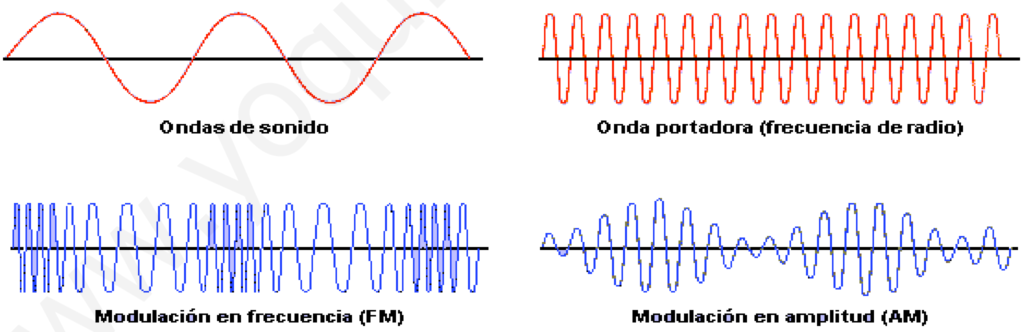
El resultado de sumar las dos ondas es una onda cuya amplitud viene dada por:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2\cdot A_1\cdot A_2 \cos\delta \quad \text{donde } \delta = 2\pi\cdot(x_1 - x_2)/\lambda$$

El razonamiento para calcular si son interferencias constructivas o destructivas es igual que en el caso anterior.

PULSACIONES.

Se producen cuando a un punto del espacio llegan ondas con frecuencias distintas. La superposición de esas ondas produce las pulsaciones. Estas pulsaciones vienen dadas por la envolvente de la suma de las dos ondas, llamada **onda modulada**, y la frecuencia de dicha pulsación es igual a la diferencia entre las frecuencias de las ondas iniciales.



7.12.- ONDAS ESTACIONARIAS.

Las ondas estacionarias se producen por la interferencia de dos ondas iguales que se propagan en la misma dirección pero en sentidos contrarios. Por ejemplo una cuerda atada de un extremo y en la que provocamos una onda, o un haz de luz reflejado en un espejo.

El resultado de esta interferencia es que existen puntos que siempre quedan en reposo (nodos) y puntos que siempre están en movimiento (vientres).

Si sumamos las dos ondas:

$$Y_+ (x, t) = A\ sen\ (wt - kx + 0) \quad y \qquad Y_- (x, t) = A\ sen\ (wt + kx + \pi)$$

donde la onda reflejada sufre una cambio de fase inicial π.

Obtenemos:

$$\mathbf{Y = 2 \cdot A \cdot cos\ wt \cdot sen\ Kx}$$

Donde la amplitud resultante sería $2 \cdot A \cdot\ sen\ kx$ que no depende del tiempo, y la onda tiene la misma frecuencia y longitud de onda que la original.

La **amplitud máxima** (vientre) se produce para sen kx = ±1, es decir, kx = $(2n + 1)\pi/2$ que en función de la longitud de onda : x = $(2n + 1) \cdot \lambda/4$ con n= 0, 1, 2, ...

La **amplitud mínima** (nodo) se produce para sen kx = 0, es decir, kx =$n\pi$ que en función de la longitud de onda : x = $2n \cdot \lambda/4$ con n= 0, 1, 2, ...

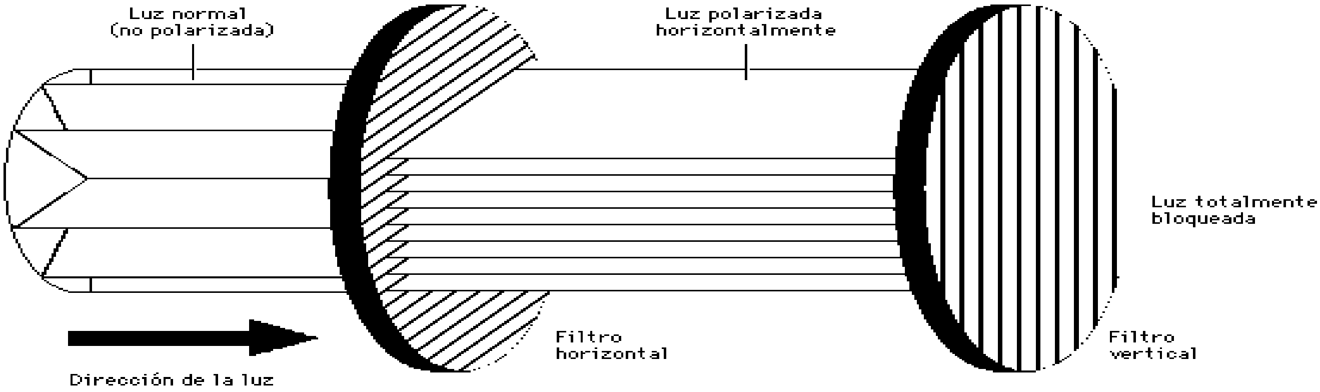
En las ondas estacionarias la energía no se propaga.

7.13.- POLARIZACIÓN.

Es un fenómeno asociado a las ondas transversales. Se produce tanto en ondas materiales como electromagnéticas, aunque debido a diferentes causas.

Por ser mas sencillo el razonamiento, supongamos una onda que se propaga en una cuerda. Cada punto de esa cuerda podrá moverse con un MAS en cualquier dirección, perpendicularmente a la posición de equilibrio. Si se coloca un rendija (un agujero en forma de rendija recta), solo conseguirá moverse la cuerda en la dirección de la rendija, es la dirección en la que hemos polarizado la onda.

Combinando varias rendijas a lo largo de la cuerda en diferentes direcciones podríamos llegar a bloquear completamente la onda.



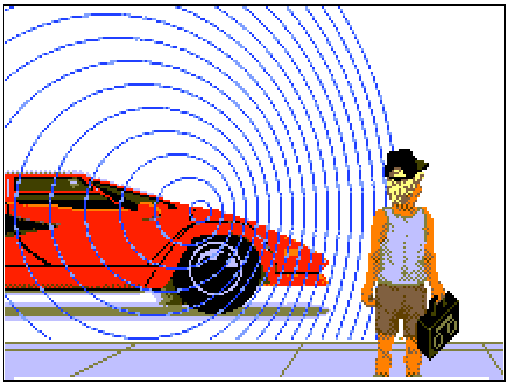
7.14.- DIFRACCIÓN

Cuando en el camino de propagación de una onda se interpone un obstáculo, la onda es capaz de sortearlo y propagarse detrás de él. Las ondas “giran las esquinas”, podemos oír una onda sonora, provocada por el tráfico, antes de llegar a una esquina. Si en una habitación cerrada y a oscuras penetra un poco de luz por un resquicio de la puerta, podemos entrever los muebles.

Todos estos fenómenos son debidos al fenómeno de la difracción, que se da siempre en los fenómenos ondulatorios. (ver figura de difracción e interferencia).

7.15.- EFECTO DOPPLER.

El efecto Doppler consiste en la variación aparente de la frecuencia de cualquier onda emitida, por ejemplo luz o sonido, cuando la fuente de la onda se acerca o se aleja del observador. El efecto toma su nombre del físico austriaco Christian Doppler, que formuló por primera vez este principio físico en 1842. El principio explica por qué, cuando una fuente de sonido de frecuencia constante avanza hacia el observador, el sonido parece más agudo (de mayor frecuencia), mientras que si la fuente se aleja parece más grave. Este cambio en la frecuencia puede ser percibido por un observador que escuche el silbato de un tren rápido desde el andén o desde otro tren. Las líneas del espectro de un cuerpo luminoso como una estrella también se desplazan hacia el rojo si la estrella se aleja del observador. Midiendo este desplazamiento puede calcularse el movimiento relativo de la Tierra y la estrella.



Para calcular la frecuencia a la que nos llegan las ondas, podemos suponer varios casos:

- que el observador esté en reposo y el foco se acerque o se aleje.
- que el foco esté en reposo y sea el observador el que se mueva acercándose o alejándose.
- que tanto el observador como el foco estén en movimiento.

El último caso es el más general y engloba los anteriores. La frecuencia percibida viene dada por la ecuación:

$$f' = f \cdot \frac{v + v_o}{v - v_f}$$

donde v es la velocidad de propagación de la onda
v_o es la velocidad a la que se mueve el observador
v_f es la velocidad a la que se mueve el foco
f es la frecuencia de la onda
f' es la frecuencia que percibe el observador.

Para utilizar esta expresión hay que tener en cuenta el movimiento relativo del foco y del observador, así pues tomaremos con signo positivo las velocidades de acercamiento y con signo negativo las de alejamiento.

Escribe la expresión matemática de los cuatro casos posibles a partir del caso general de efecto Doppler.

2º PROBLEMAS DE MOVIMIENTO ONDULATORIO

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Uno de los extremos de una cuerda tensa, de 6 m de longitud , oscila transversalmente con un movimiento armónico simple de frecuencia 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo de la cuerda en 0,5 s.

Determine:

a) La longitud de onda y el número de onda de las ondas de la cuerda.
b) La diferencia de fase de oscilación existente entre dos puntos de la cuerda separados 10 cm.

---

a)

$$v = \frac{e}{t} = \frac{6}{0,5} = 12 \text{m.s}^{-1}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda.f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{60} = 0,2\text{m}$$

λ= 0,2 m

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \text{rad} \backslash \text{m}$$

k = 10π rad\m

b)

La diferencia de fase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$\Delta\phi$ = (ωt – kx_2)- (ωt – kx_1)= k (x_1-x_2) = $10\pi(x_1 - x_2) = 10\pi.0,1 = \pi\text{rad}$

$\Delta\phi$ = π rad

2º La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa coincidente con el eje X, es: y =0,2 sen (100π t - 200πx), en unidades S.I. Determine:

a) Los valores del período, la amplitud, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
b) La expresión matemática de la onda en términos de la función coseno.

---

a) Por comparación con la expresión matemática de la ecuación de una onda

y = A sen (ωt - kx)

A = 0,2 m

ω = 100π rad.s^{-1} $\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = 2.10^{-2}\text{s}$

T = 2.10^{-2} s

$$k = 200\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{200\pi} = 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

$\boldsymbol{\lambda = 10^{-2}\ \mathrm{m}}$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10^{-2}}{2.10^{-2}} = 0{,}5\mathrm{m.s}^{-1}$$

$\mathbf{v = 0{,}5\ m\ s^{-1}}$

b)

$$\mathbf{y = 0{,}2\cos\left(100\pi t - 200\pi x + \frac{\pi}{2}\right)}$$

3ºUna onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m\s .

a) ¿Qué distancia mínima hay en un cierto instante , entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60º?

b) ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3} s?

La expresión matemática de la función de una onda es :

$y = A\cos(\omega t - kx)$ Donde $\phi = (\omega t - kx)$ es la fase de la onda

a)

El desfase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_1 - x_2)$ En este caso $\Delta\phi = 60^0 = \frac{\pi}{3}$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) \Rightarrow (x_1 - x_2) = \frac{\pi.\lambda}{3.2\pi} = \frac{0{,}7}{6} = 0{,}117\ \mathrm{m}$$

$\mathbf{x_1 - x_2 = 0{,}117\ m}$

b)

El desfase temporal en un mismo punto vendrá dado por la expresión :

$\Delta\phi = (\omega t_2 - kx) - (\omega t_1 - kx) = \omega(t_2 - t_1)$ En este caso $t_2 - t_1 = 10^{-3}$s

$\Delta\phi = 2\pi f(t_2 - t_1) = 2\pi.500.\ 10^{-3} = \pi$ rad

$\boldsymbol{\Delta\phi = \pi}$ **rad**

3ºUn tren de ondas armónicas se propaga en un medio unidimensional de forma que las partículas del mismo están animadas de un movimiento vibratorio armónico simple representado por :

$\mathbf{y = 4\ sen\left(\frac{\pi}{3}t + \varphi\right)}$ (y en cm , t en s).

Determine :

a) La velocidad de propagación de las ondas, sabiendo que su longitud de onda es de 240 cm.
b) La diferencia de fase en un instante dado correspondiente a dos partículas separadas una distancia de 210 cm.

---

a)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2,4}{6} = 0,4 m.s^{-1} = 40 cm.s^{-1}$$

v = 40 cm.s^{-1}

b)

La diferencia de fase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k\,(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{240} 210 = 1,75\pi rad$$

$\Delta\phi$ = 1,75π rad

4ºUna onda transversal que se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X, tiene por expresión matemática: **$y_{(x,t)}$= 2 sen (7t - 4x)** , en unidades SI.

Determine:

a) La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.
b) El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda.

$$y_{(x,t)} = 2 \text{ sen } (7t - 4x) \Rightarrow \omega = 7 \text{ rad} \backslash \text{s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7} s$$

$$\Rightarrow k = 4 \text{ rad} \backslash \text{m} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} m$$

a)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{7}} = \frac{7}{4} = 1,75 ms^{-1}$$

v = 1,75 m s^{-1}

$v = 14 \cos(7t - 4x) \Rightarrow v_{max} = 14 ms^{-1}$

v_{max}= 14 ms^{-1}

b)

El tiempo que tarda la onda en recorrer una longitud de onda es un período

$$T = \frac{2\pi}{7} = 0,895 s$$

T = 0,897 s

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Una cuerda situada según la dirección del eje OX es recorrida por una onda transversal del tipo:

$$\mathbf{y = 0{,}02\ sen\ (150\ t + 120\ x\ )}$$

Calcula:

a) T, f y λ del movimiento resultante.

b) Dirección, sentido y velocidad con que se propaga la onda.

SOLUCIÓN 0,042 s ; 23,8 Hz ; 0,052 m ; 1,23 m\s

2º Supuesta la onda definida como:

$$\mathbf{y = 0{,}5\ sen\ (\ 4\ \pi\ t - 2\ x\ )}$$

Calcula:

a) Diferencia de fase entre dos puntos tomados en la dirección t sentido de la propagación y que distan entre sí 20 m en un instante determinado.
b) Diferencia de fase entre dos estados de vibración de un mismo punto correspondiente a dos instantes separados por un intervalo de tiempo de 2 s.

SOLUCIÓN: 40 rad ; 8 π rad

3ºUna onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación :

$\mathbf{y = 0{,}4\ cos\ (\ 100t - 0{,}5\ x\ )}$ en unidades del S I.

Calcula:

a) La longitud de onda y la velocidad de propagación
b) El tiempo que transcurre desde que se inicia la perturbación en el foco hasta que la onda llegue a la posición x = 20 cm
c) La velocidad de oscilación de la partícula situada en la posición x= 20 cm en el instante t = 0,5 s.

SOLUCIÓN: a) 12,57 m ; 200 $m.s^{-1}$
b) 10^{-3}s ; c) 14,29 $m.s^{-1}$

4ºLa ecuación de una onda transversal en el S.I. es :

$$\mathbf{y = 0{,}001\ sen\ (\ 314\ t - 62{,}8\ x\ ).}$$

Se pide :

a) La longitud de onda y la frecuencia.
b) El tiempo que tarda en llegar desde el foco (x =0) a la posición x = 10m.
c) La elongación de la partícula situada en la posición x = 10 m, 4s después de que la onda llega a dicha posición.

SOLUCIÓN: a) 0,1 m ; 50 Hz
b) 2 s ; 0

5º Una onda transversal queda definida por la ecuación :

$$\mathbf{y = 3\ cos\ \pi\ (\ t \setminus 2 + x \setminus 80\ ).}$$

Con *x* e *y* en cm y *t* en s. Determina:

a) La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es 8 s y 9 s
b) La diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 400 cm y 440 cm.

SOLUCIÓN: a) 4π rad ; $\frac{9}{2}\pi$rad   b) 5π rad ; $\frac{11}{2}\pi$rad

6º La ecuación de propagación de una onda es:

$$\mathbf{y_{(x,t)} = 2\ cos\ 2\ \pi\ (\ t \setminus 0{,}01\ -\ x \setminus 30\ )}$$

Calcular:

a) Amplitud, frecuencia, período y longitud de onda.
b) Escribir la ecuación de onda de las mismas características, pero que se propague en sentido contrario y con doble velocidad.
c) ¿ En qué instante y por primera vez, un punto a una distancia *x* = 30 m se encuentra en las mismas condiciones que en el instante *t* = 0 ?.

SOLUCIÓN: a) 2 m ; 100 Hz ; 0,01 s ; 30 m ;
b) 2 cos 2 π (t \ 0,01 + x \ 60)
c) al cabo de un T

7º La ecuación de una onda transversal es : **y = 25 sen (0,4 t – 3,14 x).** En el S.I. ¿ Qué puntos se encuentran en fase y en oposición de fase ?.

SOLUCIÓN: En fase cuando x_1-x_2 = nº par
En oposición de fase cuando x_1-x_2 = nº impar

8ºLa ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es :

Y = 0,2 cos (200 t – 0,5x), donde las unidades son cgs.
Calcule :
a) La velocidad transversal de la cuerda en x = 40 cm y t = 0,15 s.
b) La ecuación de la onda estacionaria que se generaría por interferencia de la anterior onda con otra que se propagara en sentido opuesto.

SOLUCIÓN: a) 21,76 cm\s
b) 0,4 cos 200t cos 0,5x

9ºUna onda sinusoidal se propaga en el sentido positivo del eje OX con una frecuencia de 100 Hz, con una velocidad de 500 m/s y tiene una amplitud de 15 cm. Calcula :
a) La ecuación de la onda más general.
b) La separación entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un cierto instante, es de π / 5 radianes.
c) La diferencia de fase entre dos vibraciones de un mismo punto del espacio separadas por un intervalo de tiempo de 2,5. 10^{-3} s.

SOLUCIÓN: a) y = 0,15 sen (200π.t –0,4 π.x)
b) 0,5 m ; c) 0,5π rad

10º Un oscilador vibra con una frecuencia de 500 Hz y genera ondas con una velocidad de 350 m\s. Determina:
a) La separación de dos puntos consecutivos que vibren con una diferencia de fase de 60^0
b) El intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados de vibración consecutivos de un punto con una diferencia de fase de 180^0 .
c) Diferencia de fase en un instante entre dos puntos separados por una distancia de 3,15 m.

SOLUCIÓN: a) 0,117 m ; b) 10^{-3} s ; c) 9π rad

11º Una onda de frecuencia 1000 Hz se propaga con una velocidad de 300 m\s. Calcula:

a) Diferencia de fase entre dos puntos distantes entre sí 45 cm en la dirección de propagación.
b) Mínima distancia , medida en la dirección de propagación entre dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es de 3 π \ 2 rad.

SOLUCIÓN: a) 3π rad ; b) 22,5 cm

12º Calcula la longitud de la onda de una nota musical en el aire y en el agua , sabiendo que tiene una frecuencia de 870 vibraciones \ s y que las velocidades del sonido en estos medios son de 340 m \ s y 1435 m \ s.

SOLUCIÓN: 0,39 m ; 1,65 m

13º En un punto X de la superficie de un estanque tranquilo se dejan caer gotas de agua con una cadencia de 80 por minuto, lo que da lugar a una onda que se propaga con una velocidad de 0,7 m s^{-1} y una amplitud de 0,5 cm . Calcular :

a) La distancia entre dos crestas sucesivas de las ondas.
b) Deducir la expresión de la elongación en función del tiempo de un trozo de corcho situado a una distancia de 20 cm del punto X..

SOLUCIÓN: a) 0,525 m b) $y = 5.10^{-3}\ \text{sen}(\frac{8\pi}{3} t - 0{,}76\pi)$

14º Un movimiento ondulatorio se propaga en un medio con una velocidad de 300 m\s , una frecuencia 100 Hz y una amplitud de 2 m. Un punto P que dista 3 m del origen, tiene la máxima elongación positiva en el instante inicial. Escribir la ecuación de propagación del movimiento ondulatorio y calcular el tiempo que transcurre desde el instante inicial, para que el punto P alcance la velocidad de oscilación máxima.

SOLUCIÓN: y = 2 cos 2π (100t –x\3)
$2{,}5 \cdot 10^{-3}$ s

15º Un foco genera ondas de 2 mm de amplitud con una frecuencia de 250 Hz que se propagan por un medio a una velocidad de 250 m\s .

a) Determina el período y la longitud de onda.
b) Si en el instante inicial la elongación de un punto situado a 3 m del foco es y = - 2 mm , determina la elongación de un punto situado a 2,75 m del foco en el mismo instante.

SOLUCIÓN: a) 4.10^{-3}s ; 1 m b) 0

16º Una onda sinusoidal transversal, que se propaga de derecha a izquierda, tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4 m y una velocidad de propagación de
200 m\s. Halla .a) La ecuación de la onda.
b) Velocidad transversal máxima de un punto alcanzado por la vibración.
c) Aceleración máxima de un punto del medio.

SOLUCIÓN: a) y = 4 cos (20πt + 0,1πx)
b) $v = \pm 80\pi\, m \backslash s$ c) $\pm 1600\pi^2 m \backslash s^2$

17º La ecuación de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda es :

y = 0,5 sen π (x – 0,1 t – 1\3).

Determina:
a) La amplitud, el período y la longitud de onda.
b) La frecuencia natural y la frecuencia angular (o pulsación).
c) La velocidad de propagación.
d) La velocidad máxima de un punto de la cuerda.

SOLUCIÓN: a) 0,5 m ; 20 s ; 2 m ; b) 0,05 Hz ; 0,1π rad\s
c) 0,1 m\s ; d) $\pm 0{,}05\pi m \backslash s$

18º Determina la diferencia de fase qué habrá entre las vibraciones de dos puntos que se encuentran respectivamente, a las distancias de 10 y 16 m del centro de vibración, sabiendo que la velocidad de propagación es v = 300 m\s y el periodo T = 0,04 s.

SOLUCIÓN: π rad

19º En una cuerda colocada a lo largo del eje X se propaga una onda determinada por la función:

$y_{(x,t)}$ = A sen 2π (4x – 8 t).

Donde y, x se expresan en m y t en segundos. ¿ Cuánto tiempo tarda la perturbación en recorrer una distancia de 8 m ?.

SOLUCIÓN: 4 s.

20º Dada la siguiente función de onda:

y = 0,02 sen (4 x – 3 t)

donde y, x están expresadas en metros y t en segundos. ¿ Cuales son las elongaciones correspondientes a los puntos x = 0 m y x = 0,3 m en el instante t = 0 ?. ¿ Cuál es la velocidad de propagación de la onda ?. Justifica las respuestas.

SOLUCIÓN: y = 0 ; y = 0,019 m ; 0.75 m\s

21º Si alguien se pusiera a agitar periódicamente el extremo de una cuerda tensa tres veces por segundo. ¿ Cuál sería el período de las ondas armónicas transversales generadas en la cuerda ?. Razona las respuestas.

SOLUCIÓN: 1\3 s

22º ¿ Qué es una onda polarizada ?. ¿ Se puede polarizar cualquier onda ?. ¿ se puede polarizar la luz ?. ¿ Y los sonidos ?. Razona la respuesta.

SOLUCIÓN: Una onda está polarizada cuando forzamos a que las vibraciones de sus partículas se produzcan en un único plano , así tendremos una onda polarizada plana. No , sólo se pueden polarizar las ondas transversales.
Las ondas luminosas son producidas por las vibraciones de los electrones del átomo sin que exista entre ellas ninguna relación de fase, por tanto , no están polarizadas.
Las ondas sonoras son longitudinales y en ellas sus partículas vibran en la dirección de propagación no tiene sentido por tanto hablar de polarización

23º Una onda armónica transversal que se propaga a lo largo de la dirección positiva del eje de las X, tiene las siguientes características: amplitud A = 5 cm, longitud de onda $\lambda = 8\pi$ cm, velocidad de propagación v = 40 cm\s. Sabiendo que la elongación de la partícula de abscisa x =0 , en el instante t = 0, es de 5 cm. Determinar.:

a) El número de onda y la frecuencia angular de la onda.
b) La ecuación que representa el movimiento vibratorio armónico simple de la partícula de abscisa x = 0.
c) La ecuación que representa la onda armónica transversal indicada.

SOLUCIÓN: a) 0,25 rad\m ; 10 rad\s
b) y = 5 cos 10 t c) y = 5 cos (10 t - 0,25 x)

24º Una onda armónica cuya frecuencia es de 50 Hz, se propaga en la dirección positiva del eje X. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 20 cm es de π\2 radianes, determinar :

a) El período, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
b) En un punto dado ¿ qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s ?.

SOLUCIÓN: a) 0,02 s ; 0,8 m ; 40 m\s **;** b) π rad

25º La intensidad de una onda armónica esférica es $6{,}0.10^{-8}$ W / cm^2 a 20 m de un foco emisor. Si no hay absorción . Calcule :

a) La energía emitida por el foco emisor en un minuto.
b) La amplitud de la onda a los 40 m, si a los 20 m es de 4,0 mm.

SOLUCIÓN: a) 180,96 J ; b) 2,0 mm

26º Un láser tiene una potencia de 10 mW y un diámetro de haz de 1 mm. Calcule la intensidad del haz

SOLUCIÓN: 12732,4 wm^{-2}

27º Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia uniformemente distribuida en todas las direcciones.

a) Si nos vamos alejando de la fuente, la intensidad sonora que percibimos disminuye. Explica éste fenómeno. ¿Cómo depende de la distancia a la fuente la amplitud de la onda? ¿Y la intensidad?
b) Si la fuente sonora emite con 10 W de potencia ¿A qué distancia tendrá la onda una intensidad de 0,1 W \ m^2 .

SOLUCIÓN: La intensidad de un movimiento ondulatorio es la energía que pasa durante un segundo por la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación Cuánto mayor es la distancia al foco emisor menor es la intensidad y menor es la amplitud. $\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

28º Un tren de ondas que tiene una intensidad de 20 W/m^2 y una amplitud de $4 \cdot 10^{-3}$ m , penetra en un medio de coeficiente de absorción de 20 m^{-1}. Determina la intensidad y la amplitud de la onda después de atravesar 3,5 cm de dicho material.

SOL: 9,93 N/m2 $2,81 \cdot 10^{-3}$ m

29º ¿Cuál es el coeficiente de absorción de un medio si una onda reduce su intensidad a la mitad después de atravesar 4 m de dicho medio?

SOL: 0,173m^{-1}

30º En una cuerda de 2,5 m de longitud, sujeta por sus dos extremos, se genera una onda estacionaria. La cuerda posee seis nodos contando los dos extremos. En los vientres la amplitud es de 10 cm. Si la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda es de 10 m\s. Determinar la amplitud, la longitud de la onda y el período de las ondas que al superponerse originan la onda estacionaria.

SOLUCIÓN: 0,05 m ; 1 m ; 0,1 s

31º Cierto tipo de ondas viene descrito por la ecuación:

y = 2 A cos Kx cos wt

a) Explica el significado de A, K y w.
b) Escribir las ecuaciones de ondas que al interferir dan la representada por la ecuación anterior.
c) Determinar los nodos y los vientres del movimiento.

SOLUCIÓN: a) A = Amplitud de las ondas que interfieren ; k = nº de onda ; w = frecuencia angular

b) $y_1 =$ Acos (wt –kx) ; y_2 = A cos (wt + kx)

c) Nodos : Para x = $(2n+1)\frac{\lambda}{4}$; Vientres: para x = $n\frac{\lambda}{2}$

32º Dos ondas vienen representadas por las ecuaciones:

y_1 = 8 cos (150 t – 25 x)
y_2 = 8 cos (150 t + 25 x)

Al interferir producen una onda estacionaria . Calcula:

a) Ecuación de la onda resultante.
b) Distancia que hay entre dos vientres consecutivos.

SOLUCIÓN: a) y = 16 cos 150 t cos 25x ; b) π\25 m.

33º Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación, expresada en el S.I

y = 0,5 cos (200t + 0,1x)

Determina la onda estacionaria resultante de la interferencia de la anterior con otra igual que se propaga en sentido contrario. Encuentra las posiciones de los vientres y de ahí deduce la distancia entre dos vientres consecutivos.

SOLUCIÓN: y_R = cos 200t cos 0,1 x

Vientres para x= $\frac{n\pi}{0,1}$; 1º vientre para x= 0 ; 2º vientre para x = $\frac{\pi}{0,1}$; d_{v-v}= $\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{0,1}$

TEMA 8.- EL SONIDO.

8.1.- INTRODUCCIÓN.

El **sonido** es una oscilación de moléculas de aire, que viaja por la atmósfera. Esta oscilación no puede propagarse en el vacío, por lo que es una onda de las que hemos clasificado como mecánica.

Cualquier sonido sencillo, como una nota musical, puede describirse en su totalidad especificando tres características de su percepción: el **tono** (agudo o grave), la **intensidad** y el **timbre** (cualidad del sonido por la que distinguimos el foco emisor). Estas características corresponden exactamente a tres características físicas: la frecuencia, la amplitud y la composición armónica o forma de onda. El ruido es un sonido complejo, una mezcla de diferentes frecuencias o notas sin relación armónica.

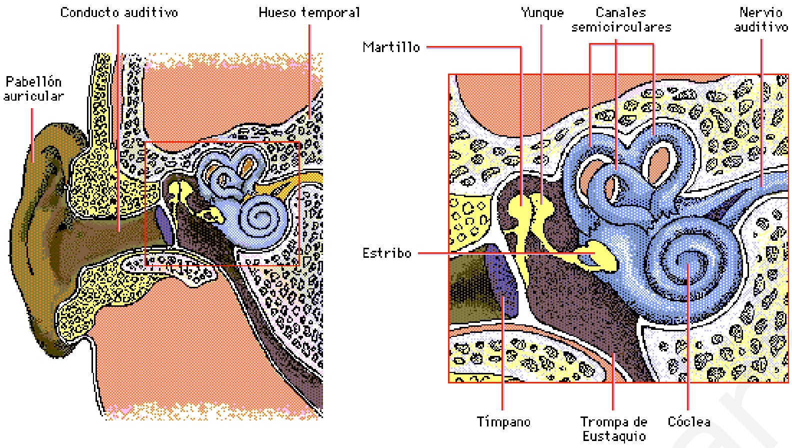
La velocidad de propagación del sonido en aire seco a una temperatura de 0 °C es de 331,6 m/s. Al aumentar la temperatura aumenta la velocidad del sonido; por ejemplo, a 20 °C, la velocidad es de 344 m/s. Los cambios de presión a densidad constante no tienen prácticamente ningún efecto sobre la velocidad del sonido. En muchos otros gases, la velocidad sólo depende de su densidad. Si las moléculas son pesadas, se mueven con más dificultad, y el sonido avanza más despacio por el medio. Por ejemplo, el sonido avanza ligeramente más deprisa en aire húmedo que en aire seco, porque el primero contiene un número mayor de moléculas más ligeras.

Generalmente, el sonido se mueve a mayor velocidad en líquidos y sólidos que en gases. Tanto en los líquidos como en los sólidos, la densidad tiene el mismo efecto que en los gases; la velocidad del sonido varía de forma inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad.

Busca información adicional sobre el sonido y una introducción histórica al tema. La información proporcionada está basada en la Enciclopedia Encarta de Microsoft.
Para completar la introducción busca información sobre ACÚSTICA y estudios aplicados de las ondas sonoras.

8.2.- EL OIDO.

El Oído es el órgano responsable de la audición y el equilibrio.



Busca información sobre la anatomía del oído humano y el mecanismo de audición.

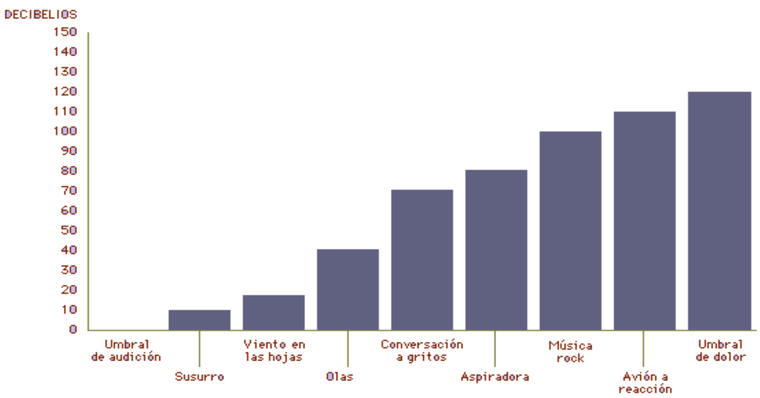
8.3.- NIVEL DE INTENSIDAD SONORA.

Ya hemos dicho que el sonido se caracteriza por tres cualidades: tono, timbre e intensidad. La **intensidad** está relacionada con la energía que transporta la onda.

Para ondas sonoras se suele utilizar el **nivel de intensidad sonora** para medir la intensidad de la onda. Este nivel está relacionado con la capacidad auditiva del oído humano, ya que solo percibimos sonidos a partir de cierta intensidad, límite llamado **umbral de audición** que además, depende de la frecuencia del sonido.

Se define pues el nivel de intensidad como $B = 10 \log (I / I_0)$ donde I_o es un valor arbitrario de referencia, que para el aire vale: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

La unidad del nivel de audición es el **decibelio** en honor a Alexander Graham Bell que fue quien lo definió.



8.4.- CONTAMINACIÓN SONORA.

Contaminación acústica, término que hace referencia al ruido cuando éste se considera como un contaminante, es decir, un sonido molesto que puede producir efectos fisiológicos y psicológicos nocivos para una persona o grupo de personas. La causa principal de la contaminación acústica es la actividad humana: el transporte, la construcción de edificios y obras públicas, la industria, entre otras. Los efectos producidos por el ruido pueden ser fisiológicos, como la pérdida de audición, y psicológicos, como la irritabilidad exagerada. El ruido se mide en decibelios (dB); los equipos de medida más utilizados son los sonómetros. Un informe publicado en 1995 por la Universidad de Estocolmo para la Organización Mundial de la Salud (OMS), considera los 50 dB como el límite superior deseable. Además, cada país ha desarrollado la legislación específica correspondiente para regular el ruido y los problemas que conlleva.

8.5.- CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS SONORAS.

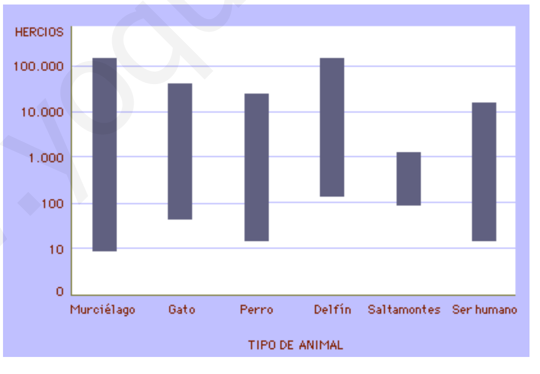
La frecuencia de una onda sonora nos da el **tono** del sonido producido, nos distingue entre sonidos graves y agudos.

Podemos clasificar sin embargo los sonidos, según su frecuencia y en relación a la capacidad auditiva en los humanos como:

INFRASONIDOS: ondas sonoras con frecuencias menores de 20 Hz.

SONIDOS: ondas sonoras que los humanos son capaces de oír.

ULTRASONIDOS: ondas sonoras con frecuencias superiores a 20.000Hz.



8.6.- EL ECO.

El sonido también se ve afectado por la **reflexión**, y cumple la ley fundamental de que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Un eco es el resultado de la reflexión del sonido. El sonar se basa en la reflexión de los sonidos propagados en agua.

Busca más aplicaciones a este fenómeno sonoro.

8.7.- ONDAS SONORAS ESTACIONARIAS.

Cuando dos ondas de igual amplitud, longitud de onda y velocidad avanzan en sentido opuesto a través de un medio se forman **ondas estacionarias**. Por ejemplo, si se ata a una pared el extremo de una cuerda y se agita el otro extremo hacia arriba y hacia abajo, las ondas se reflejan en la pared y vuelven en sentido inverso. Si suponemos que la reflexión es perfectamente eficiente, la onda reflejada estará media longitud de onda retrasada con respecto a la onda inicial. Se producirá interferencia entre ambas ondas y el desplazamiento resultante en cualquier punto y momento será la suma de los desplazamientos correspondientes a la onda incidente y la onda reflejada. En los puntos en los que una cresta de la onda incidente coincide con un valle de la reflejada, no existe movimiento; estos puntos se denominan nodos. A mitad de camino entre dos nodos, las dos ondas están en fase, es decir, las crestas coinciden con crestas y los valles con valles; en esos puntos, la amplitud de la onda resultante es dos veces mayor que la de la onda incidente; por tanto, la cuerda queda dividida por los nodos en secciones de una longitud de onda. Entre los nodos (que no avanzan a través de la cuerda), la cuerda vibra transversalmente.

Las ondas estacionarias aparecen también en las cuerdas de los instrumentos musicales. Por ejemplo, una cuerda de violín vibra como un todo (con nodos en los extremos), por mitades (con un nodo adicional en el centro), por tercios… Todas estas vibraciones se producen de forma simultánea; la vibración de la cuerda como un todo produce el tono fundamental y las restantes vibraciones generan los diferentes armónicos. La suma de todas estas ondas está relacionada con el **timbre** del sonido producido, lo que nos permite distinguir que tipo de instrumento ha emitido dicho sonido.

Vamos a estudiar las ondas estacionarias en diferentes soportes.

Recuerda del tema anterior las ecuaciones de nodos y vientres.

ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA FIJA POR UN EXTREMO.

Si la cuerda está sujeta por un extremo la onda debe formar allí un nodo, y en el extremo libre deberá formar un vientre. Aplicando la ecuación de vientres:

$x = (2n + 1)\ \lambda/4 = l$ donde l es la longitud de la cuerda.

Esta ecuación nos da los armónicos posibles en la cuerda:
n= 0 (modo fundamental),
n= 1 (tercer armónico),
n= 2 (quinto armónico), ..., de los cuales podemos calcular la longitud de onda.

ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA FIJA POR SUS DOS EXTREMOS.

En una cuerda fija por sus dos extremos, se formarán nodos en estos dos puntos. Aplicando la ecuación de los nodos:

$x = 2n \cdot \lambda/4 = l$ donde l es la longitud de la cuerda.

Esta ecuación nos da los armónicos posibles en la cuerda:

n= 1 (modo fundamental),
n= 2 (segundo armónico),
n= 3 (cuarto armónico), ..., de los cuales podemos calcular la longitud de onda.

TUBOS SONOROS.

Pueden ser tubos abiertos o cerrados en sus extremos comportándose igual que las cuerdas y por tanto produciendo los mismos armónicos.

8.8.- ONDAS DE CHOQUE.

Fenómeno más conocido como **Barrera del sonido**, término que se refiere a los efectos de compresibilidad experimentados por los aviones supersónicos cuando su velocidad con respecto al aire se aproxima a la velocidad local del sonido (1.223 km/h a nivel del mar en condiciones normales).

Estos efectos de compresibilidad se producen cuando un cuerpo —por ejemplo, una aeronave— alcanza una velocidad suficiente para romper el flujo normal de las moléculas de aire que se apartan para dejar paso al objeto que se aproxima. A esas velocidades, las moléculas de aire situadas en la trayectoria del objeto y en las inmediaciones no reciben la 'advertencia' de la llegada del objeto con suficiente antelación para poder apartarse de forma ordenada, y son sometidas a un desplazamiento violento. Esta ruptura en la fluidez del flujo de aire se produce porque el medio normal de 'advertencia' son las **ondas de presión**, que viajan a la velocidad local del sonido, y en este caso son adelantadas por el objeto en movimiento. Este efecto, conocido como **choque de compresibilidad**, provoca cambios importantes en la distribución de presiones, densidades y temperaturas del aire alrededor del cuerpo en movimiento. La velocidad local del sonido varía significativamente, y disminuye —aunque de forma errática— al aumentar la altitud sobre la superficie terrestre.

El llamado '**número de Mach'** es la velocidad de un proyectil o avión con respecto al medio que lo rodea, dividida entre la velocidad del sonido en ese mismo medio y bajo las mismas condiciones. Por tanto, a nivel del mar y en condiciones normales de humedad y temperatura, una velocidad de 1.223 km/h representa un número de Mach de 1, y se designaría por 'Mach 1'. Esta misma velocidad en la estratosfera correspondería a Mach 1,16, debido a las diferencias de densidad, presión y temperatura a mayores altitudes. Al indicar las velocidades por su número de Mach en lugar de hacerlo en kilómetros por hora, puede obtenerse una representación más adecuada de las condiciones reales del vuelo.

3º PROBLEMAS DE SONIDO

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Un altavoz que se puede asimilar a un foco sonoro puntual genera ondas esféricas con una potencia de 100 w:

a) ¿ Cuáles son los valores de la intensidad de la onda sonora en dos puntos A y B que disten del altavoz 4m y 8 m respectivamente ?.
b) ¿ Cuál es la razón entre las amplitudes de las ondas sonoras en dichos puntos ?.

---

a)

$$I_1 = \frac{P}{s_1} = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{100\text{w}}{4\pi 4^2\,\text{m}^2} = 0{,}497\,\frac{\text{w}}{\text{m}^2}$$

$$I_2 = \frac{P}{s_2} = \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{100\text{w}}{4\pi 8^2\,\text{m}^2} = 0{,}124\,\frac{\text{w}}{\text{m}^2}$$

b)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = \sqrt{\frac{0{,}497}{0{,}124}} = 2$$

$$\mathbf{\frac{I_1}{I_2} = 2}$$

2ºDos sonidos tienen niveles de intensidad sonora de 50 dB y 70 dB, respectivamente. Calcule cuál será la relación entre sus intensidades.

$\beta_1 = 50$ dB

$\beta_2 = 70$ dB $\rightarrow$ $\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 50 = 10\log\frac{I_1}{I_0}$$

$$\beta_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 70 = 10\log\frac{I_2}{I_0}$$

Restando

$$\Rightarrow 20 = 10\log\frac{I_2}{I_0} - 10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 2 = \log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100$$

$$\mathbf{\frac{I_2}{I_1} = 100}$$

3ºEl sonido emitido por un altavoz tiene un nivel de intensidad de 60 dB a una distancia de 2 m de él. Si el altavoz se considera como una fuente puntual, determine:

a) La potencia del sonido emitido por el altavoz.
b) A que distancia el nivel de intensidad sonora es de 30 dB y a que distancia es imperceptible el sonido.

El umbral de audición es $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2}

a)

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow P = IS$$

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 60 = 10\log\frac{I_1}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I_1}{10^{-12}} = 10^6 \Rightarrow I_1 = 10^{-12}10^6 = 10^{-6}\,Wm^{-2}$$

$$S_1 = 4\pi r_1^2 = 4\pi 2^2 = 50{,}26m^2$$

$$P = 10^{-6}50{,}26 = 50{,}26.10^{-6}\,W$$

$$\mathbf{P = 50{,}26.10^{-6}\,W}$$

b)

β_2= 30 dB $\qquad$ r_2 ?

$$\beta_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 30 = 10\log\frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I_2}{10^{-12}} = 10^3 \Rightarrow I_2 = 10^{-12}10^3 = 10^{-9}\,Wm^{-2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow r_2^2 = r_1^2.\frac{I_1}{I_2} = 2^2\,\frac{10^{-6}}{10^{-9}} = 4000 \Rightarrow r_2 = \sqrt{4000} = 63{,}24m$$

$$\mathbf{r_2 = 63{,}24m}$$

El sonido es imperceptible cuando $\beta_3 = 0$ y esto ocurre cuando $I_3 = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$

Calcularemos r_3

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{r_3^2}{r_1^2} \Rightarrow r_3^2 = r_1^2.\frac{I_1}{I_3} = 2^2\,\frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 4.10^6 \Rightarrow r_3 = \sqrt{4.10^6} = 2.10^3\,m$$

$$\mathbf{r_3 = 2.10^3\,m}$$

<u>PROBLEMAS PROPUESTOS</u>

1º Un sonido de 2 m de longitud de onda en el aire penetra en el agua en donde se mueve con una velocidad de 1500 ms^{-1} . ¿Cuál es la longitud de onda en el agua ?

SOLUCIÓN : 8,8 m

2º ¿Qué clase de ondas son las ondas sonoras ? Exprese la ecuación que describe su propagación,

SOLUCIÓN : Ondas longitudinales de presión
Su ecuación : y = A cos (ωt –kx)

3º ¿ Qué cualidades distinguen entre sí los diferentes sonidos ? ¿ Cómo dependen dichas cualidades de las magnitudes que caracterizan la onda sonora ?. Razona tu respuesta.

SOLUCIÓN : Sonoridad $\rightarrow$ Intensidad de la onda
Tono $\rightarrow$ Frecuencia de la onda
Timbre $\rightarrow$ Forma de la onda

4º

a) ¿ Qué son la intensidad y el tono de un sonido ?
b) ¿ De qué parámetros de la onda dependen ?

SOLUCIÓN : Intensidad de una onda sonora es la energía que atraviesa perpendicularmente la unidad de superficie colocada en dicho punto en la unidad de tiempo. Es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor.
El tono es una cualidad del sonido que permite decir si éste es más grave o más agudo. Es algo subjetivo y está relacionado con la frecuencia de la onda sonora

5º Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia uniformemente distribuida en todas las direcciones.

c) Si nos vamos alejando de la fuente, la intensidad sonora que percibimos disminuye. Explica éste fenómeno. ¿Cómo depende de la distancia a la fuente la amplitud de la onda? ¿Y la intensidad?
d) Si la fuente sonora emite con 10 W de potencia ¿A qué distancia tendrá la onda una intensidad de 0,1 W \ m^2 .(Las ondas sonoras son esféricas)

SOLUCIÓN : a) $\frac{I_2}{I_1} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

b) 2,82 m

6º

a) Si el oído humano puede percibir sonidos de frecuencias comprendidas en el intervalo de 20 Hz a 20.000 Hz aproximadamente. ¿ Cuáles son las longitudes de onda en el aire que responde a estas frecuencias ?.
b) Si el oído humano es capaz de distinguir aproximadamente dos sonidos que se emiten con un intervalo de 0,1 s. ¿ Cuál es la distancia mínima a la que debe estar de una pared una persona , para que perciba el eco ?.
Datos : Velocidad del sonido en el aire $v = 340\ m\ s^{-1}$

SOLUCIÓN : a) 17 m ; 17.10^{-3} Hz
b) 17 m

7º Si al gritar frente a una roca, oyes el eco al cabo de 4 s., ¿a qué distancia de tí está la roca?.

SOLUCIÓN : 680 m

8º Un sonido tiene una intensidad de 10^{-8} W/m^2. ¿Cuál es su nivel de intensidad en dB?.

SOLUCIÓN : 40 dB

9º Un barco emite simultáneamente un sonido dentro del agua y otro en el aire. Si otro barco detecta los dos sonidos con una diferencia de 2 segundos ¿a qué distancia están los dos barcos?.

SOLUCIÓN : 886,24 m

10º Una ventana cuya superficie es de 1,5 m^2 está abierta a una calle cuyo ruido produce un nivel de intensidad de 65 dB. ¿Qué potencia acústica penetra por la ventana?.

SOLUCIÓN : $4{,}74.10^{-6}$ W

11º Si te acercas tres veces más a un foco sonoro, ¿cómo variaría la intensidad del sonido?.

SOLUCIÓN : $I_2 = 9\ I_1$

12º Demuestra que un sonido con un nivel de intensidad de 70 dB, tiene una intensidad 1.000 veces mayor que la de un sonido con un nivel de intensidad de 40 dB.

SOLUCIÓN : $I_1 = 10^3 \ I_2$

13º Un marca de aspirador establece en su propaganda que trabaja con un nivel de intensidad de sonido máximo de 70 dB. ¿Cuál es la máxima intensidad de sonido del aspirador?.

SOLUCIÓN : 10^{-5} W.m^{-2}

14º Una onda sonora plana, de ecuación :

$$\mathbf{y_{x,t} = 6.10^{-6} \cos (1.800\ t + 5{,}3\ x)} \ \textbf{ en el S.I.}$$

se refleja sin atenuación en una pared, con inversión de fase. Determina la frecuencia de la onda. Calcula la velocidad de propagación y di si se está propagando en el aire. Dibuja la onda incidente y la onda reflejada, y di en qué puntos se oirá el silencio.

SOLUCIÓN : 286,48 Hz ; 339,62m.s^{-1} ; Si
Para $x = (2n-1)\lambda\backslash 4$

15º Despreciando la absorción, calcula la distancia a la que no se percibe el sonido que emite un altavoz de 40 W de potencia.
SOLUCIÓN : $1{,}78.10^6$ m

16º Se desea construir una flauta de forma que cuando están tapados todos los agujeros emita una nota de 264 Hz. Si la flauta se comporta como un tubo de extremos abiertos, determina la longitud de la misma.
SOLUCIÓN : 0,644 m

17º ¿ Cuántos niños deben gritar a razón de 50 dB cada uno para producir en total una sensación sonora de 70 dB ?.

SOLUCIÓN : 100 niños

18º Una madre llama a su hijo desde una distancia de 100 m, y éste oye la llamada con una sonoridad de 10 dB. Calcula .

a) La sonoridad con que el hijo percibe el mismo sonido si se acerca hasta 10 m de su madre.
b) La distancia a la que debería alejarse el hijo para no percibir la llamada.

SOLUCIÓN : a) 30 dB
b) 316,22 m

19º Un sonido de 30 dB llega al oído de una niña . Si el tímpano se considera como un círculo de 2,2 mm de radio, calcula la energía que le llega al oído en dos minutos.

SOLUCIÓN : $1{,}8.10^{-12}$ J

20º En un parque una mujer recibe dos sonidos producidos simultáneamente, cuyos niveles de intensidad sonora son 80,0 dB y 90,0 dB. Calcula:

a) La intensidad del sonido resultante.
b) El nivel de intensidad sonora del mismo.

SOLUCIÓN : a) $1{,}1.10^{-3}$ Wm^{-2}
b) 90,4 dB

21º Calcula la frecuencia fundamental de un tubo sonoro de 9,60 m que está abierto por sus dos extremos.

SOLUCIÓN : 17,7 Hz

22º Una persona que está frente a una pared, da una palmada y oye el eco al cabo de 2,10 s. Después se acerca hacia la pared, en dirección perpendicular a ella, y, cuando ha recorrido 50,0 m, se detiene y da otra palmada. Si el eco de esta segunda palmada tarda 1,80 s en ser percibido por la persona. Calcula:

a) La velocidad del sonido en el aire.
b) La distancia inicial de la persona a la pared.

SOLUCIÓN : a) 333 m s^{-1}
b) 350 m

23º En una cuerda de 2,5 m de longitud, sujeta por sus dos extremos, se genera una onda estacionaria. La cuerda posee seis nodos contando los dos extremos. En los vientres la amplitud es de 10 cm. Si la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda es de 10 m\s. Determinar la amplitud, la longitud de la onda y el período de las ondas que al superponerse originan la onda estacionaria.

SOLUCIÓN: 0,05 m ; 1 m ; 0,1 s