Problema 01

El movimiento de una partícula se define por la relación

x=2t3-6t2+15, donde *x* se expresa en m y *t* en

segundos. Determine el tiempo, la posición y aceleración cuando $v = 0$.

Solución

Las ecuaciones de movimiento son

$$x = 2t^3 - 6t^2 + 15$$
$$v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 12t$$
$$a = \frac{dv}{dt} = 12t - 12$$

(a) El tiempo en el cual la velocidad es nula.

$$v = 6t^2 - 12t = 0$$
$$t_0 = 0$$
$$t = 2s$$

(b) La posición cuando v = 0

$$x = 2t^3 - 6t^2 + 15$$
$$x_0 = 2(0)^3 - 6(0)^2 + 15$$
$$x_0 = +15m$$
$$x_2 = 2(2)^3 - 6(2)^2 + 15$$
$$x_2 = +7m$$

(c) La aceleración cuando v = 0. Remplazando los valores del tiempo cuando v = 0 se tiene

$$a = 12t - 12$$
$$a_0 = 12(0) - 12 = -12m/s^2$$
$$a_2 = 12(2) - 12 = +12m/s^2$$

Problema 02

El movimiento de una partícula se define por la relación

x=2t2-20t+60, donde *x* se expresa en *pies* y *t* en

segundos. Determine: (a) el tiempo en el cual la velocidad es cero, (b) la posición y la distancia total recorrida cuando $t = 8$ s.

Solución

Las ecuaciones de movimiento son

$$x = (2t^2 - 20t + 60)\,pies$$

$$v = \frac{dx}{dt} = (4t - 20)\,pies/s$$
$$a = \frac{dv}{dt} = 4\,pies/s^2$$

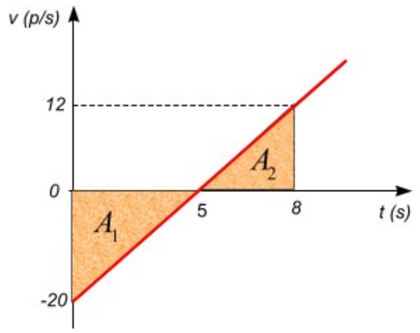
Parte (a) Instante en el que v = 0

$$v = 4t - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 5s$$

Parte (b): Posición cuando t = 8 s

$$x = 2t^2 - 20t + 60$$
$$x_8 = 2(8)^3 - 20(8) + 60$$
$$x_8 = +28\,pies$$

Parte (c): La distancia total recorrida desde $t = 0$ hasta $t = 8$ s. Para determinar la distancia total es necesario hacer una gráfica *v-t* de donde se ve que la distancia total es igual es igual al área bajo dicha curva en el intervalo desde $t = 0$ s a $t = 8$ s.



$$d_T = |A_1| + |A_2| = \left|\frac{1}{2}(5)(-20)\right| + \left|\frac{1}{2}(3)(12)\right|$$
$$d_T = 68\,pies$$

Problema 03

El movimiento de una partícula es rectilíneo y su aceleración se expresa mediante la ecuación:

$$\vec{a} = -(\frac{k}{x})\hat{i}$$

Donde a es la aceleración en mm/s^2, x es la posición de la partícula expresada en mm y k es una constante. La velocidad es nula cuando $x = x_0$. (a) Obtenga una expresión para la velocidad en términos de x, (b) calcule la velocidad cuando $x = x_o/2$ y $k = 18\ mm^2/s^2$.

Solución

Parte (a): Se sabe que

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(v\hat{i})}{dt} = \frac{dv}{dt}\breve{i} = -(\frac{k}{x})\hat{i}$$

Aplicando la regla de la cadena se tiene

$$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx} = -(\frac{k}{x})$$

$$vdv = -(\frac{k}{x})dx$$
$$\int_0^v vdv = -k\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{x}$$
$$\left.\frac{v^2}{2}\right|_0^v = -k\ln x\Big|_{x_0}^{x}$$
$$v^2 = -2k[\ln x - \ln x_0]$$
$$v = \sqrt{2k\ln\left(\frac{x_0}{x}\right)}$$

Separando variables e integrando, se obtiene

Parte (b): velocidad cuando $x = x_o/2$ y $k = 18\ mm^2/s^2$.

$$v = \sqrt{2(18)\ln\left(\frac{x_0}{x_0/2}\right)} = \sqrt{36\ln 2}$$
$$v = 4{,}99\,mm/s$$

Problema 04

Una partícula se mueve en la dirección del eje x de

modo que su velocidad varía según la ley v=βx, donde

v es la velocidad instantánea en cm/s, x es la posición en cm y β es una constante positiva. Teniendo en cuenta que en el momento $t = 0$ la partícula se encontraba en el punto $x = 0$, determine: (a) la dependencia de la velocidad y la aceleración respecto del tiempo, (b) la velocidad media de la partícula en el tiempo, en el transcurso del cual recorre los primeros S metros.

Solución.

Parte (a): velocidad en función del tiempo.

Sabemos que

$$v = \frac{dx}{dt} = \beta\sqrt{x}$$
$$\frac{dx}{\sqrt{x}} = \beta dt$$

$$\int_0^x x^{-1/2}dx = \beta\int_0^t dt$$
$$x = \frac{1}{4}\beta^2 t^2 \qquad (1)$$

Derivando la última ecuación respecto del tiempo se tiene

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d[\frac{1}{4}\beta^2 t^2]}{dt}$$
$$v = \frac{1}{2}\beta^2 t \qquad (2)$$

Aceleración en función del tiempo.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\beta^2 t\right]$$
$$a = \frac{\beta^2}{2} \qquad (3)$$

Parte (b): Velocidad media

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x - 0}{t - 0} = \frac{x}{t} \qquad (4)$$

Cuando $x = S$, el tiempo es

$$S = \frac{1}{4}\beta^2 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4S}{\beta^2}} = \frac{2}{\beta}\sqrt{S} \qquad (5)$$

Remplazando la ecuación (5) en (4) resulta

$$v_m = \frac{S}{\frac{2\sqrt{S}}{\beta}} \Rightarrow v = \frac{\beta\sqrt{S}}{2}$$

Problema 05

Un proyectil penetra en un medio resistente en $x = 0$ con una velocidad inicial $v_0 = 270\ mm/s$ y recorre *100 mm* antes de detenerse. Suponiendo que la velocidad del

proyectil esté definida por la relación v=v0-kx, donde *v*

se expresa en *m/s* y *x* está en metros. Determine: (a) la aceleración inicial del proyectil, (b) el tiempo que tarda en penetrar *95 mm* en el medio.

***Solución*.**

Parte a: Cálculo de la constante *k:* Se sabe que cuando x = 0,1 m, la velocidad es nula, entonces de la ecuación de la velocidad se tiene

$$v = v_0 - kx$$
$$v = 270 - kx$$

$$0 = 270m/s - k(0,1m)$$
$$k = 2700s^{-1} \qquad (1)$$

Entonces la aceleración para cualquier posición será

$$a = v\frac{dv}{dx} = (v_0 - kx)\frac{d}{dx}(v_0 - kx)$$
$$a = -2700(270 - 2700x) \qquad (2)$$

La aceleración inicial es

$$a = -2700(270 - 2700x)$$
$$a_0 = -2700[270 - 2700(0)]$$
$$a_0 = -729.10^3 m/s^2 \qquad (3)$$

Parte (b): Tiempo que tarda en penetrar 95 mm

$$\int_0^x \frac{dx}{270 - 2700x} = \int_0^t dt$$
$$t = -\frac{1}{2700}\ln(270 - 2700x)\Big|_0^x$$
$$t = \frac{1}{2700}\ln\left(\frac{1}{1 - 10x}\right)$$

Cuando x = 95 mm, el tiempo será

$$t = \frac{1}{2700}\ln\left(\frac{1}{1 - 10(0,095m)}\right)$$
$$t = 1,11.10^3 s$$

Problema 06

Cuando $t = 0$ una partícula parte de $x = 0$ y su aceleración definida por la relación

$$a = -\frac{5}{[2v_0 - v]}$$

Donde a y v se expresan en m/s^2 y en m/s, respectivamente. Sabiendo que para $t = 2\ s$, la velocidad es $v = 0,5\ v_0$. Determine: (a) la velocidad inicial de la partícula, (b) su posición cuando la velocidad es de *1 m/s* y (c) su posición cuando la velocidad es de *1 m/s*.

Solución

En primer lugar se determina una relación entre la velocidad y el tiempo, es decir

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{5}{[2v_0 - v]}$$
$$(2v_0 - v)dv = -5dt$$

$$\int_{v_0}^{v}(2v_0 - v)dv = -5\int_0^t dt$$

$$[2v_0 v - \frac{v^2}{2}]\Big|_{v_0}^{v} = -5t$$
$$4v_0 v - v^2 - 3v_0^2 = -10t \qquad (1)$$

Parte (a): Cálculo de v_0. De los datos se tiene que para $t = 2$ s, la velocidad es $v = v_0/2$, entonces de la ecuación (1) se obtiene

$$4v_0\left(\frac{v_0}{2}\right) - \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - 3v_0^2 = -10(2s)$$
$$v_0 = 4m/s \qquad (2)$$

Parte (b): Tiempo que tarda en detenerse. Cuando la partícula se detiene, su velocidad es cero, entonces

$$4v_0v - v^2 - 3v_0^2 = -10t$$
$$4v_0(0) - 0^2 - 3(4m/s)^2 = -10t$$
$$t = 4,8s$$

Parte (c): Su posición cuando la velocidad es de *1 m/s*.

$$\left[v_0v^2 - \frac{v^3}{3}\right]\Bigg|_{v_0}^{v} = -5x$$
$$v_0v^2 - \frac{v^3}{3} - \frac{2v_0^3}{3} = -5x$$

Remplazando los valores correspondientes resulta

$$x = 7,8m$$

Problema 07

La velocidad de una partícula se define mediante la expresión

$$v = (5t^2 - 8t)\hat{i}$$

Donde *v y t* se expresan en *m/s* y en *s*, respectivamente. Cuando *t = 1 s* la partícula se encuentra localizada en

r=3i, y se dirige hacia la izquierda. Calcule: (a) el

desplazamiento de la partícula durante el intervalo entre *t = 0 s* y *t = 3 s*, (b) la distancia total recorrida por la partícula durante el intervalo entre *t = 0 s* y *t = 3 s*. y (c) la aceleración de la partícula cuando su velocidad es nula.

Solución.

Parte (a): desplazamiento *t = 0 s* y *t = 3 s.*

Se sabe que

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} = (5t^2 - 8t)\hat{i}$$
$$d\vec{r} = (5t^2 - 8t)\hat{i}$$

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^{t=3} (5t^2 - 8t)dt\hat{i}$$
$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \left[\frac{5t^3}{3} - 4t^2\right]\vec{i}\,\Bigg|_0^3$$
$$\Delta\vec{r} = \left[\frac{5(3)^3}{3} - 4(3)^2\right]\vec{i}$$
$$\Delta\vec{r} = +(9\hat{i})m$$

Parte (b): Distancia total entre *t = 0 s* y *t = 3 s.*

Para calcular la distancia total primero se determina la el instante en el cual la velocidad se anula, esto es

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} = (5t^2 - 8t)\hat{i} = 0$$
$$t = 1,6s$$

Entonces la distancia total será

$$d_T = \left|\int_0^{1,6s} (5t^2 - 8t)dt\right| + \left|\int_{1,6s}^{3s} (5t^2 - 8t)dt\right|$$
$$d_T = \left|\frac{5t^3}{3} - 4t^2\Bigg|_0^{1,6s}\right| + \left|\frac{5t^3}{3} - 4t^2\Bigg|_{1,6s}^{3s}\right|$$

$$d_T = |6,83 - 10,24| + |9 - 6,83 + 10,24|$$
$$d_T = 15,82m$$

Parte (c): aceleración cuando la velocidad es nula

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}[(5t^2 - 8t)\hat{i}]$$
$$\vec{a} = [10t - 8]\vec{i}$$
$$\vec{a} = [10(1,6) - 8]\vec{i}$$
$$\vec{a} = +(8\hat{i})m/s^2$$

Problema 08

La aceleración de una partícula es a=k senπt/T . Si tanto la velocidad como la coordenada de posición de la partícula son cero cuando $t = 0$. Determine: (a) las ecuaciones de movimiento, (b) La máxima velocidad, (c) la posición para $t = 2T$, (d) la velocidad media en el intervalo de $t = 0$ hasta $t = 2T$.

Solución

Parte (a) Ecuaciones de movimiento

$$a = \frac{dv}{dt} = ksen\left(\frac{\pi t}{T}\right) \Rightarrow dv = ksen\left(\frac{\pi t}{T}\right)dt$$

$$\int_0^v dv = k\int_0^t sen\left(\frac{\pi t}{T}\right)dt$$
$$v = -\frac{kT}{\pi}\left[\cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right]_0^t$$
$$v = \frac{kT}{\pi}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right] \qquad (1)$$

La posición en función del tiempo será

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{kT}{\pi}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right]$$
$$dx = \frac{kT}{\pi}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right]dt$$
$$\int_0^x dx = \frac{kT}{\pi}\int_0^t\left[1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right]dt$$

$$x = \frac{kT}{\pi}\left[\int_0^t dt - \int_0^t \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)dt\right]$$
$$x = \frac{kT^2}{\pi^2}\left[\frac{\pi t}{T} - sen\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right] \qquad (2)$$

Parte (b). La velocidad será máxima cuando $t = T$

$$v = \frac{kT}{\pi}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right] = \frac{kT}{\pi}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi T}{T}\right)\right]$$
$$v_{max} = \frac{2kT}{\pi}$$

Parte (c). La posición cuando $t = 2T$.

$$x = \frac{kT^2}{\pi^2}\left[\frac{\pi t}{T} - sen\left(\frac{\pi t}{T}\right)\right]$$
$$x_{2T} = \frac{kT^2}{\pi^2}\left[\frac{\pi(2T)}{T} - sen\left(\frac{2\pi T}{T}\right)\right]$$
$$x_{2T} = \frac{2kT^2}{\pi}$$

Parte (d). Velocidad media para 0≤t≤2T

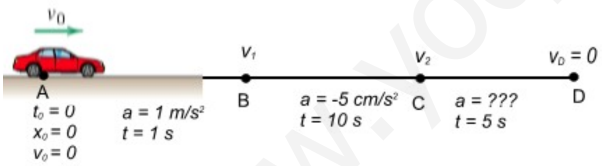
$$v_m = \frac{x_{2T} - x_0}{t_{2T} - t_0} = \frac{\frac{2kT^2}{\pi} - 0}{2T - 0} \Rightarrow v_m = \frac{kT}{\pi}$$

Problema 09

Un automóvil parte del reposo y se desplaza con una aceleración de *1 m/s²* durante *1 s*, luego se apaga el motor y el auto desacelera debido a la fricción durante 10 s a un promedio de *5 cm/s²*. Entonces s aplica los frenos y el auto se detiene por *5 s* más. Determine la distancia recorrida por el auto.

Solución

En la figura se muestra los datos del enunciado del problema



Movimiento de A hasta B. Es un MRUV

$$x_B = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_1 t^2$$
$$x_B = 0 + 0(1s) + \frac{1}{2}(1m/s^2)(1s)^2$$
$$x_B = 0,5m \qquad (1)$$

$$v_B = v_0 + at$$
$$v_B = 0 + (1m/s^2)(1s)$$
$$v_B = 1m/s \qquad (2)$$

Movimiento de B hasta C. Es un MRUV

$$x_C = x_B + v_B t + \frac{1}{2}a_2 t^2$$
$$x_C = 0,5 + 1m/s(10s) - \frac{1}{2}(0,05m/s^2)(10s)^2$$
$$x_C = 8m \qquad (3)$$

$$v_C = v_B - a_2 t$$
$$v_B = 1m/s - (0,05m/s^2)(10s)$$
$$v_B = 0,5m/s \qquad (4)$$

Movimiento de B hasta C. Es un MRUV

$$v_D = v_C + a_3 t$$
$$0 = 0,5m/s + a_3(5s)$$
$$a_3 = -0,1m/s \qquad (6)$$

$$x_D = x_C + v_C t + \frac{1}{2}a_3 t^2$$
$$x_D = 8 + 0,5m/s(5s) - \frac{1}{2}(a_3)(5s)^2$$

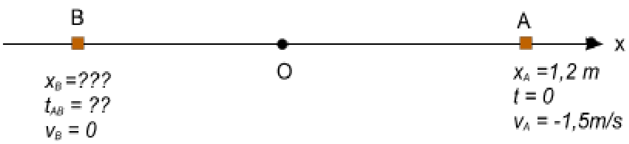
$$x_D = 10,5m - \frac{25}{2}(0,1m/s^2)$$
$$x_D = 9,25m \qquad (\text{Rta})$$

Problema 10

Una partícula que se mueve a lo largo del eje *x* con aceleración constante, tiene una velocidad de *1,5 m/s* en el sentido negativo de las *x* para *t = 0,* cuando su coordenada *x es 1,2 m.* Tres segundos más tarde el punto material pasa por el origen en el sentido positivo. ¿Hasta qué coordenada negativa se ha desplazado dicha partícula?.

Solución

La partícula se mueve con MRUV, entonces para resolver el problema se hace por tramos



Tramo AB. El movimiento es variado

$$x_B = x_A + v_A t_{AB} + \frac{1}{2} a t_{AB}^2$$
$$x_B = 1,2m - 1,5t_{AB} + \frac{1}{2} a t_{AB}^2 \qquad (1)$$

$$v_B = v_A + a t_{AB}$$
$$0 = -1,5m/s + a t_{AB}$$
$$a t_{AB} = 1,5m/s \qquad (2)$$

Tramo BO. Es un movimiento rectilíneo variado

$$x_O = x_B + v_B t_{BO} + \frac{1}{2} a t_{BO}^2$$
$$0 = x_B + 0(t_{BO}) + \frac{1}{2} a t_{BO}^2$$
$$x_B = -\frac{1}{2} a t_{BO}^2 \qquad (3)$$

Según condición del problema el tiempo que demora la partícula en ir de A hasta B y posteriormente a O es *3 s*, entonces

$$t_{AB} + t_{BO} = 3s$$
$$t_{BO} = 3s - t_{AB} \qquad (4)$$

Remplazando la ecuación (4) en (3) nos da

$$x_B = -\frac{1}{2} a (3 - t_{AB})^2 \qquad (5)$$

Comparando las ecuaciones (1) y (5), se tiene

$$1,2 - 1,5t_{AB} + a t_{AB}^2 - 3a t_{AB} + 4,5a = 0 \qquad (6)$$

Remplazando la ecuación (2) en (6) resulta

$$1,2 - 1,5(1,5/a) + a(1,5/a)^2 - 3a(1,5/a) + 4,5a = 0$$
$$4,5a - 3,3 = 0$$
$$a = 0,733 m/s^2$$

El tiempo que demora la partícula en ir de A a B es

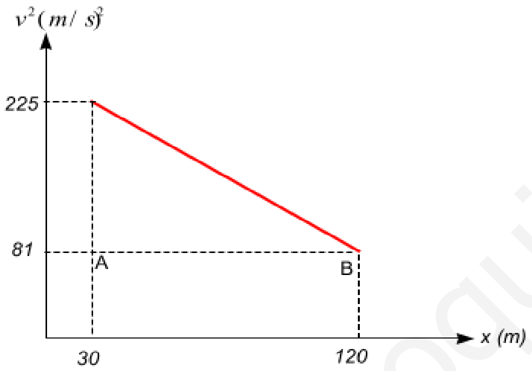
$$t_{AB} = \frac{1}{a} = \frac{1}{0,733}$$
$$t_{AB} = 2,045s$$

Remplazando este tiempo y la aceleración encontrados en la ecuación (3) se tiene

$$x_B = \frac{1}{2}(0{,}733 m/s^2)(2{,}045 s)^2$$
$$x_B = -1{,}533 m$$

Problema 11

Un cuerpo se mueve en línea recta con una velocidad cuyo cuadrado disminuye linealmente con el desplazamiento entre los puntos A y B los cuales están separados *90 m* tal como se indica. Determine el desplazamiento Δx del cuerpo durante los dos últimos segundos antes de llegar al punto B.



Solución

Se determina la relación entre la velocidad y la posición determinando la ecuación de la recta.

$$v^2 - 225 = \frac{225-81}{30-120}(x-30)$$
$$v^2 = 273 - 1{,}6x$$
$$v = \sqrt{273-1{,}6x} \qquad (1)$$

Procedemos ahora a determinar el tiempo que demora en recorrer los 90 m.

$$v = \frac{dx}{dt} = \sqrt{273-1{,}6x}$$

$$\int_{30m}^{120m} \frac{dx}{\sqrt{273-1{,}6x}} = \int_0^t dt$$
$$t = -1{,}25\sqrt{273-1{,}6x}\Big|_{30}^{120m}$$
$$t = 7{,}5 s \qquad (2)$$

Cálculo del desplazamiento Δx durante los dos segundos que preceden a la llegada a B. Para ello se determina la posición cuando *t = (7,5 s – 2 s) = 5,5 s*.

$$\int_{30}^{x} \frac{dx}{\sqrt{273-1{,}6x}} = \int_0^{5,5} dt$$
$$-1{,}25\sqrt{273-1{,}6x}\Big|_{30}^{x} = 5{,}5 s$$
$$-1{,}25\sqrt{273-1{,}6x} + 1{,}25\sqrt{273-1{,}6(30)} = 5{,}5 s$$
$$1{,}6x = 160{,}64$$
$$x = 100.4 m$$

El desplazamiento es

$$\Delta x = x_{7,5} - x_{5,5} = 120m - 100{,}4m$$
$$\Delta x = 19{,}6m \quad \text{Rta}$$

Problema 12

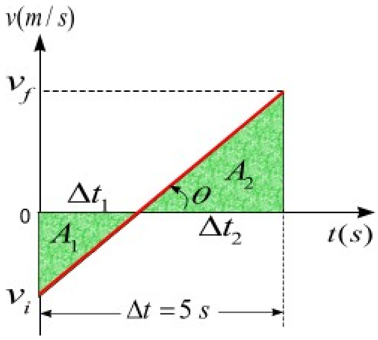
El movimiento de una partícula es rectilíneo y su aceleración que es constante se dirige hacia la derecha. Durante un intervalo de 5 s la partícula se desplaza 2,5 m hacia la derecha mientras que recorre una distancia total de 6,5 m. determine la velocidad de la partícula al principio y al final del intervalo y la aceleración durante este.

Solución

Se conocen

$$a = cte \rightarrow; \Delta t = 5s; \Delta x = 2,5m$$
$$d_T = 6,5m; v_0 = ??; v_f = ??; a = ??$$

Debido a que la aceleración es constante el diagrama v-t es útil para resolver el problema.



De la figura se observa que

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 5s \qquad (1)$$

Sabiendo que el desplazamiento es Δx = 4,5 m, entonces tenemos

$$A_1 + A_2 = 2,5m$$
$$-\frac{1}{2}(\Delta t_1)(v_0) + \frac{1}{2}(\Delta t_2)(v_f) = 2,5m \qquad (2)$$

Conocemos la distancia total d_T=*6,5 m*, es decir

$$|A_1| + |A_2| = 6,5m$$
$$\frac{1}{2}(\Delta t_1)(v_0) + \frac{1}{2}(\Delta t_2)(v_f) = 6,5m \qquad (3)$$

Sumando las ecuaciones (1) y (2), tenemos

$$(\Delta t_2)(v_f) = 9m \qquad (4)$$

Restando las ecuaciones (2)

$$(\Delta t_1)(v_0) = 4 \qquad (5)$$

La pendiente de la curva v-t nos da la aceleración

$$a = tg\theta = \frac{v_f}{\Delta t_2} \Rightarrow v_f = a\Delta t_2 \qquad (6)$$
$$a = tg\theta = \frac{v_0}{\Delta t_1} \Rightarrow v_0 = a\Delta t_1 \qquad (7)$$

Remplazando la ecuación (6) y (7) en (4) y (5) resulta

$$a(\Delta t_2)^2 = 9$$
$$a(\Delta t_1)^2 = 4$$
$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{3}{2}$$
$$\Delta t_2 = 1,5\Delta t_1 \qquad (8)$$

Remplazando la ecuación (8) en (1) se tiene

$$\Delta t_1 + 1{,}5\Delta t_1 = 5s$$
$$\Delta t_1 = 2s \qquad (9)$$
$$\Delta t_2 = 3s \qquad (10)$$

Remplazando las ecuaciones anteriores en (4) y (5) resulta

$$3v_f = 9 \Rightarrow v_f = 3m/s \rightarrow$$
$$2v_0 = 4 \Rightarrow v_0 = 2m/s \leftarrow$$

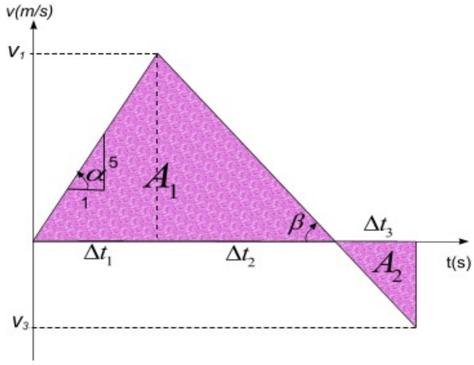
Entonces la aceleración será

$$3m/s = a(3s)$$
$$a = 1m/s^2$$

Problema 13.

Una partícula parte del reposo y se mueve describiendo una línea recta, su aceleración de *5 m/s*^{2} dirigida hacia la derecha permanece invariable durante *12 s*. A continuación la aceleración adquiere un valor constante diferente tal que el desplazamiento total es *180 m* hacia la derecha y la distancia total recorrida es de *780 m*. Determine: (a) la aceleración durante el segundo intervalo de tiempo, (b) el intervalo total de tiempo.

Solución



Se conocen

$$a_1 = 5m/s^2 \rightarrow; \Delta t = 12s; \Delta x = 180m$$
$$d_T = 780m; v_0 = 0; a_2 = ??; \Delta t_T = ??$$

Debido a que la aceleración es constante esta es igual a la pendiente de la curva *v-t*. Entonces

$$a_1 = tg\alpha \Rightarrow 5m/s^2 = \frac{v_1}{\Delta t_1}$$
$$v_1 = (5m/s^2)(\Delta t_1) = (5m/s^2)(12s)$$

$$a_1 = tg\alpha \Rightarrow 5m/s^2 = \frac{v_1}{\Delta t_1}$$
$$v_1 = (5m/s^2)(\Delta t_1) = (5m/s^2)(12s)$$
$$v_1 = 60m/s \qquad (1)$$

La distancia total es igual a la suma de las áreas en valor absoluto, es decir

$$= |A_1| + |A_2| \Rightarrow 780m = \left|\frac{1}{2}(\Delta t_1 + \Delta t_2)v_1\right| + \left|\frac{1}{2}(\Delta t_3)\right.$$
$$12s + \Delta t_2)(60m/s)\Big| + \left|\frac{1}{2}(\Delta t_3)(v_3)\right| = 780m$$

El desplazamiento viene expresado como

$$|A_1| - |A_2| \Rightarrow 180m = \left|\frac{1}{2}(\Delta t_1 + \Delta t_2)(v_1)\right| + \left|\frac{1}{2}(\Delta t_3)\right.$$
$$(12s + \Delta t_2)(60m/s)\left| - \left|\frac{1}{2}(\Delta t_3)(v_3)\right| = 180m \qquad (\right.$$

Sumando las ecuaciones (3) y (3) se tiene

$$(12s + \Delta t_2)(60m/s) = 960m$$
$$\Delta t_2 = 4s \qquad (4)$$

Cálculo de la aceleración durante el segundo intervalo de tiempo.

$$|a_2| = tg\,\beta = \frac{v_1}{\Delta t_2} = \frac{60m/s}{4s}$$
$$a_2 = 15m/s \leftarrow \qquad (5)$$

Se procede a determinar el intervalo de tiempo Δt_3.

$$|a_3| = tg\,\beta = \frac{v_3}{\Delta t_3} = 15m/s^2$$
$$v_3 = 15m/s^2(\Delta t_3) \qquad (6)$$

Remplazando

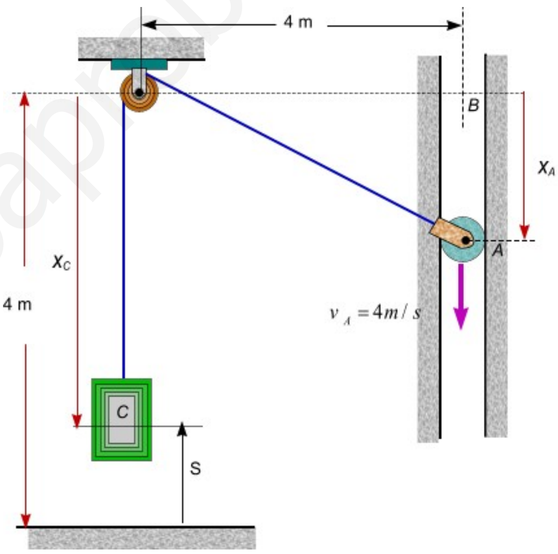
$$(12s + 4s)(60m/s)\left| - \left|\frac{1}{2}(\Delta t_3)(15\Delta t_3)\right| = 180\right.$$
$$480m - \frac{1}{2}(15m/s^2)(\Delta t_3)^2 = 180m$$
$$\Delta t_3 = 6,32s$$

El intervalo de tiempo total será

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = 12s + 4s + 6,33s$$
$$\Delta t = 22,33seg$$

Problema 14

La caja C está siendo levantada moviendo el rodillo A hacia abajo con una velocidad constante de *v_A =4m/s* a lo largo de la guía. Determine la velocidad y la aceleración de la caja en el instante en que *s = 1 m* . Cuando el rodillo está en B la caja se apoya sobre el piso.



Solución

La relación de posiciones se determina teniendo en cuenta que la longitud del cable que une al bloque y el rodillo permanece constante si es que es flexible e inextensible

$$x_C + \sqrt{4^2 + x_A^2} = 8m \qquad (1)$$

Cuando *s = 1 m*, la posición de la caja C será

$$x_C = 4m - s = 4m - 1m$$
$$x_C = 3m \qquad (2)$$

Se determina ahora la posición x_A, cuando $s = 1\ m$

$$3m + \sqrt{4^2 + x_A^2} = 8m$$
$$x_A = 3m \qquad (3)$$

La velocidad de la caja C se obtiene derivando la ecuación (1) respecto del tiempo, es decir

$$\frac{dx_C}{dt} + \frac{1}{2}\left(16 + x_A^2\right)^{-1/2}(2x_A)\frac{dx_A}{dt} = 0$$
$$v_C = -\frac{x_A}{\sqrt{16 + x_A^2}}v_A \qquad (4)$$

Remplazando valores obtenemos

$$v_C = -\frac{3m(4m/s)}{\sqrt{16+3^2}}$$
$$v_C = 2,4m/s\uparrow$$

La aceleración se obtiene derivando la ecuación (4) respecto del tiempo. Es decir

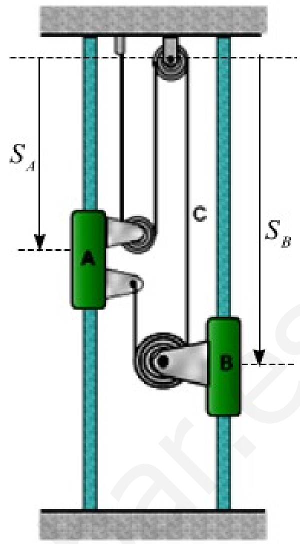
$$a_C = \frac{dv_C}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{x_A}{\sqrt{16+x_A^2}}v_A\right]$$
$$a_C = -\left[\frac{v_A^2}{\sqrt{16+x_A^2}} + \frac{x_A a_A}{\sqrt{16+x_A^2}} - \frac{x_A^2 v_A^2}{\sqrt{[16+x_A^2]^3}}\right]$$

Remplazando los valores consignados en el enunciado del problema resulta

$$a_C = -\left[\frac{4^2}{\sqrt{16+9}} + \frac{3(0)}{\sqrt{16+9}} - \frac{3^2(4^2)}{\sqrt{[16+9]^3}}\right]$$
$$a_C = -2,048m/s^2$$
$$a_C = 2,048m/s^2\uparrow$$

Problema 15

La corredera A parte del reposo y asciende a aceleración constante. Sabiendo que a los *8 s* la velocidad relativa de la corredera B respecto a la A es de *0,6 m/s*. Halle las aceleraciones de A y B, (b) la velocidad y el cambio de posición de B al cabo de *6 s*.



Solución

Utilizando cinemática de movimientos dependientes se encuentra la relación entre posiciones

$$2S_A + S_B + (S_B - S_A - h) = L_C$$
$$S_A + 2S_B = Cte \qquad (1)$$

La velocidad y la aceleración son

$$v_A + 2v_B = 0 \qquad (2)$$
$$a_A + 2a_B = 0 \qquad (3)$$

Según datos del ejercicio

$$v_{B/A} = v_B - v_A = 0,6m/s \qquad (4)$$

Remplazando la ecuación (2) en (4), obtenemos

$$v_B - (-2v_B) = 0,6m/s$$
$$3v_B = 0,6m/s$$
$$v_B = 0,2m/s \qquad (5)$$

La aceleración de B después de *8 s* será

$$v_B = v_{0,B} + a_B t$$
$$0,2m/s = 0 + a_B(8s)$$
$$a_B = 0,025m/s^2 \quad (6)$$

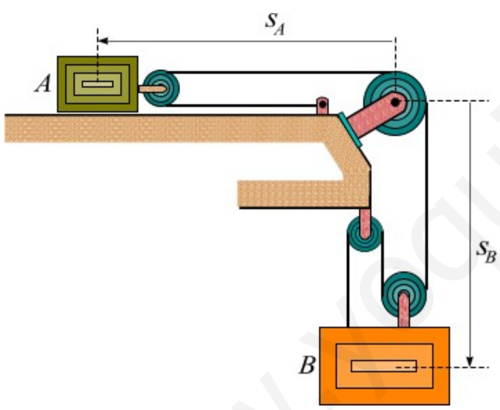
Remplazando la ecuación (6) en la ecuación (3)

$$a_A + 2(0,025m/s^2) = 0$$
$$a_A = -0,05m/s^2 = 0,05m/s^2 \uparrow$$

Problema 16

En la figura mostrada, el bloque A se está moviendo hacia la derecha con una celeridad de *4 m/s*; la celeridad disminuye a razón de *0,15 m/s²*. En el instante representado $s_A = 8\ m$ y $s_B = 6\ m$. Determine la

velocidad relativa vB/A y la aceleración relativa aB/A.



Solución

Utilizando cinemática de movimientos dependientes se encuentra la relación entre posiciones

$$2S_A + 3S_B = L_C \qquad (1)$$

La relación entre velocidades es

$$2v_A + 3v_B = 0 \qquad (2)$$
$$2a_A + 3a_B = 0 \qquad (3)$$

Cuando la velocidad de A es 4 m/s hacia la derecha se tiene

$$2(-4m/s) + 3v_B = 0$$
$$v_B = 2,67m/s \downarrow$$

La velocidad relativa de B con respecto a A será

$$\vec{v}_{B/A} = v_B - v_A$$
$$v_{B/A} = -2,67\hat{j} - 4\hat{i}$$

La aceleración de B

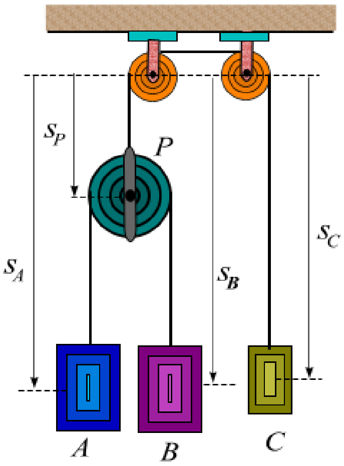
$$2a_A + 3a_B = 0$$
$$2(+0,15m/s^2) + 3a_B = 0$$
$$a_B = -0,1m/s^2$$
$$a_B = 0,1m/s^2 \uparrow$$

La aceleración relativa de B con respecto a A será

$$\vec{a}_{B/A} = a_B - a_A$$
$$a_{B/A} = (0,1\hat{j} + 0,15\hat{i})m/s^2$$

Problema 17

Los tres bloques mostrados en la figura se desplazan con velocidades constantes. Determine la velocidad de cada uno de los bloques sabiendo que la velocidad relativa de C con respecto a A es *200 mm/s* hacia arriba y que la velocidad relativa de B con respecto a C es *120 mm/s* hacia abajo.



Solución

Según datos del ejercicio se tiene

$$v_{C/A} = v_C - v_A = -200 mm/s \qquad (1)$$
$$v_{B/C} = v_B - v_C = +120 mm/s \qquad (2)$$

Utilizando cinemática de movimientos dependientes se tiene

Cuerda I

$$S_P + S_C = L_1 \qquad (3)$$

Cuerda II

$$(S_A - S_P) + (S_B - S_P) = L_2$$
$$S_A + S_B - 2S_P = L_2 \qquad (4)$$

Derivando respecto del tiempo las ecuaciones (3) y (4) se obtiene la relación entre las velocidades.

$$v_P + v_C = 0 \qquad (5)$$
$$v_A + v_B - 2v_P = 0 \qquad (6)$$

Remplazando la ecuación (5) en (6), resulta

$$v_A + v_B + 2v_C = 0 \qquad (7)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (1), (2) y (7) se obtiene

$$(v_C + 200 mm/s) + (v_C + 120 mm/s) + 2v_C = 0$$
$$v_C = -80 mm/s$$

$$v_C = 80 mm/s \uparrow$$
$$v_A = 120 mm/s \downarrow$$
$$v_A = 40 mm/s \downarrow$$

Problema 18

La posición de una partícula que se mueve sobre el plano *xy* se expresa mediante la ecuación

$$r = 20t^3\hat{i} + 50t^2\hat{j}$$

Donde *r* y *t* se expresan en milímetros y segundos, respectivamente. Determine: (a) El desplazamiento durante el intervalo entre *t = 1 s* y *t = 3 s*; (b) la velocidad media durante el intervalo entre *t = 1 s* y *t = 3 s*; (c) la velocidad cuando *t = 2 s* y (d) la aceleración cuando *t = 2 s*.

Solución

Parte (a) Desplazamiento

$$\Delta r = r_3 - r_1$$
$$\Delta \vec{r} = \left[20(3)^3\hat{i} + 50(3)^2\hat{j}\right] - \left[20(1)^3\hat{i} + 50(1)^2\hat{j}\right]$$
$$\Delta \vec{r} = 520\hat{i} + 400\hat{j}$$

Parte (b). La velocidad media en el intervalo de *t = 1 s*

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{520\hat{i} + 400\hat{j}}{3s - 1s}$$
$$\vec{v}_m = (260\hat{i} + 200\hat{j}) mm/s$$

Parte (c). La velocidad instantánea para *t = 2 s* es

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} = 60t^2\hat{i} + 100t\hat{j}$$
$$\vec{v}_2 = 60(2)^2\hat{i} + 100(2)\hat{j}$$
$$\vec{v}_2 = (240\hat{i} + 200\hat{j}) mm/s$$

Parte (d). La aceleración instantánea para $t = 2\ s$ es

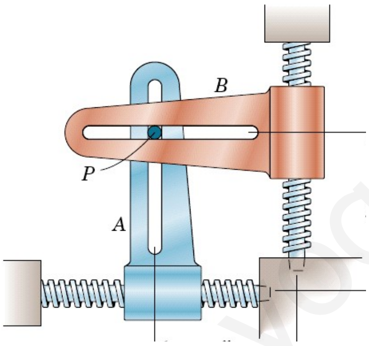
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = 120t\hat{i} + 100\hat{j}$$
$$\vec{a}_2 = 120(2)\hat{i} + 100\hat{j}$$
$$\vec{a}_2 = (240\hat{i} + 100\hat{j})mm/s^2$$

Problema 19

Los movimientos x e y de las guías A y B, cuyas ranuras forman un ángulo recto, controlan el movimiento del pasador de enlace P, que resbala por ambas ranuras. Durante un corto intervalo de tiempo esos movimientos

están regidos por x=20+14t2 e y=15-16t3, donde x e

y están en milímetros y t en segundos. Calcular los módulos de las velocidad y de la aceleración a del pasador para $t = 2\ s$. esquematizar la forma de la trayectoria e indicar su curvatura en ese instante.



Solución

La posición, velocidad y aceleración del punto P son

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} = (20 + \frac{1}{4}t^2)\hat{i} + (15 - \frac{1}{6}t^3)\hat{j}$$
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{t}{2}\hat{i} - \frac{t^2}{2}\hat{j}$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{2}\hat{i} - t\hat{j}$$

La velocidad y la aceleración cuando t = 2 s son

$$v_2 = (\hat{i} - 2\hat{j})m/s$$
$$|\vec{v}_2| = \sqrt{5}m/s$$

$$\vec{a} = (\frac{1}{2}\hat{i} - 2\hat{j})m/s^2$$
$$|\vec{a}| = 2,062m/s^2$$

La ecuación de la trayectoria es

$$x = 20 + \frac{1}{4}t^2 \Rightarrow (x-20) = \left(\frac{t}{2}\right)^2$$
$$t = 2(x-20)^{1/2}$$

$$y = 15 - \frac{1}{6}t^3$$
$$y = 15 - \frac{1}{6}\left[2(x-20)^{1/2}\right]^3$$
$$6(y-15) = -8(x-20)^{3/2}$$
$$9(y-15)^2 = 2(x-20)^3$$

Problema 20

La velocidad de una partícula que se mueve sobre el plano xy se define mediante la ecuación

$$v = (4t-1)\hat{i} + 2\hat{j}$$

Donde v y t se expresan en m/s y en segundos, respectivamente. La partícula está localizada en

r=3i+4jm, cuando $t = 1\ s$. determine la ecuación de la

trayectoria descrita por la partícula.

Solución

En primer lugar se determina la posición de la partícula en cualquier instante, mediante integración de la velocidad.

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{1s}^{t} \left[(4t-1)\hat{i} + 2\hat{j}\right] dt$$
$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \left[(2t^2 - t)\hat{i} + 2t\hat{j}\right]_{1s}^{t}$$

Remplazando la posición cuando $t = 1\ s$, resulta

$$= (3\hat{i} + 4\hat{j}) + \left[(2t^2 - t)\hat{i} + 2t\hat{j}\right] - \left[(2(1)^2 - 1)\hat{i} + 2(1)\hat{j}\right.$$
$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} = (2t^2 - t + 2)\hat{i} + (2t + 2)\,\vec{j}$$

Las ecuaciones paramétricas de la curva son

$$x = 2t^2 - t + 2$$
$$y = 2t + 2$$

Despejando el tiempo de la última ecuación y remplazando en la coordenada x resulta

$$t = \frac{y}{2} - 1$$
$$x = 2\left(\frac{y}{2} - 1\right)^2 - \left(\frac{y}{2} - 1\right) + 2$$
$$2x = y^2 - 5y + 10$$

Problema 21

El vector de posición de un punto material que se mueve en el plano xy está dado por

$$\vec{r} = \left(\frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2\right)\hat{i} + \frac{t^4}{12}\hat{j}$$

Donde restá en metros y t en segundos. Determine el

ángulo que forman la velocidad v y la aceleración a

cuando (a) $t = 2\ s$ y (b) $t = 3\ s$.

Solución

La velocidad y la aceleración en cualquier tiempo están dadas por las ecuaciones

$$\vec{v} = (2t^2 - 3t)\hat{i} + \frac{t^3}{3}\hat{j}$$
$$\vec{a} = (4t - 3)\hat{i} + t^2\hat{j}$$

Las expresiones vectoriales así como su módulos de la velocidad y la aceleración cuando $t = 2\ s$ son

$$\vec{v}_2 = [2(2)^2 - 3(2)]\hat{i} + \frac{(2)^3}{3}\hat{j}$$

$$\vec{v}_2 = (2\hat{i} + \frac{8}{3}\hat{j})m/s$$

$$|v_2| = 3,33m/s$$

$$\vec{a}_2 = [4(2) - 3]\hat{i} + (2)^2\hat{j}$$
$$\vec{a}_2 = (5\hat{i} + 4\hat{j})m/s^2$$
$$|a_2| = 5,83m/s^2$$

Parte (a). Angulo entre la velocidad y la aceleración cuando $t = 2\ s$.

$$v_2 . a_2 = |v_2||a_2|\cos\varphi$$
$$\left[(2\hat{i} + \frac{8}{3}\hat{j})\right].\left[(5\hat{i} + 4\hat{j})\right] = (3,33)(6,4)\cos\varphi$$
$$20,67 = 21,32\cos\varphi$$
$$\varphi = 14,21°$$

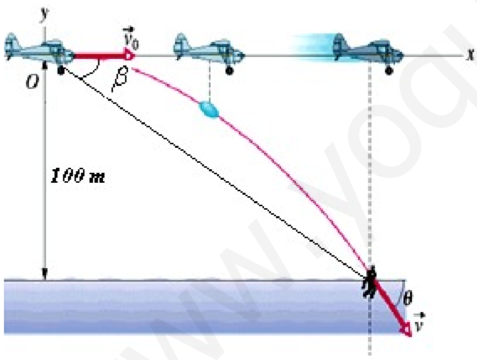
Parte (b) Angulo entre la velocidad y la aceleración cuando $t = 3\ s$.

$$\vec{v}_3 = [2(3)^2 - 3(3)]\hat{i} + \frac{(3)^3}{3}\hat{j}$$
$$\vec{v}_3 = (9\hat{i} + 9\hat{j})m/s$$
$$|\vec{v}_3| = 12,73 m/s$$
$$\vec{a}_3 = [4(3) - 3]\hat{i} + (3)^2\hat{j}$$
$$\vec{a}_3 = (9\hat{i} + 9\hat{j})m/s^2$$
$$|\vec{a}_3| = 12,73 m/s^2$$

$$v_3 . a_3 = |v_3||a_3|\cos\beta$$
$$\left[(9\hat{i} + 9\hat{j})\right].\left[(9\hat{i} + 9\hat{j})\right] = (12,73)(12,73)\cos\beta$$
$$162 = 162,05\cos\beta$$
$$\beta = 1,42°$$

Problema 22

El piloto de un avión que se mueve horizontalmente a una velocidad de 200 km/h y que transporta una saca de correos a un lugar remoto desea soltarlo en el momento justo para que alcance el punto en donde se encuentra ubicado un hombre. ¿Qué ángulo β deberá formar la visual al blanco con la horizontal en el instante del lanzamiento?.



Solución

Movimiento horizontal de la saca de correos

$$x = v_{0x}t = 55,56t$$

(1)

Movimiento vertical de la saca de correos

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2$$

Cuando la saca llega al hombre se tiene

$$-100m = -\frac{1}{2}(9,8m/s^2)t^2$$

$$t = 4,52s$$

(2)

Remplazando la ecuación (2) en (1) resulta

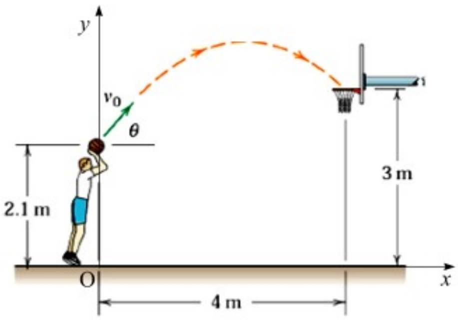
$$x = (55,56m/s)(4,52s)$$
$$x = 251,13m$$

Calculo del ángulo β

$$tg\,\beta = \frac{100m}{251,13m}$$
$$\beta = 21,7°$$

Problema 23

Un baloncestista quiere lanzar una falta con un ángulo θ = *50°* respecto a la horizontal, tal como se muestra en la figura. ¿Qué velocidad inicial v_0 hará que la pelota pase por el centro del aro?.



Solución

Ecuaciones de movimiento horizontal

$$x = v_{0x}t = v_0\cos\theta t \Rightarrow x = v_0\cos 50° t$$

Cuando la pelota pasa por el centro del aro *x = 4 m*, entonces se tiene

$$4m = v_0\cos 50° t \Rightarrow t = \frac{4m}{v_0\cos 50°} \qquad (1)$$

Ecuaciones de movimiento vertical

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y = 2,1 + v_0 sen 50°t - 4,9t^2$$

Cuando la pelota pasa por el centro del aro $y = 3\ m$, entonces se tiene

$$3m = 2,1m + v_0 sen 50°t - 4,9t^2$$
$$0,9m = v_0 sen 50°t - 4,9t^2 \qquad (2)$$

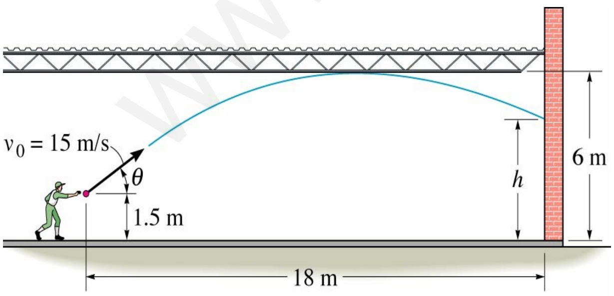
Remplazando la ecuación (1) en (2), resulta

$$0,9 = v_0 sen 50°\left(\frac{4}{v_0 \cos 50°}\right) - 4,9\left(\frac{4}{v_0 \cos 50°}\right)^2$$
$$0,9 = 4tg 50° - \frac{78,4}{v_0^2 \cos^2 50°}$$
$$\frac{78,4}{v_0^2(\cos 50°)^2} = 3,867$$

$$v_0 = 7m/s$$

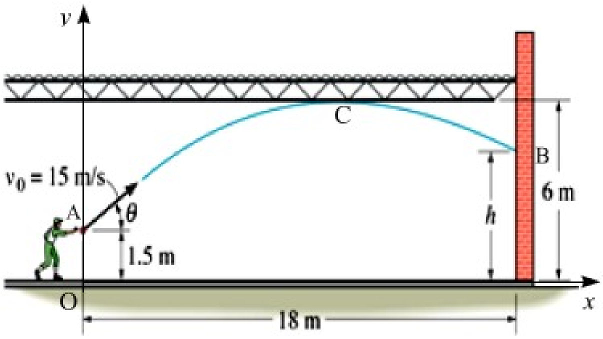
Problema 24

Un jugador lanza una pelota con una velocidad inicial $v_0 = 15\ m/s$ desde un punto A localizado a *1,5 m* arriba del piso. Si el techo del gimnasio tiene una altura de *6 m*. determine la altura del punto B más alto al que puede pegar la pelota en la pared a *18 m* de distancia.



Solución

En la figura se muestra el sistema de referencia escogido para resolver el problema



Ecuaciones de movimiento horizontal

$$x = v_{0x}t$$

(1)

Ecuaciones de movimiento vertical

$$v_y = v_{Ay} - gt \qquad (2)$$
$$y = y_A + v_{Ay}t - \frac{1}{2}gt^2 = 1,5 + v_{Ay}t - 4,9t^2 \qquad (3)$$
$$v_y^2 = v_{Ay}^2 - 2g(y - y_A) \qquad (4)$$

El punto más alto B se logrará cuando la pelota pase rosando el techo del gimnasio (punto C), en este caso la velocidad en la dirección y del punto C será nula y la altura y = 6 m, de la ecuación (4) se tiene.

$$v_{Cy}^2 = v_{Ay}^2 - 2g(y_C - y_A)$$
$$0 = v_{Ay}^2 - 19,6(6 - 1,5)$$
$$v_{Ay} = 9,396m/s \qquad (5)$$

La componente x de la velocidad del punto A será

$$v_A^2 = v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2$$
$$15^2 = v_{Ax}^2 + 9.396^2$$
$$v_{Ax} = 11,59m/s \qquad (6)$$

Remplazando la ecuación (6) en (1) resulta

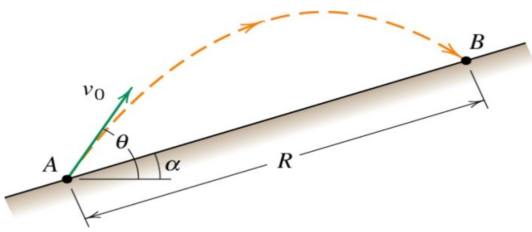
$$x = (11,69m/s)t$$
$$18m = (11,69m/s)t$$
$$t = 1,54s$$

Remplazando el valor del tiempo en la ecuación (3) resulta.

$$y_B = 1,5m + 9,396m/s(1,54s) - 4,9m/s^2(1,54s)^2$$
$$y_B = h = 4,342m$$

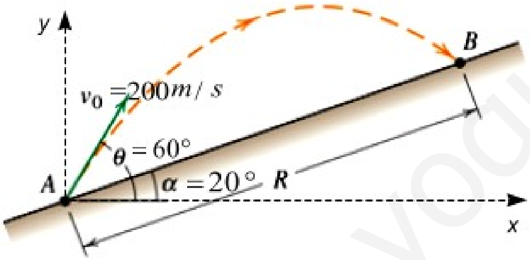
Problema 25

Se lanza un proyectil con una velocidad inicial $v_0 = 200\ m/s$ y un ángulo θ = *60°* respecto a la horizontal. Si el plano inclinado forma un ángulo α = *20°* con el horizonte. Determine el alcance *R* medio pendiente arriba.



Solución

En la figura se muestra el sistema de referencia escogido para resolver el problema



Ecuaciones de movimiento horizontal

$$x = v_{0x}t = (v_0 \cos\theta)t$$
$$x = (200\cos 60°)t \Rightarrow x = 100t \qquad (1)$$

Ecuaciones de movimiento vertical

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 sen\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y = (200 sen 60°)t - \frac{1}{2}(9,8)t^2$$
$$y = 173,2t - 4,9t^2 \qquad (2)$$

Del gráfico puede observarse que cuando el proyectil impacta en B ha recorrido una distancia horizontal x_B y una altura y_B. Entonces se tiene.

$$tg\alpha = \frac{y_B}{x_A}$$
$$y_B = xtg20° \qquad (3)$$

Remplazando las ecuaciones (1) y (2) en la ecuación (3), resulta

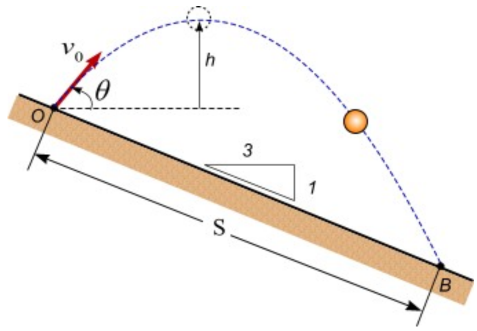
$$173,2t - 4,9t^2 = (100t)(tg20°)$$
$$t = 27,92s \qquad (4)$$

Cálculo de R. Del grafico se tiene que

$$x = R\cos\alpha$$
$$100t = R\cos 20°$$
$$100(27,92) = R\cos 20°$$
$$R = 2971,18m \qquad \text{Rta.}$$

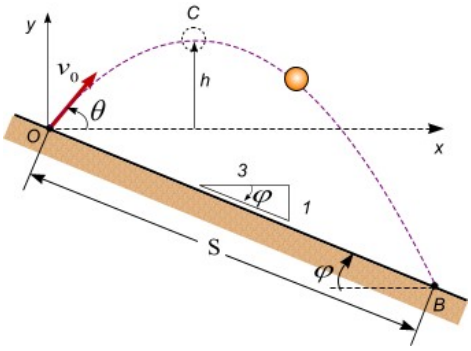
Problema 26

En la figura mostrada, una pelota se lanza desde un plano inclinado y choca contra este a una distancia *S = 76,4 m*. Si la pelota sube a una altura máxima *h = 19,3 m* arriba del punto de salida. Determine: (a) la velocidad inicial v_0 y (b) la inclinación θ.



Solución

En la figura se muestra el sistema de referencia escogido para resolver el problema



Ecuaciones de movimiento horizontal

$$x = v_{0x}t = (v_0 \cos\theta)t \qquad (1)$$

Ecuaciones de movimiento vertical

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 sen\theta - gt \qquad (2)$$
$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0 sen\theta)t - 4,9t^2 \qquad (3)$$
$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y) \qquad (4)$$

Cuando la pelota alcanza la posición C, la componente *y* de la velocidad en dicha posición es nula. Entonces la ecuación (4) se escribe en la forma

$$v_{Cy}^2 = v_{0y}^2 - 2g(h)$$
$$0 = v_{0y}^2 - 19,6(19,3)$$
$$v_{0y} = 19,45 m/s \qquad (5)$$

Cuando la pelota impacta en el punto B cuyas coordenadas respecto al sistema de referencia son

$$B(S\cos\varphi, -S sen\varphi)$$

Remplazando estos valores en las ecuaciones (1) y (3) resulta.

$$x = v_{0x}t$$
$$S\cos\varphi = v_{0x}t$$

$$76,4\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) = v_{0x}t \qquad (6)$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$-S sen\varphi = 19,45t - 4,9t^2$$

$$-76.4\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = 19,45t - 4,9t^2$$

$$4,9t^2 - 19,45t - 24,16 = 0$$
$$t = 4,96 s \qquad (7)$$

Remplazando la ecuación (7) en (6) nos da

$$76,4\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) = v_{0x}(4,96s)$$
$$v_{0x} = 14,61 m/s$$

La velocidad inicial es

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{14,61^2 + 19,45^2}$$
$$v_0 = 24,33 m/s$$

El ángulo θ tiene el siguiente valor

$$tg\theta = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{19,45}{14,61} = 1,331$$
$$\theta = 53°$$

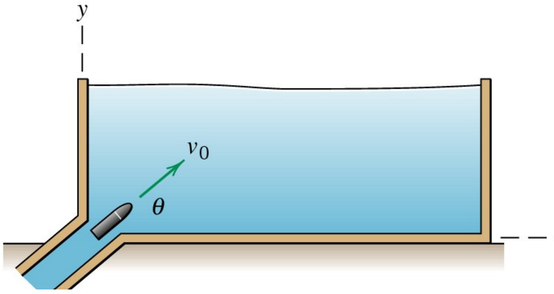
Problema 27

En el instante $t = 0$ se lanza un proyectil en el seno de un fluido experimental. La velocidad inicial es v_0 y θ es el ángulo con la horizontal, la resistencia sobre el

proyectil se traduce en una aceleración aD= -kv, donde

k es una constante y v es la velocidad del proyectil.

Determinar como funciones del tiempo las componentes x e y tanto de la velocidad como del desplazamiento. ¿Cuál es la velocidad terminal?. Se incluirán los efectos de la aceleración de la gravedad.



Solución

La aceleración debido a la resistencia del agua se puede escribir en la forma

$$a_D = -kv = -k(v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) \qquad (1)$$

La aceleración neta que actúa sobre el proyectil será

$$a = a_D - g\hat{j} = -k(v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) - g\hat{j}$$

$$\vec{a} = -kv_x\hat{i} - (kv_y + g)\hat{j} \qquad (2)$$

Las componentes de la aceleración serán

$$a_x = -kv_x \qquad (3)$$

$$a_y = -(kv_y + g) \qquad (4)$$

Se analiza el movimiento horizontal, esto es

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -kv_x$$

$$\frac{dv_x}{v_x} = -kdt$$

$$\int_{v_{0x}}^{v_x} \frac{dv_x}{v_x} = -k\int_0^t dt$$

$$v_x = v_{0x}e^{-kt} = (v_0 \cos\theta)e^{-kt} \qquad (5)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (v_0 \cos\theta)e^{-kt}$$

$$\int_0^x dx = v_0 \cos\theta \int_0^t e^{-kt}dt$$

$$x = \frac{v_0 \cos\theta}{k}\left(1 - e^{-kt}\right) \qquad (6)$$

Se analiza el movimiento vertical, esto es

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -(kv_y + g)$$

$$\frac{dv_y}{(v_y + \frac{g}{k})} = -kdt$$

$$\int_{v_{0y}}^{v_y} \frac{dv_y}{(v_y + \frac{g}{k})} = -k\int_0^t dt$$

$$v_y = \left(v_{0y} + \frac{g}{k}\right)e^{-kt} - \frac{g}{k}$$

$$v_y = \left(v_0 sen\theta + \frac{g}{k}\right)e^{-kt} - \frac{g}{k} \qquad (7)$$

$$\int_0^y dy = \left(v_0 sen\theta + \frac{g}{k}\right)\int_0^t e^{-kt}dt - \frac{g}{k}\int_0^t dt$$

$$y = \frac{1}{k}\left(v_0 sen\theta + \frac{g}{k}\right)\left(1 - e^{-kt}\right) - \frac{g}{k}t \qquad (8)$$

La velocidad terminal se determina haciendo t→∞,

rs decir

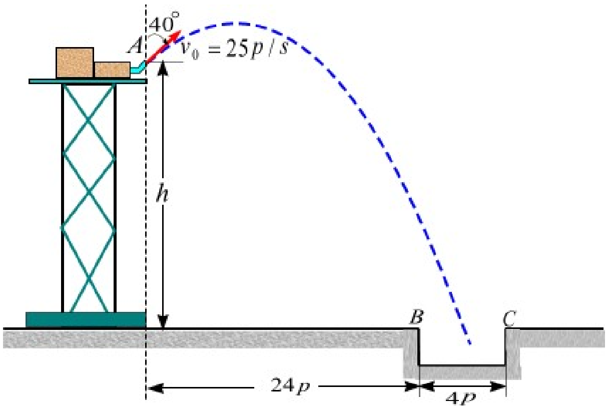
$$v_x = (v_0 \cos\theta)e^{-k(\infty)} \Rightarrow v_x \to 0$$

$$v_y = \left(v_0 sen\theta + \frac{g}{k}\right)e^{-k(\infty)} - \frac{g}{k}$$

$$v_y \to -\frac{g}{k}$$

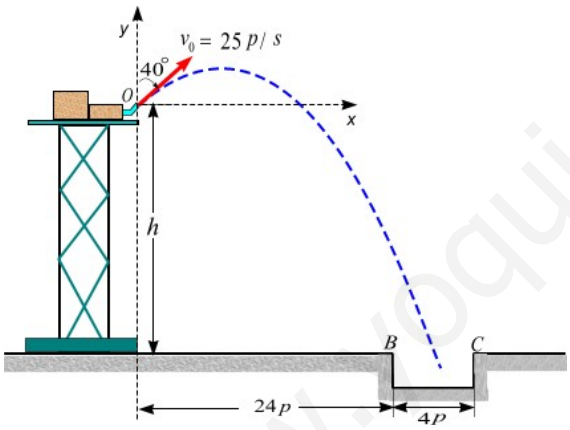
Problema 28

Una bomba se localiza cerca del borde de una plataforma horizontal como se muestra en la figura. La boquilla en A descarga agua con una velocidad inicial de 25 pies/s a un ángulo de 50° con la vertical. Determine el intervalo de valores de la altura *h* para los cuales el agua entrará en la abertura BC



Solución

En la figura se muestra el sistema de referencia escogido para resolver el problema.



Movimiento horizontal: Es un movimiento uniforme debido a que en esta dirección no existe aceleración, entonces sus ecuaciones son.

$$v_x = v_{0x} = 25sen\,50° = 19,15\,p/s \qquad (1)$$
$$x = v_{0x}t = 19,15t \qquad (2)$$

Movimiento vertical: Es un movimiento uniformemente variado con una aceleración g = 32,2 pies/s. Sus ecuaciones son

$$v_y = v_{0y} - gt = 25\cos 50° - 32,2t$$

$$v_y = 16,07 - 32,2t \qquad (3)$$
$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y = 16,07t - 16,1t^2 \qquad (4)$$

Cuando el agua llega al punto B*(24, - h)*, las ecuaciones (2) y (4) se reducen a

$$x = 19,15t$$
$$24\,pies = (19,15\,pies/s)t$$
$$t_1 = 1,253s$$

$$-h = 16,07t_1 - 16,1t_1^2$$
$$h = 16,1(1,253)^2 - 16,07(1,253)$$
$$h = 5,14\,pies$$

Cuando el agua llega al punto C*(28, - h)*, las ecuaciones (2) y (4) se reducen a

$$x = 19,15t$$
$$28\,pies = (19,15\,pies/s)t$$
$$t_1 = 1,462s$$

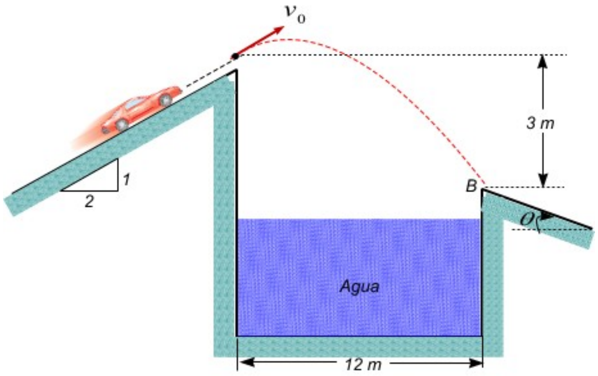
$$-h = 16,07t_2 - 16,1t_2^2$$
$$h = 16,1(1,462)^2 - 16,07(1,462)$$
$$h = 10,92\,pies$$

El intervalo de valores de h para los cuales el agua cae en la abertura BC será

$$5,14\,pies \le h \le 10,92\,pies$$

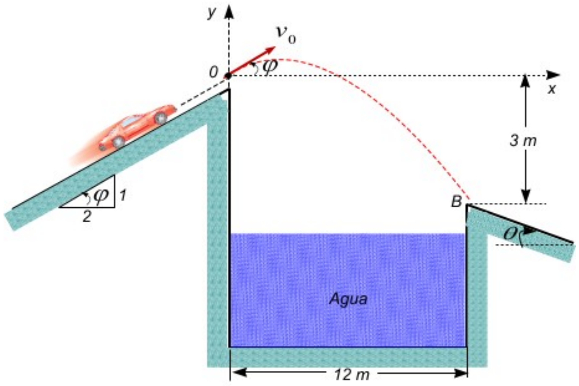
Problema 29

Un acróbata debe saltar con su auto a través del pozo lleno con agua que se ve en la figura. Determine: (a) la mínima velocidad v_0 del auto y (b) el ángulo θ que debe tener la rampa



Solución

En la figura se muestra el sistema de referencia escogido para resolver el problema.



Movimiento horizontal: Es un movimiento uniforme debido a que en esta dirección no existe aceleración, entonces sus ecuaciones son.

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{5}} v_0 \qquad (1)$$

$$x = v_{0x} t = \frac{2}{\sqrt{5}} v_0 t \qquad (2)$$

Movimiento vertical: Es un movimiento uniformemente variado con una aceleración g = 32,2 pies/s. Sus ecuaciones son

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 sen\varphi - 9,8t$$

$$v_y = \frac{1}{\sqrt{5}} v_0 - 9,8t \qquad (3)$$

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5}} v_0 t - 4,9t^2 \qquad (4)$$

Cuando el agua llega al punto B*(12, - 3)*, las ecuaciones (2) y (4) se reducen a

$$x = \frac{2}{\sqrt{5}} v_0 t \Rightarrow 12m = \frac{2}{\sqrt{5}} v_0 t$$

$$t = \frac{6\sqrt{5}}{v_0} \qquad (5)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5}} v_0 t - 4,9t^2$$

$$-3m = \frac{1}{\sqrt{5}} v_0 t - (4,9m/s^2)t^2 \qquad (6)$$

Remplazando la ecuación (5) en (6), resulta

$$3 = \frac{1}{\sqrt{5}} v_0 \left(\frac{6\sqrt{5}}{v_0}\right) - 4,9\left(\frac{6\sqrt{5}}{v_0}\right)^2$$

$$\frac{4,9(36)(5)}{v_0^2} = 9$$

$$v_0 = 9,89m/s$$

Conocida la velocidad mínima inicial, el ángulo de la rampa final coincidirá con la dirección de la velocidad final de caída del auto en la rampa en B. Dicha dirección será

$$\theta = tg^{-1}(v_y / v_x)$$

Calculo de las componentes de la velocidad final en B

$$v_x = \frac{2}{\sqrt{5}} v_0 = \frac{2\sqrt{5}}{5}(9,89m/s) \Rightarrow v_x = 8,85m/s$$

$$v_y = \frac{1}{\sqrt{5}} v_0 - 9,8\left(\frac{6\sqrt{5}}{v_0}\right)$$

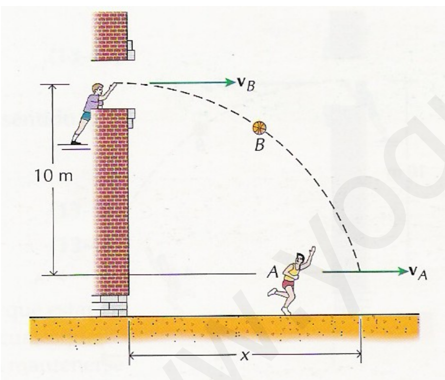
$$v_y = \frac{1}{\sqrt{5}}(9,89) - 9,8\left(\frac{6\sqrt{5}}{9,89}\right)$$
$$v_y = -8,89 m/s$$

Entonces el ángulo de la rampa será

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{-8,89}{8,85}\right) \Rightarrow \theta = 45°$$

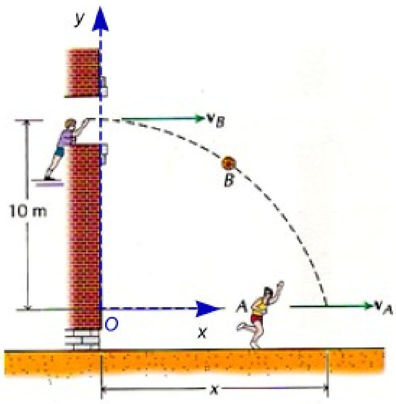
Problema 30

Un muchacho lanza una pelota desde una ventana situada a 10 m por encima de la calle, según se indica en la figura. La celeridad inicial de la pelota es de *10 m/s* y tiene una aceleración constante, vertical hacia abajo, de *9,81 m/s²*. Otro muchacho A corre por la calle a *5 m/s* y capta la pelota en su carrera. Determine: (a) La distancia *x* a la cual capta la pelota; (b) La velocidad relativa **vB/A,** de la pelota respecto al muchacho en el instante en que éste la capta.



Solución

En la figura se representa el sistema de referencia único para evaluar el movimiento de la pelota y del muchacho



Movimiento de la pelota B: Es un movimiento parabólico compuesto por dos movimientos:

Movimiento horizontal: Es un movimiento uniforme debido a que en esta dirección no existe aceleración, entonces sus ecuaciones son.

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos 0° = 10 m/s \quad (1)$$
$$x_B = v_{0x}t = 10t \quad (2)$$

Movimiento vertical: Es un movimiento uniformemente variado con una aceleración g = 9,8 m/s². Sus ecuaciones son

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 sen 0° - 9,81t$$
$$v_y = -9,81t \quad (3)$$
$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y = 10 + 0(t) - 4,905t^2 \quad (4)$$

Cuando la pelota es captada por el muchacho A la coordenada *y* es nula, es decir la ecuación (4) puede escribirse

$$y_B = 10 - 4,905t^2$$
$$0 = 10 - 4,905t^2$$
$$t = +1,428s \quad (5)$$

Parte (a): Remplazando la ecuación (5) en (2), resulta

$$x = (10 m/s)t = (10 m/s)(1,428s)$$
$$x = 14,28m \quad \text{Rta.}$$

La componente y de la velocidad de la pelota en este instante será.

$$v_y = -(9,81m/s^2)(1,428s)$$
$$v_y = -14m/s \qquad (7)$$

La velocidad de la pelota en este instante con respecto al origen O será

$$v = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$
$$\vec{v}_B = (10\hat{i} + 14\hat{j})m/s \qquad (8)$$

Movimiento del muchacho A: Es un movimiento rectilíneo uniforme. Sus ecuaciones de movimiento serán:

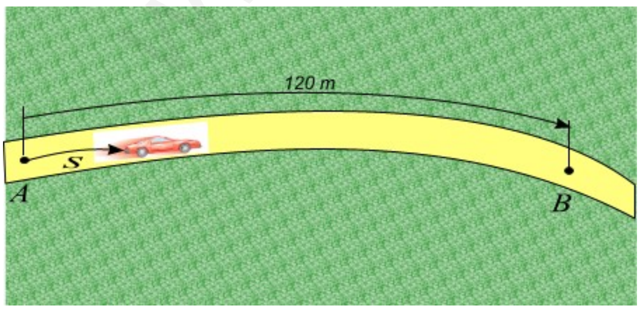
$$v_A = v_{Ax}\hat{i} = (5\hat{i})m/s \qquad (9)$$
$$x_A = x_{0A} + v_{Ax}t$$
$$x_A = x_{0A} + 5t \qquad (10)$$

Parte (b). Velocidad relativa de B respecto a A

$$v_{B/A} = \vec{v}_B - v_A = (10\hat{i} + 14\hat{j})m/s - (5\hat{i})m/s$$
$$v_{B/A} = (5\hat{i} + 14\hat{j})m/s \qquad \text{Rta.}$$

Problema 31

Un automóvil viaja por el tramo curvo de la carretera plana con una velocidad que disminuye a razón de *0,6 m/s* cada segundo. Al pasar por el punto A, su velocidad es *16 m/s*. Calcular el módulo de la aceleración total cuando pasa por el punto B situado a *120 m* más allá de A. El radio de curvatura en el punto B es *60 m*.



Solución

La aceleración tangencial es

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -0,6m/s^2$$

Utilizando la regla de la cadena la velocidad puede expresarse en función de la posición, es decir.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = -0,6m/s^2$$
$$v\frac{dv}{ds} = -0,6m/s^2$$

$$\int_{v_0}^{v} vdv = -0,6m/s^2\int_0^S ds$$

$$v^2 = v_0^2 - 2(0,6m/s^2)S$$
$$v^2 = 256 - 1,2(120)$$
$$v^2 = 112m^2/s^2$$

La aceleración normal será

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{112m^2/s^2}{60m} = 1,867m/s^2$$

Conocidas las aceleraciones normal y tangencial se puede determinar la aceleración total, esto es

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(-0,6)^2 + (1,867)^2}$$
$$a = 1,96m/s^2$$

Problema 32

Una partícula viaja en una trayectoria curvilínea con velocidad constante en la dirección y de vy=30 m/s. La velocidad en la dirección x varia con el tiempo de la siguiente manera vx=3t+10m/s. Determine: (a) la aceleración normal cuando *t = 10 s*, (b) el radio de curvatura cuando *t = 10 s*.

Solución

En primer lugar se encuentra la expresión vectorial de la velocidad en cualquier instante *t*. Es decir,

$$v = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} = [(3t+10)\hat{i} + 30\hat{j}]m/s \qquad (1)$$

La magnitud de la velocidad en cualquier instante es

$$v = \sqrt{(3t+10)^2 + 900} \qquad (2)$$

La aceleración total en cualquier instante de tiempo será

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = (3\hat{i})m/s^2 \qquad (3)$$

La aceleración tangencial en cualquier tiempo es

$$= \frac{dv}{dt}\hat{e}_t = \frac{d}{dt}\left((3t+10)^2 + 900\right)^{1/2}$$
$$\vec{a}_t = \frac{3(3t+10)}{\sqrt{(3t+10)^2+900}}\hat{e}_t \qquad (4)$$

La aceleración tangencial cuando *t = 10 s*, será

$$\vec{a}_t = \frac{3[3(10)+10]}{\sqrt{[3(10)+10]^2+900}}\hat{e}_t$$
$$a_t = (2,4\hat{e}_t)m/s^2$$

Parte (a). La aceleración normal de la partícula será

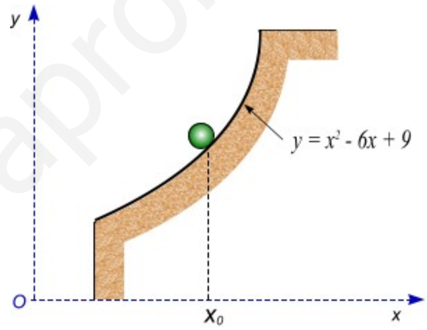
$$a = a_t + a_n$$
$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$
$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{3^2 - 2,4^2}\,m/s^2$$
$$a_n = 1,8m/s^2$$

Parte (b). Radio de curvatura cuando *t = 10 s*.

$$a_n = 1,8m/s^2 = \frac{v^2}{\rho}$$
$$1,8m/s^2 = \frac{[(3t+10)^2+900]}{\rho}$$
$$1,8m/s^2 = \frac{[3(10)+10]^2+900}{\rho}$$
$$\rho = 1389m \qquad \text{Rta}$$

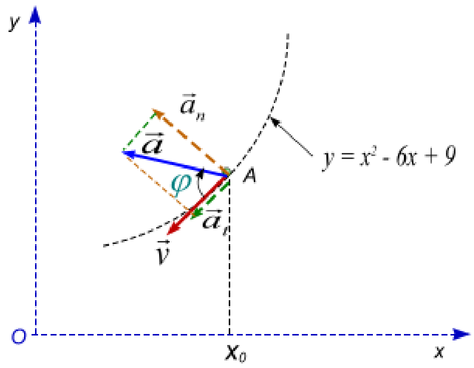
Problema 33

Una esferita rueda descendiendo por una superficie de forma parabólica cuya ecuación es y= x2-6x+9m, tal como se muestra en la figura. Cuando la esferita pasa por el punto A x0=5 m lleva una velocidad de *3 m/s* la misma que aumente a razón de *5 m/s²*. Determine: (a) las componentes normal y tangencial de la aceleración de la esferita cuando pasa por el punto A, (b) el ángulo que forma en el punto A los vectores velocidad y aceleración.



Solución

En la figura se muestra los vectores velocidad y aceleración



Del enunciado del problema observamos que la aceleración tangencial viene dada por

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\hat{e}_t = 5\hat{e}_t \quad \text{Rta} \quad (1)$$

La aceleración normal será

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho}\hat{e}_n = \frac{3^2}{\rho}\hat{e}_n$$
$$\vec{a}_n = \frac{9}{\rho}\hat{e}_n \qquad (2)$$

Determinemos ahora el radio de curvatura ρ.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}{\left|1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right|^{3/2}} \qquad (3)$$

Como se conoce la ecuación de la trayectoria, entonces tenemos

$$y = x^2 - 6x + 9 \qquad (4)$$
$$\frac{dy}{dx} = 2x - 6 \qquad (5)$$
$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2 \qquad (6)$$

Remplazando las ecuaciones (5) y (6) en (3) se tiene

$$\frac{1}{\rho} = \frac{|2|}{\left|1+(2x-6)^2\right|^{3/2}}$$

Cuando x = 5 m, ecuación anterior se escribe

$$\frac{1}{\rho} = \frac{|2|}{\left|1+(2(5)-6)^2\right|^{3/2}}$$
$$\rho = 35{,}05m \qquad (7)$$

Remplazando la ecuación (7) en (2) resulta

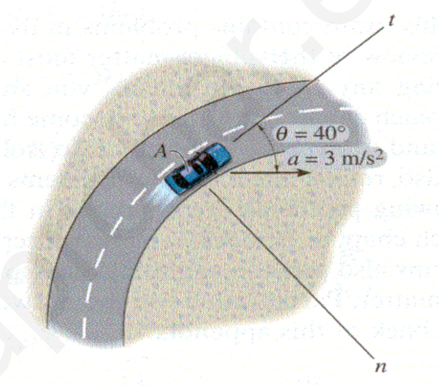
$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n = \frac{3^2}{35{,}05}\vec{e}_n$$
$$\vec{a}_n = (0{,}256\vec{e}_n)m/s^2 \qquad \text{Rta}$$

Parte (b). Calculo de φ

$$tg\varphi = \frac{a_n}{a_t} = \frac{0{,}256}{5} = 0{,}0512$$
$$\varphi = 2{,}93° \qquad \text{Rta}$$

Problema 34

En un instante dado, el automóvil tiene una velocidad de *25 m/s* y una aceleración de *3 m/s²* actuando en la dirección mostrada. Determine: (a) el radio de curvatura de la trayectoria en el punto A y (b) la razón del incremento de la rapidez del automóvil.



Solución

La aceleración tangencial viene dada por

$$a_t = a\cos 40°e_t = 3\cos 40°\vec{e}_t$$
$$\vec{a}_t = (2{,}30e_t)m/s^2$$

La aceleración normal será

$$a_n = a sen 40°\hat{e}_n = 3 sen 40°\hat{e}_n$$
$$\vec{a}_n = (1{,}928\hat{e}_n)m/s^2$$

Parte (a): El radio de curvatura se determina a partir de la aceleración normal. Esto es,

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$
$$1{,}928m/s^2 = \frac{(25m/s)^2}{\rho}$$
$$\rho = 324m$$

Parte (b). La razón del incremento de la rapidez es igual a la aceleración tangencial

$$\boxed{a_t = 2{,}30\,m/s^2}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS.

$$\boxed{x = 4t^4 - 6t^3 + 2t - 1}$$

1. El movimiento de una partícula está definido por , donde x y *t* se expresan en metros y en segundos respectivamente. Hallar la posición, velocidad y aceleración de la partícula cuando *t = 2 s*.

$$\boxed{x = 6t^4 - 2t^3 + 12t^2 + 3t + 3}$$

2. El movimiento de una partícula está definido por , donde x y *t* se expresan en metros y segundos, respectivamente. Hallar el tiempo, la posición y la velocidad cuando *a = 0*.

$$\boxed{x = 3t^3 - 6t^2 - 12t + 5}$$

3. El movimiento de una partícula está definido por , donde *x* y *t* se expresan en metros y en segundos, respectivamente. Hallar: (a) Cuando es cero la velocidad, (b) la posición, aceleración y la distancia total recorrida cuando *t = 4 segundos*.

4. La aceleración de una partícula está definida por $a = 6\ m/s^2$. Sabiendo que *x = -32 m* cuando *t = 0* y que *v = - 6 m/s* cuando *t = 0*, hallar la velocidad, la posición y la distancia total recorrida cuando *t = 5 s*.

5. La aceleración de una partícula es directamente proporcional al tiempo *t.* Cuando *t = 0*, su velocidad es *v = 16 cm/s*. Sabiendo que *v = 15 cm/s* y *que x = 20 cm cuando t = 1 s*, hallar la velocidad, la posición y la distancia total cuando *t = 7 s*.

6. La aceleración de una partícula es directamente proporcional al cuadrado del tiempo. Cuando *t = 0*, la partícula está en *x = 24 m*. Sabiendo que en *t = 6 s*, *x = 96 m* y *v = 18 m/s*, expresar *x* y *v* en función del tiempo.

7. Una partícula oscila entre dos puntos *x = 40 mm* y *x = 160 mm* con una aceleración *a = k(100 – x),* donde *k* es una constante. La velocidad de la partícula es *18 mm/s* cuando *x = 100 mm* y es cero en *x = 40 mm* y en *x = 160 mm.* Hallar: (a) el valor de *k*, (b) la velocidad cuando *x = 120 mm*.

8. Una partícula parte del reposo en el origen de coordenadas y recibe una aceleración $a = k/(x+4)^2$, donde *k* es una constante. Sabiendo que su velocidad es *4 m/s* cuando *x = 8 m*. Hallar: (a) el valor de *k*, (b) su posición cuando *v = 4,5 m/s*, (c) su velocidad máxima.

$$\boxed{= k\left[x - \frac{A}{x}\right]}$$

9. Una partícula que parte del reposo en $x = 1\ m$ es acelerada de modo que su celeridad se duplica entre $x = 2\ m$ y $x = 8\ m$. Sabiendo que su aceleración está definida por , hallar los valores de las constantes A y k si la velocidad de la partícula es de $29\ m/s$ cuando $x = 16\ m$.

$$a = 0{,}8\sqrt{v^2 + 49}$$

10. Partiendo de $x = 0$ sin velocidad inicial, una partícula recibe una aceleración donde a y v se expresan en m/s^2 y m/s, respectivamente. Hallar: (a) la posición de la partícula cuando $v = 24\ m/s$, (b) su

$$a = -k\sqrt{v}$$

11. La aceleración de una partícula está definida por , siendo k una constante. Sabiendo que $x = 0$ y $v = 81\ m/s$ en $t = 0$ y que $v = 36\ m/s$ cuando $x = 18\ m$. Hallar: (a) la velocidad de la partícula cuando $x = 20\ m$, (b) el tiempo que tarda en detenerse.

$$a = -kv^{2,5}$$

12. La aceleración de una partícula está definida por , siendo k una constante. La partícula parte de $x = 0$ con una velocidad de $16\ cm/s$, observándose que cuando $x = 6\ cm$, la velocidad vale $4\ cm/s$. Halle: (a) la velocidad de la partícula cuando $x = 5\ cm$, (b) el instante en que su velocidad es de 9 cm/s.

$$a = -5/(2v_0 - v)$$

13. Cuando t = 0, una partícula de $x = 0$ con una velocidad v_0 y una aceleración definida por la relación , donde a y v se expresan en m/s^2 y m/s, respectivamente. Sabiendo que para $t = 2\ s$ es $v = 0{,}5\ v_0$. Halle: (a) la velocidad inicial de la partícula, (b) el tiempo que tarda en detenerse, (c) su posición cuando la velocidad es de $1\ m/s$.

$$a = 0{,}4(1 - kv)$$

14. La aceleración de una partícula está definida por , siendo k una constante. Sabiendo que cuando t = 0, la partícula está en reposo desde x = 4 m y que cuando t = 15 s, v = 4 m/s. Hallar: (a) la constante k, (b) la posición de la partícula cuando v = 6 m/s, (c) su velocidad máxima.

$$= ksen(\pi t / T)$$

15. la aceleración de una partícula es . Si tanto la velocidad como la coordenada de posición de la partícula son cero cuando $t = 0$, hallar: (a) las ecuaciones de movimiento, (b) La máxima velocidad, (c) la posición para $t = 2T$, (d) la velocidad media en el intervalo de $t = 0$ hasta $t = 2T$.

$$r = (2t^3 - 15t^2 + 24t)i$$

16. Una partícula se mueve sobre el eje x y su posición se define mediante la ecuación , donde r y t están en metros y segundos, respectivamente. Cuando $t = 1\ s$ la partícula se encuentra a 5 m a la izquierda del origen. Calcule: (a) La velocidad cuando $t = 2\ s$, (b) la aceleración cuando $t = 2\ s$, (c) la distancia total recorrida durante el intervalo comprendido entre $t = 0$ y $t = 4\ s$.

17. Para la partícula del problema anterior calcule: (a) La velocidad media durante el intervalo entre $t = 0$ y $t = 1\ s$, (b) la aceleración media durante el intervalo entre $t = 0$ y $t = 1\ s$, (c) el desplazamiento durante el intervalo $t = 0$ y $t = 1\ s$.

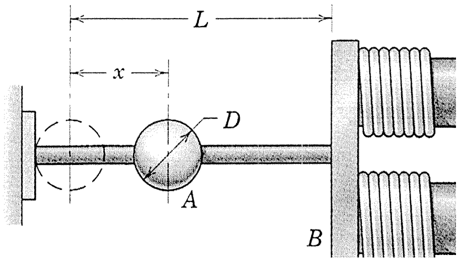
$$r = 3i\ t^3 - 8t)i$$

18. La velocidad de una partícula se define mediante la expresión , donde v y t se expresan en m/s y segundos, respectivamente. Cuando $t = 1\ s$ la partícula está localizada en y se dirige a la izquierda. Calcule: (a) el desplazamiento de la partícula durante el intervalo entre $t = 0$ y $t = 3\ s$, (b) la distancia total recorrida por la partícula durante el intervalo entre $t = 0$ y $t = 3\ s$, (c) la aceleración de la partícula cuando su velocidad sea nula.

19. La esfera de acero A, de diámetro D, se desliza libremente a lo largo de la varilla horizontal que termina en una pieza polar del electroimán. La fuerza de atracción depende de la inversa del cuadrado de la distancia y la aceleración resultante

de la esfera es a=k(L-x)2, donde k es una medida

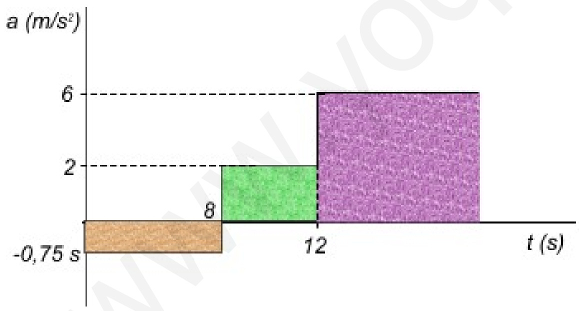
de la intensidad del campo magnético, Determine la velocidad v con que la esfera golpea la pieza polar si se suelta partiendo del reposo en $x = 0$.



20. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde un punto de una torre localizada a *25 m* arriba del piso. Si la pelota golpea el piso *3 s* después de soltarla, determínese la velocidad con la cual la pelota (a) se lanzó hacia arriba, (b) pega en el piso.

21. Un automovilista viaja a *75 km/h* cuando observa que un semáforo a *320 m* delante de él cambia a rojo. El semáforo está programado para permanecer con la luz roja por *22 s*. Si el automovilista desea pasar por el semáforo sin pararse, justamente cuando se cambie a verde otra vez. Hallar: (a) la desaceleración uniforme que requiere aplicarle al vehículo, y (b) la velocidad del automóvil al pasar el semáforo.

22. Una partícula se mueve sobre una línea recta con la aceleración que se muestra. Sabiendo que parte del origen con $v_0 = -\ 2\ m/s$, (a) construir las curvas $v - t$ y $x - t$ para $0 < t < 18\ s$. Halle la posición y la velocidad y la distancia total que ha recorrido cuando $t = 18\ s$.



23. El movimiento de una partícula es rectilíneo y su aceleración que es constante se dirige hacia la derecha. Durante un intervalo de *5 s* la partícula se desplaza *2,5 m* hacia la derecha mientras que recorre una distancia total de *6,5 m*. Calcular la velocidad de la partícula al principio y al final del intervalo y la aceleración durante éste.

24. Una partícula se mueve con aceleración constante sobre una trayectoria horizontal recta. La velocidad de la partícula al comienzo de un intervalo de *6 s* es de *10 m/s* dirigida hacia la derecha. Durante el intervalo la partícula experimenta un desplazamiento de *26 m* hacia la derecha. Calcule la aceleración y la velocidad final de la partícula.

25. Una partícula parte del reposo y se mueve describiendo una línea recta, su aceleración de 5 m/s^2 dirigida hacia la derecha permanece invariable durante 12 s. A continuación la aceleración adquiere un valor constante diferente tal que el desplazamiento total es 180 m hacia la derecha y la distancia total recorrida es de 780 m. Determine: (a) la aceleración durante el segundo intervalo de tiempo, (b) el intervalo total de tiempo.

26. Una partícula se mueve desde el reposo y a partir del origen de coordenadas con una aceleración constante dirigida hacia la derecha durante *4 s*. A continuación l aceleración adquiere el valor de 6 m/s^2 dirigida hacia la izquierda durante un segundo intervalo de tiempo. La partícula recorre una distancia total de *138 m* y al final del intervalo total de tiempo se encuentra a *12 m* hacia la izquierda del origen. Determine: (a) la aceleración durante el primer intervalo de tiempo de *4 s*, (b) la distancia recorrida durante el intervalo inicial de *4 s*, (c) la duración del intervalo total de tiempo.

27. La velocidad inicial y la aceleración de una partícula cuyo movimiento es rectilíneo so *9 m/s* y $1{,}5\ m/s^2$ hacia la izquierda durante 8 s; respectivamente. Enseguida la aceleración se anula durante Δt segundos, después de este intervalo la velocidad cambia uniformemente hasta 4 m/s dirigida hacia la derecha. La distancia total recorrida por la partícula es *54,5 m* y el desplazamiento lineal es *15,5 m*. determine la duración del intervalo durante el cual la rapidez de la partícula es constante.

28. A una partícula en reposo se imprime un movimiento vertical y rectilíneo con las características siguientes: aceleración constante de $400\ mm/s^2$ dirigida hacia arriba durante *0,30 s*, a continuación se mueve con velocidad constante durante *0,20 s*. (a) ¿Qué aceleración constante dirigida hacia abajo debe imprimirse a la partícula para que su altura máxima con respecto a su posición inicial sea de *64 mm*. (b) Calcule la distancia recorrida por la partícula durante el primer segundo si la aceleración del último período se mantiene constante hasta el final del primer segundo.

29. Una partícula se mueve desde el reposo y a partir del origen con aceleración constante dirigida hacia la derecha durante *4 s*. A continuación adquiere el valor de $6\ m/s^2$ dirigida hacia la izquierda durante un segundo intervalo de tiempo. La partícula recorre una distancia total de *138 m* y al final del intervalo total de tiempo se encuentra a *12 m* a la izquierda del origen. Calcular: (a) La aceleración durante el primer intervalo de *4 s;* (b) La distancia recorrida durante el intervalo de *4 s* y (c) La duración del intervalo total de tiempo.

30. Una partícula parte del reposo y se mueve describiendo una línea recta durante Δt_1 seg con una aceleración de $0,8\ m/s^2$ dirigida hacia la derecha. La aceleración cambia a $2\ m/s^2$ dirigida hacia la izquierda durante los *3 s* siguientes, a continuación la velocidad se mantiene constante durante un tercer intervalo de tiempo. El desplazamiento total de la partícula es *5 m* hacia la derecha y la distancia total recorrida es *23 m.* Calcule la duración total del recorrido de la partícula.

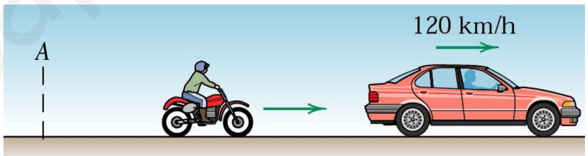
31. La velocidad de una partícula que describe una línea recta cambia uniformemente desde *0 m/s* hasta *6,4 m/s*, hacia la derecha, mientras recorre *12,8 m*. La magnitud de la aceleración cambia a un nuevo valor constante, y la partícula recorre *26 m* durante los *5 s* siguientes. Después de éste último intervalo la aceleración cambia a $2\ m/s^2$ dirigida hacia la izquierda, el recorrido total de la partícula es de *60 m*. Calcule el tiempo necesario para el recorrido total de la partícula.

32. Una partícula parte del reposo y mantiene constante su aceleración de $4\ m/s^2$ dirigida hacia la derecha durante cierto intervalo de tiempo. Enseguida la aceleración cambia a $8\ m/s^2$ dirigida hacia la izquierda y se mantiene constante durante un segundo intervalo de tiempo. El tiempo total es *30 s* y la partícula se encuentra en el punto de partida al finalizar el segundo intervalo de tiempo. Determine: (a) la distancia total recorrida, (b) la rapidez máxima de la partícula, La velocidad media durante el intervalo de *30 s*.

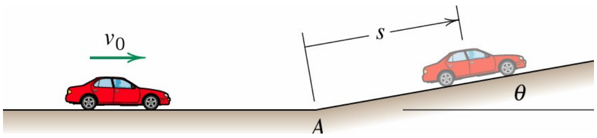
33. Un hombre salta desde un globo que permanece estacionario a una altura de *1500 m* sobre la tierra. Espera durante *10 s* antes de tirar la cuerda de apertura del paracaídas. Este lo desacelera a razón de $6\ m/s^2$ hasta que la velocidad es *6,6 m/s*. A partir de este instante continúa descendiendo con velocidad constante de *6,6 m/s*. ¿Cuánto tiempo necesita el hombre para descender hasta la tierra?. Desprecie el efecto de la fricción del aire durante el descenso libre inicial de *10 s*, y suponga que la aceleración de la gravedad es de $9,8\ m/s^2$.

34. Un montacargas se desplaza hacia arriba con velocidad constante de *4,8 m/s* cuando pasa a un ascensor de pasajeros que se encuentra detenido. Dos segundos después de haber pasado el montacargas, el ascensor de pasajeros empieza a moverse con una aceleración constante de $3,6\ m/s^2$ dirigida hacia arriba. La aceleración del ascensor se anula cuando su velocidad es *14,4 m/s*. Determine: (a) el tiempo que requiere el ascensor de pasajeros para alcanzar al montacargas, (b) la distancia que recorre el ascensor de pasajeros hasta alcanzar al montacargas.

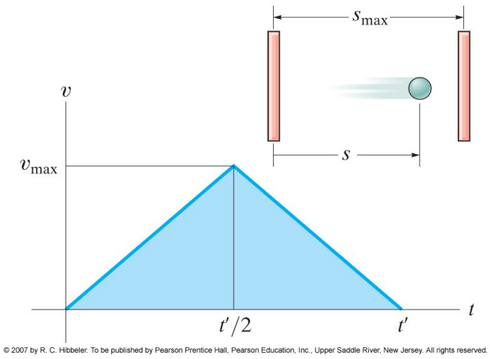
35. Un motociclista de patrulla parte del reposo en A dos segundos después de que un automóvil, que se mueve a *120 km/h*, pase por A. Si el patrullero acelera a razón de $6\ m/s^2$ hasta alcanzar la velocidad de *150 km/h*, máxima que le es permitida y que mantiene. Determine la distancia S entre el punto A y el punto en el que rebasa al automóvil.



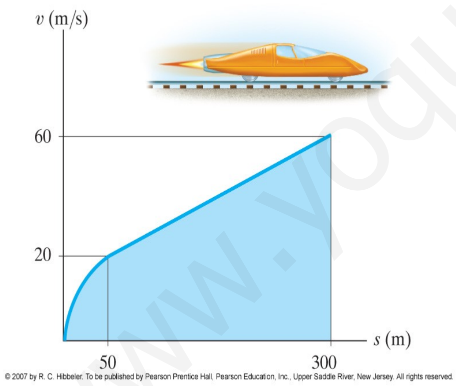
36. Un automóvil está viajando a una velocidad constante de v0=100 km/h, sobre la tramo horizontal de la carretera cuando se encuentra con la pendiente mostrada (tgθ=6100). El conductor no cambia la configuración de la aceleración y consecuentemente el auto desacelera a razón de gsenθ. Determine: (a) la velocidad del auto dos segundos después de pasar por A y (b) cuando S = 100 M



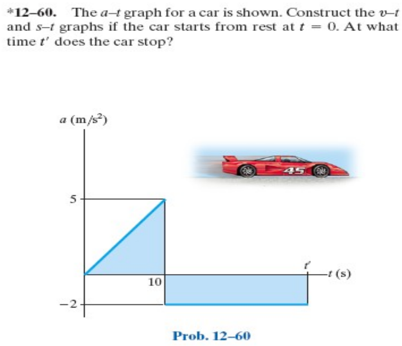
37. La gráfica v-t para una partícula que se mueve en el interior de un campo eléctrico producido por dos placas cargadas con signos opuestos tiene la forma mostrada en la figura, donde $t' = 0{,}2$ *s* y $v_{max} = 10$ *m/s.* Trace la gráficas s-t y a-t para el movimiento de la partícula. Cuando $t = t'/2$ la posición de la partícula es s = 0,5 m



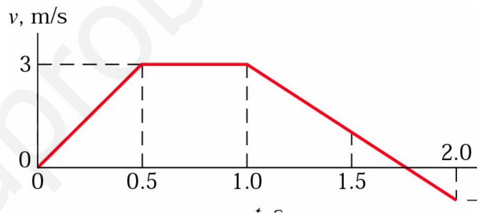
38. La gráfica v-t fue determinada experimentalmente para describir el movimiento en línea recta de un cohete deslizante. Determine la aceleración del cohete deslizante cuando s = 100 m y cuando s = 200 m



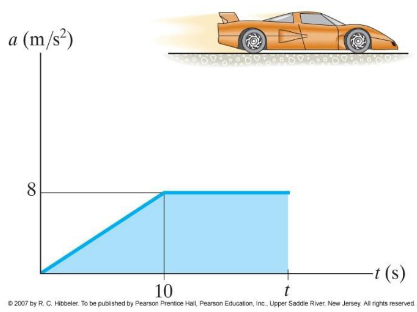
39. Un auto de carreras partiendo del reposo se mueve a lo largo de una pista recta de tal manera que acelera en la forma indicada en la figura para t = 10 s, y después desacelera a razón constante. Trace la gráfica v-t y determine el tiempo t' necesario para detener e carro.



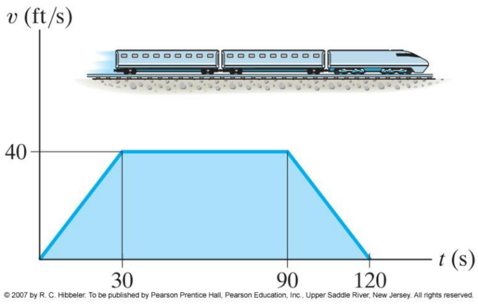
40. Una partícula inicia su movimiento desde el reposo en $x = -2$ *m* y se mueve a lo largo del eje *x* con una velocidad que varía según la gráfica mostrada. (a) trace las gráficas aceleración y posición en función del tiempo desde $t = 0$ *s* hasta $t = 2$ s y (b) Encuentre el tiempo *t* cuando la partícula cruza el origen.



41. Un carro de carreras parte del reposo y se mueve en línea recta con una aceleración cuya gráfica se muestra en la figura. Determine el tiempo t que necesita el auto para alcanzar una rapidez de 50 m/s y construir una gráfica v-t que describa el movimiento del auto hasta el tiempo t.

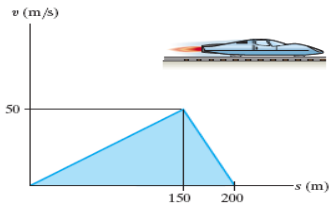


42. En la figura se muestra la gráfica v-t para el movimiento de un tren de una estación A a otra B. Trace la gráfica a-t y determine la velocidad media y la distancia entre las estaciones A y B.



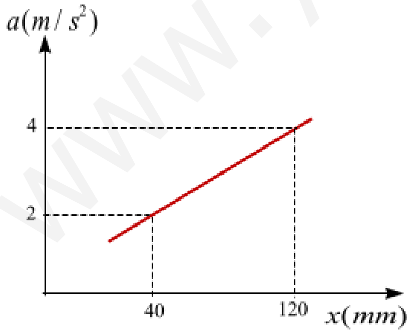
43. En la figura se muestra la gráfica v-s para el movimiento en línea recta de un vehículo de ensayos. Determine la aceleración del vehículo cuando la posición es *s = 100 m* y cuando *s = 175 m.*

*12–64. The v–s graph for a test vehicle is shown. Determine its acceleration when s = 100 m and when s = 175 m.

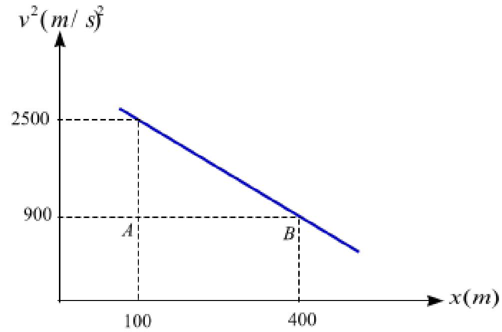


Prob. 12–64

44. Un punto se mueve a lo largo del semieje *x* positivo con una aceleración a_x, en m/s^2 que aumenta linealmente con *x* expresada en milímetros, tal como se muestra en el gráfico correspondiente un intervalo del movimiento. Si en *x = 40 mm* la velocidad del punto es 0,4 m/s, halle la velocidad en *x = 120 mm*



45. Un cuerpo se mueve en línea recta con una velocidad cuyo cuadrado disminuye linealmente con el desplazamiento entre los puntos A y B los cuales están separados *300 m* tal como se indica. Determine el desplazamiento Δx del cuerpo durante los dos últimos segundos antes de llegar a B.

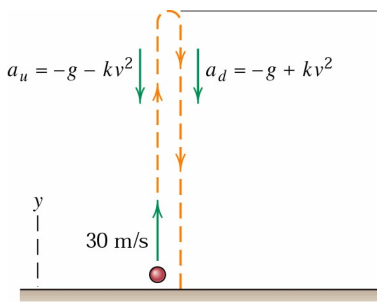


46. Cuando se incluye el efecto de la resistencia aerodinámica, la aceleración en la dirección *y* de una pelota de beisbol que se mueve verticalmente

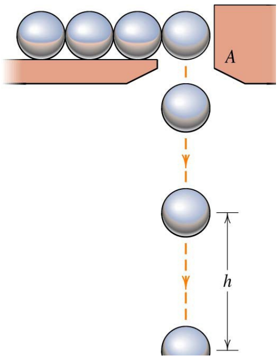
hacia arriba es au=-g-kv2, mientras que cuando se

mueve hacia abajo es au=-g+kv2, donde *k* es una

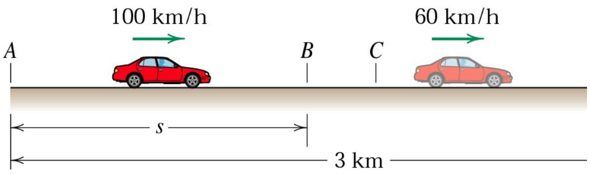
constante positiva y *v* es la velocidad en *m/s*. Si la pelota se lanza hacia arriba a *30 m/s* desde el nivel del suelo, determine la altura *h* que alcanza y su velocidad cuando choca contra el suelo. Tómese k = 0,0066 m^{-1}.



47. Las esferas pequeñas de acero mostradas en la figura caen desde el reposo a través de la abertura en A a razón constante de 2 cada segundo. Determine la separación vertical de dos bolas consecutivas cuando la inferior a descendido *3 m*. Desprecie la fricción del aire.

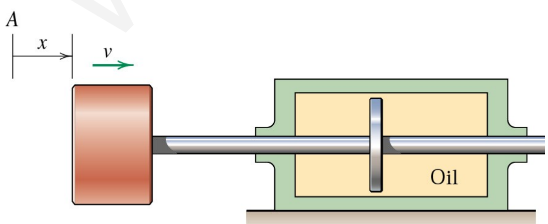


48. Recorriendo la distancia de 3 km entre A y D, un automóvil viaja a 100 km/h entre A y B durante *t* segundos, y a 60 km/h entre C y D también durante *t* segundos. Si entre B y C se aplican los frenos durante 4 segundos para comunicarle al auto una desaceleración uniforme. Determine: (a) el tiempo *t* y (b) la distancia *s* entre A y B.

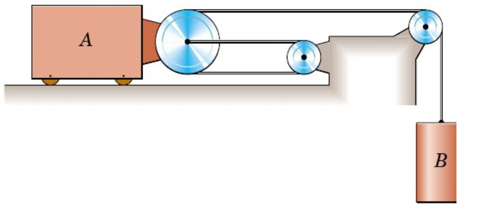


$\boxed{a = -kv}$

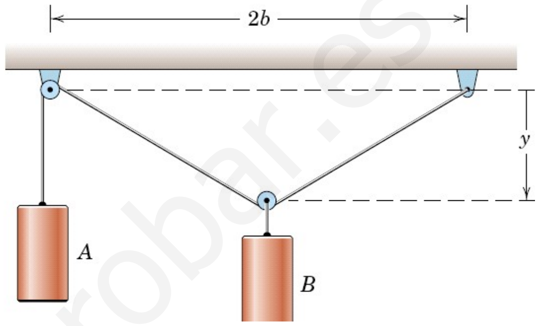
49. El movimiento horizontal del conjunto émbolo y vástago está perimido por la resistencia del disco solidario que se desplaza dentro del baño de aceite. Si la velocidad del émbolo es v_o en la posición A para la que $x = 0$ y si la desaceleración es proporcional a v de forma que , deducir las expresiones de la velocidad v y la coordenada de posición *x* en función del tiempo t. Exprese también *v* en función de *x*.



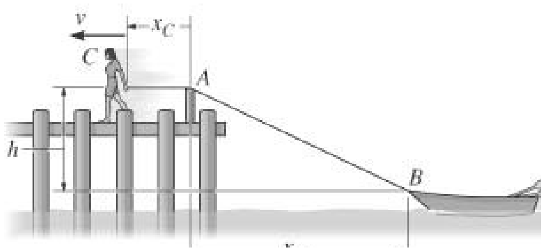
50. El bloque A se mueve a la derecha con una velocidad de 3,6 pies/s. Determine la velocidad del bloque B.



51. El bloque B se está moviendo con una velocidad v_B. Determine la velocidad del bloque A como una función de la posición *y* de A.



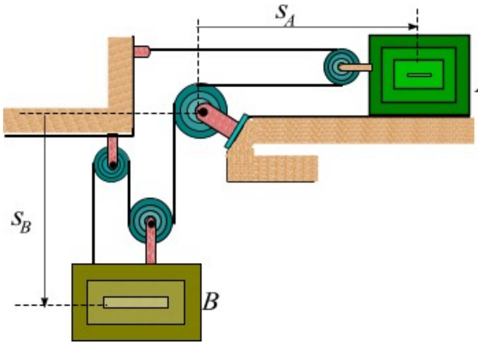
52. La muchacha C que se encuentra cerca del extremo de un muelle tira horizontalmente de una cuerda con una velocidad constante de $v_C = 6$ *pies/s*. determine la velocidad con que el bote se acerca al muelle en el instante en que la longitud de la cuerda es $d = 50$ *pies*. Considere que $h = 8$ *pies*.



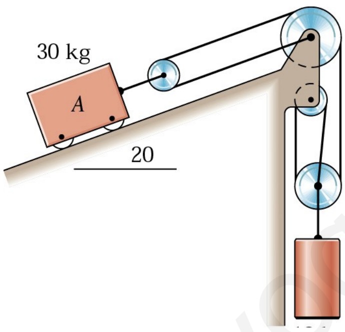
53. El bloque A mostrado en la figura se mueve hacia la derecha con una celeridad de 5 m/s, la cual disminuye a razón de $0,2\ m/s^2$. Determine: (a) la velocidad y la aceleración de A y B, (b)

Determine la velocidad relativa vB/A y la

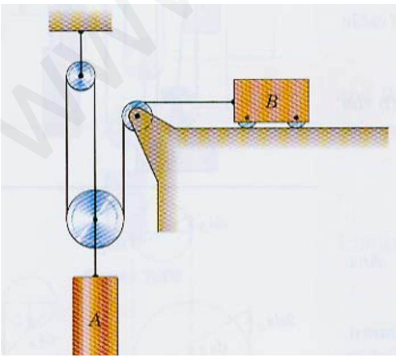
aceleración relativa aB/A.



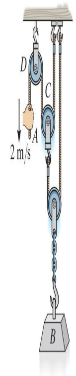
54. El Cilindro B desciende a *0,6 m/s* y tiene una aceleración ascendente de *0,15 m/s²*. Calcular la velocidad y la aceleración del bloque A.



55. Si el bloque está animado de una velocidad de *1,2 m/s* hacia la izquierda, determine la velocidad del cilindro A.

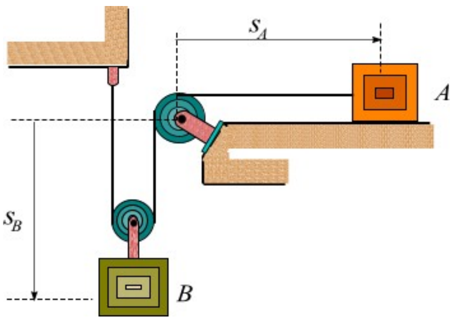


56. Si el extremo del cable en A está siendo halado hacia abajo con una velocidad de 2 m/s. Determine la velocidad con la cual asciende le bloque B.

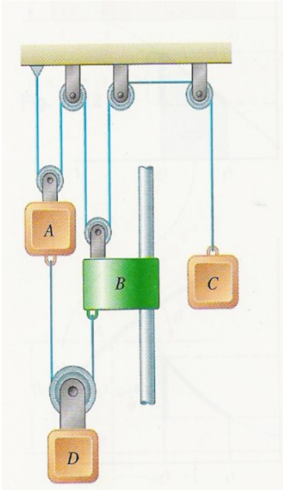


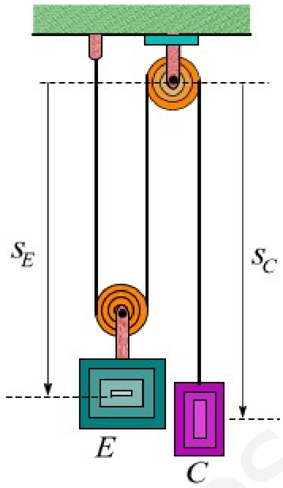
57. En la figura el bloque A se está moviendo hacia la izquierda con una velocidad de *90 cm/s*, la celeridad está aumentando a razón de *24 cm/s²*. En el instante representado $s_A = 180$ *cm* y $s_B = 240$ *cm*. Determine la velocidad relativavB/A y la

aceleración relativa aB/A.



58. El sistema representado parte del reposo y cada componente se mueve a aceleración constante. Si la aceleración relativa del bloque C respecto al collar B es 60 mm/s² hacia arriba y la aceleración relativa del bloque D respecto al bloque A es 110 mm/s² hacia abajo. Halle: (a) la aceleración del bloque C al cabo de 3 s, (b) el cambio de posición del bloque D al cabo de 5 s

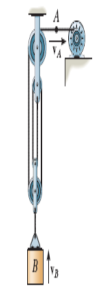




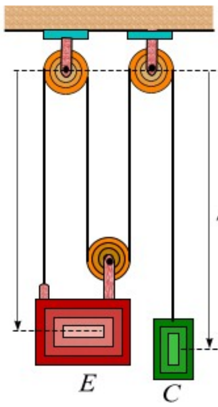
59. Determine el tiempo necesario para que la carga B alcance una velocidad de *8 m/s*, iniciando desde el reposo, si el cable es enrolladlo por el motor con una aceleración de *0,2 m/s²*

61. En la figura el ascensor E sube con una celeridad de 2 m/s, la cual disminuye a razón de 0,2 m/s². Determinar la velocidad y la aceleración del contrapeso C, la velocidad de C relativa a E y la aceleración de C relativa a E.

12-175. Determine the time needed for the load at *B* to attain a speed of 8 m/s, starting from rest, if the cable is drawn into the motor with an acceleration of 0.2 m/s².

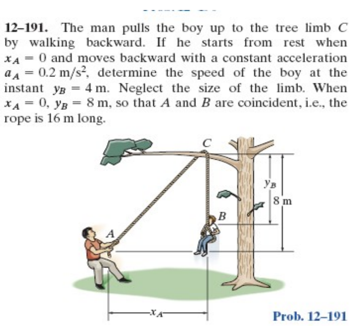


Prob. 12-175



60. El ascensor mostrado en la figura, el ascensor E baja con una celeridad de *1 m/s*, aumentando a razón de *0,1 m/s²*. Determine: (a) la velocidad y la aceleración del contrapeso C, (b) Determine la velocidad relativa $v_{C/E}$ y la aceleración relativa $a_{C/E}$.

62. Un hombre A sube a un niño hasta la rama de un árbol, utilizando una soga y caminando hacia atrás como se muestra en la figura. Si el hombre inicia su movimiento desde el reposo cuando $x_A = 0$ y se mueve hacia atrás con una aceleración $a_A = 0,2$ m/s². Determine la velcoidad del niño en el instante en que $y_B = 4$ m. desprecie el tamaño de la rama del árbol y considere que cuando $x_A = 0$, $y_B = 8$ m tal que A y B están coincidiendo, es decir la soga tiene una longitud de 16 m.


12–191. The man pulls the boy up to the tree limb C by walking backward. If he starts from rest when $x_A = 0$ and moves backward with a constant acceleration $a_A = 0.2\ m/s^2$, determine the speed of the boy at the instant $y_B = 4$ m. Neglect the size of the limb. When $x_A = 0$, $y_B = 8$ m, so that A and B are coincident, i.e., the rope is 16 m long.

Prob. 12–191

$$= 20t^3 i + 50t^2 j$$

63. La posición de una partícula que se mueve sobre un plano *xy* se expresa mediante donde *r* y *t* se expresan en *mm* y *s*, respectivamente. Determine: (a) el desplazamiento durante el intervalo entre $t = 1\ s$ y $t = 3\ s$, (b) La velocidad media durante el intervalo anterior, (c) la velocidad cuando $t = 2\ s$ y (d) la aceleración cuando $t = 2\ s$.

64. El movimiento de una partícula está definido por las ecuaciones x=a cosωt e y=b senωt, donde *a, b* y ω son constantes. (a) Demostrar que la trayectoria es un elipse, (b) demostrar que en general la velocidad de la partícula no es perpendicular al vector de posición de la misma, (c) demostrar que la aceleración siempre se encuentra dirigida hacia el origen, (d) determine las componentes tangencial y normal d la aceleración y (e) encontrar el radio de curvatura en los puntos de la trayectoria.

65. Una partícula que está moviendo en el plano x-y, en un tiempo t segundos su velocidad en *m/s* es v=3ti+12t2j. Sabiendo que en $t = 0\ s$, su velocidad es 2i-3jm/s. Determine: (a) El vector posición en cualquier tiempo, (b) el desplazamiento entre $t = 1\ s$ y $t = 3\ s$, (c) la velocidad media en el intervalo de $t = 1\ s$ y $t = 3\ s$, y (d) la aceleración total de la partícula cuando $t = 3\ s$.

66. En el tiempo t segundos, la partícula P tiene un vector de posición r en metros con respecto a un origen fijo O, donde r=3t-4i+t3-4tj. Determine: (a) El desplazamiento entre $t = 0\ s$ y $t = 3\ s$, (b) la velocidad del punto P cuando $t = 3\ s$, (c) la aceleración media para el intervalo de $t = 1\ s$ a $t = 3\ s$ (c) la aceleración de la partícula cuando $t = 3\ s$.

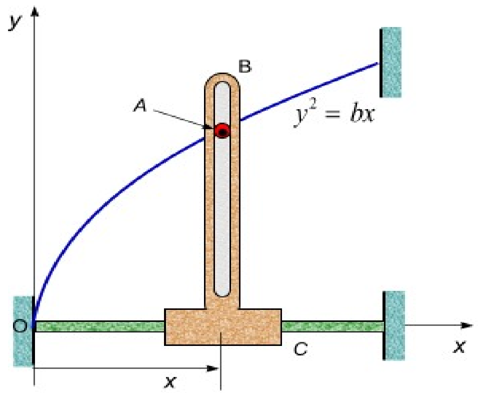
67. Una partícula P está moviéndose con una velocidad v=t2i+2t-3j, donde *t* está en segundo y *v* en *m/s*. Cuando $t = 0\ s$, la partícula se encuentra ubicada en 3i+4j m con respecto a un origen fijo O. Encuentre: (a) la aceleración media en el intervalo de $t = 0\ s$ a $t = 1\ s$, (b) la aceleración de la partícula cuando $t = 1\ s$ y (c) el vector de posición de la partícula cuando $t = 1\ s$.

68. Una partícula P inicia su movimiento desde el reposo en el origen de coordenadas y se mueve con una aceleración dada por a=6t2i+8-4t3 m/s2. Determine: (a) la velocidad de la partícula cuando t = 2 s y (b) el vector posición cuando t = 4 s-

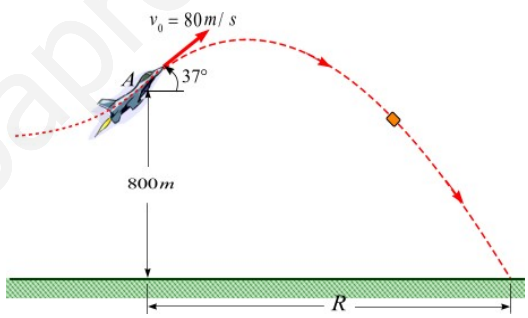
69. Una partícula P está moviéndose en el plano de tal forma que, el tiempo t segundos, su aceleración es 4i-2tjm/s. Sabiendo que cuando $t = 3\ s$, la velocidad de la partícula es 6i m/s y el vector posición es 20i+3jm con respecto a un origen fijo O. Determine: (a) El ángulo entre la dirección del movimiento e i, cuando $t = 2\ s$, (b) la distancia desde O al punto P cuando $t = 0\ s$.

70. La coordenada *y* de una partícula en movimiento curvilíneo está dada por y=4t3-3t , donde y está en pulgadas y *t* en segundos. Además, la partícula tiene una aceleración en la dirección *x* dada por ax=12t pul/s2 . Si la velocidad de la partícula en la dirección *x* es *4 pul/s* cuando $t = 0$, calcular la magnitud de la velocidad y la aceleración de la partícula cuando $t = 1s$.

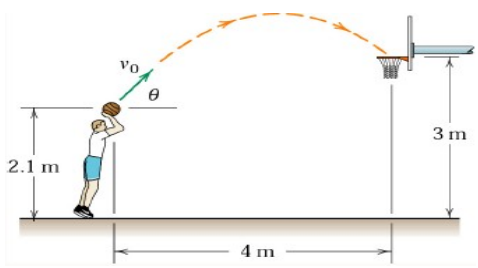
71. El rodillo A de la figura está restringido a deslizar sobre la trayectoria curva mientras se desplaza en la ranura vertical del miembro BC. El miembro BC se desplaza horizontalmente. (a) Obtenga las ecuaciones para la velocidad y la aceleración de A, exprésela en términos de b.x, x, x. (b) Calcule la velocidad y la aceleración cuando b=10 cm; x=4i cm; vx=10i cm/s y ax=-8i cm/s2.



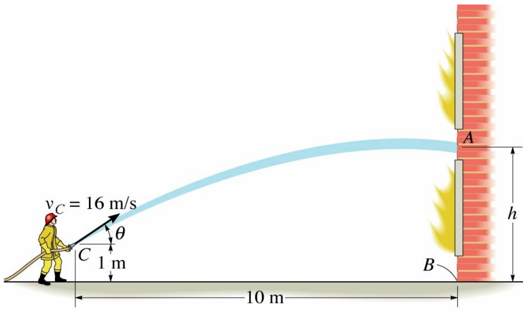
72. El piloto de un avión, que va a *80 m/s* y toma altura con un ángulo de 37º, lanza un paquete en la posición A. Determine: (a) la distancia horizontal *R*, (b) el tiempo *t* desde el momento del lanzamiento hasta el momento en que el paquete choca con el suelo y (c) la magnitud y la dirección de la velocidad del paquete un instante antes que impacte en el suelo



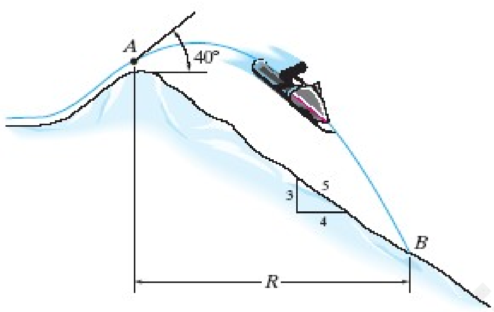
73. Un jugador de basquetbol lanza una pelota de baloncesto según el ángulo de θ = 53° con la horizontal. Determine la rapidez v_0 que el jugador debe imprimir a la pelota para hacer el enceste en el centro del aro. ¿Con qué rapidez pasa la pelota a través del aro?.



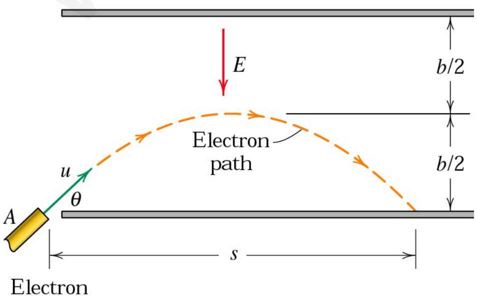
74. Un bombero desea saber la altura máxima de la pared a la cual puede proyectar el agua mediante el uso de la manguera en cuyo extremo lleva una boquilla. Determine: (a) la altura h si la boquilla se inclina un ángulo = 40° respecto de la horizontal, (b) El tiempo que demora el agua en llegar al punto A y (c) la velocidad del agua cuando alcanza el punto A



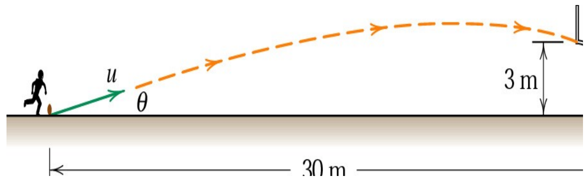
75. La moto de nieve mostrada en la figura sale de la rampa con una rapidez de *20 m/s* bajo un ángulo de *40°* respecto a la horizontal y logra aterrizar en el punto B. Determine: (a) el tiempo que permanece la moto y su piloto en el aire, (b) la distancia horizontal R que viaja. Desprecie el tamaño del pilo y la moto.



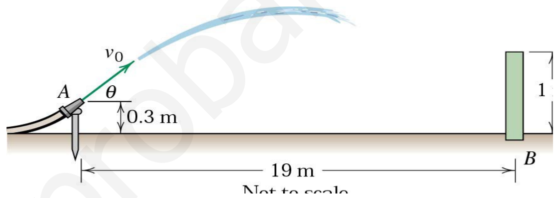
76. Desde A se emiten electrones con una velocidad *v* y un ángulo θ al espacio comprendido entre dos placas eléctricamente cargadas. Entre éstas, el campo eléctrico E se encuentra dirigido hacia abajo y repele a los electrones que se acercan a la placa superior. Si el campo confiere a los electrones una aceleración eE/m en la dirección de E. Determine: (a) la intensidad de campo que permite a que los electrones solo alcancen la mitad de la distancia entre las placas y (b) la distancia *s* donde los electrones impactan sobre la placa inferior.



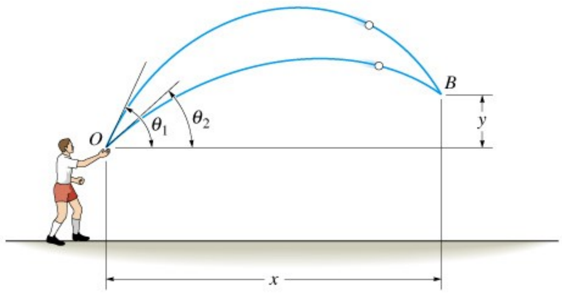
77. Un futbolista intenta marcar un gol a *30 m* de la portería. Si es capaz de comunicar a la pelota una velocidad *u = 25 m/s*. Determine el ángulo mínimo θ para el cual la pelota puede pasar rozando el travesaño de la portería.



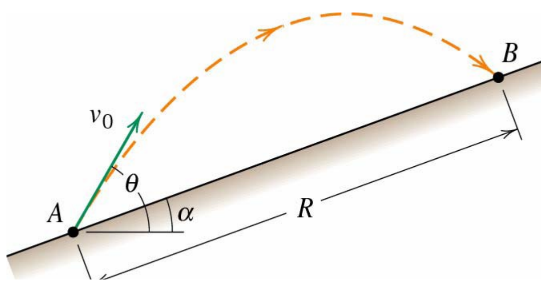
78. La boquilla de agua despide el líquido con una velocidad v_0 = *14 m/s* y un ángulo θ = 40°. Determinar, respecto del pie B del murete, el punto en que el agua llega al suelo. Desprecie el espesor del muro en la solución



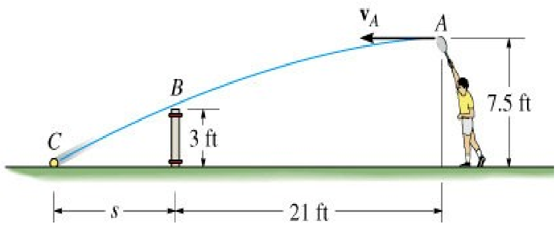
79. Un niño lanza dos bolas al aire con una velocidad v_0 a diferentes ángulos {θ_1; θ_2} y ($\theta_1 > \theta_2$). Si desea que las dos bolas choquen en el aire ¿Cuál sería la diferencia de tiempos de ambos lanzamientos para logra el objetivo



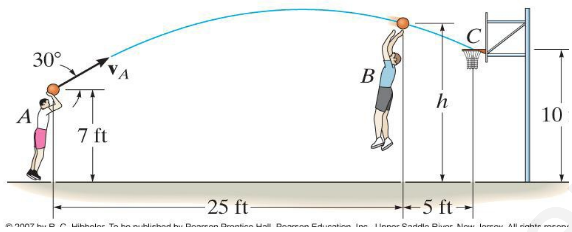
80. Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de $v_0 = 100$ *m/s* y un ángulo $\theta = 53°$ respecto a la horizontal. Determine el alcance ***R*** medido pendiente arriba si el ángulo que forma la pendiente es α = *16°*.



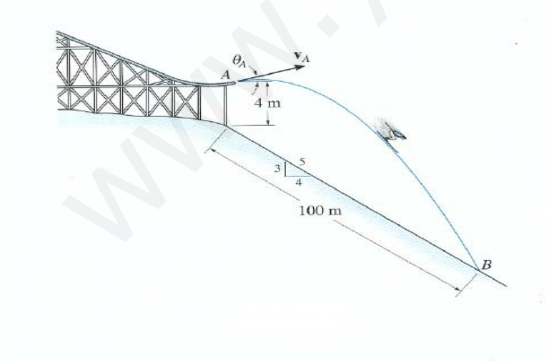
81. Un jugador de tenis lanza una pelota con una velocidad horizontal como se muestra en la figura. (a) Determine la velocidad v_a de tal manera que la pelota pase rozando la red en B. (b) ¿A qué distancia *s* la pelota impactará sobre el piso?.



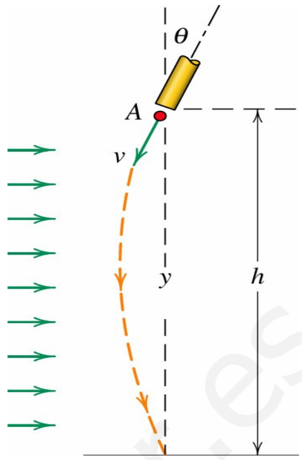
82. En la figura se muestra las mediciones de un lanzamiento gravado en una cinta de video durante un partido de básquetbol. El balón pasa por el centro del aro a pesar del intento del jugador B para despejarlo. Depreciando el tamaño del balón determinar la magnitud de la velocidad inicial de lanzamiento v_A y la altura h de la pelota cuando pasa por encima del jugador B.



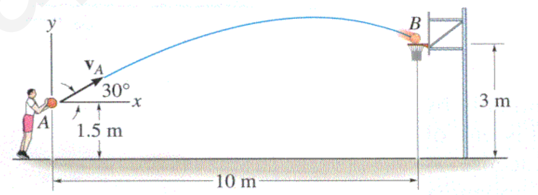
83. El esquiador sale de la rampa formando un ángulo de $\theta = 10°$ y aterriza en el punto B de la pendiente. Determine: (a) la velocidad inicial del esquiador y (b) el tiempo que permanece en el aire. Desprecie el tamaño del esquiador y de los skies.



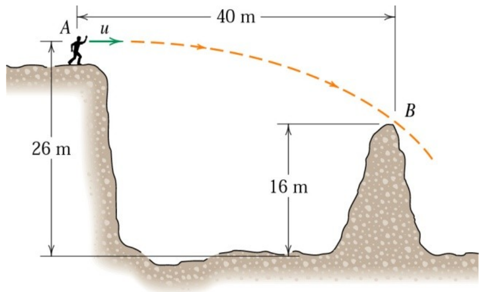
84. Una partícula es expulsada del tubo A con una velocidad *v* y formando un ángulo θ con la vertical *y*. Un intenso viento horizontal comunica a la partícula una aceleración horizontal constante en la dirección *x*. Si la partícula golpea en el suelo en un punto situado exactamente debajo de la posición de lanzamiento, hallar la altura *h* del punto A. La aceleración descendente en la dirección *y* puede tomarse como la constante *g*.



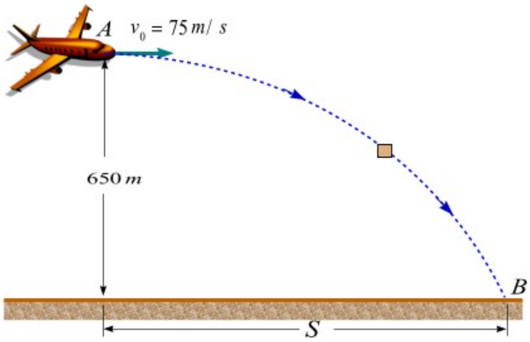
85. pelota de baloncesto se lanza desde A según el ángulo de 30° con la horizontal. Determine la rapidez v_A a la cual se suelta la pelota para hacer el enceste en B. ¿Con qué rapidez pasa la pelota a través del aro?.



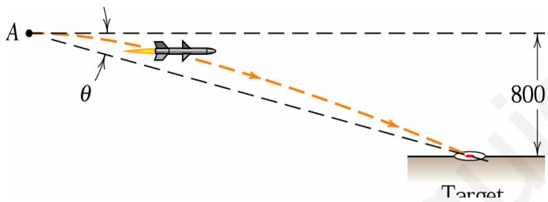
86. Determine la mínima velocidad *u* que el niño debe imprimir a una roca en el punto A para que logre salvar el obstáculo en B.



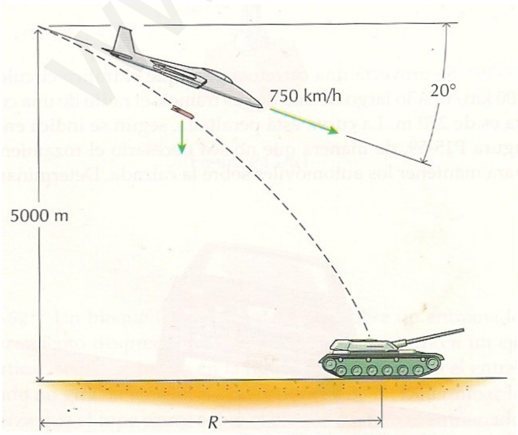
87. Una paquete se suelta desde el avión, que se encuentra volando con una velocidad horizontal constante de $v_0 = 75\ m/s$. Determine: (a) la distancia horizontal S que alcanza el paquete, (b) la aceleración tangencial y normal así como el radio de curvatura de la trayectoria del movimiento en el momento en el que el paquete se suelta en A, donde tiene una velocidad horizontal de 75 *m/s* y $h = 650\ m$, y (c) la aceleración normal y tangencial así como el radio de curvatura justamente antes de que choque contra el suelo en B.



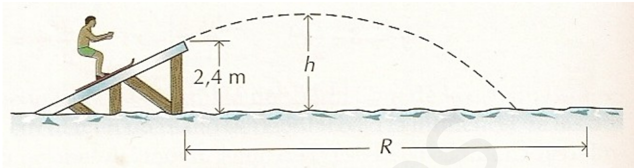
88. Un cohete el soltado en el punto A de un avión que vuela horizontalmente con una velocidad de *1000 km/h* a una altitud de *800 m*. Si el rocketthrust sigue siendo horizontal y el cohete le da una aceleración horizontal de *0,5g*. Determine el ángulo θ desde la horizontal hacia la línea visual del objetivo



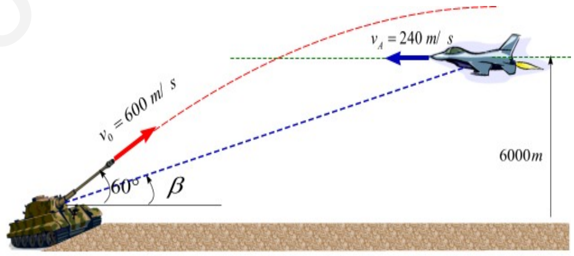
89. Un avión que está descendiendo según un ángulo de *20°* respecto a la horizontal suelta una bomba como se ve en la figura. Si la altitud en el instante de soltarla es de 5 km y la celeridad del avión es *720 km/h*. Determine el alcance (distancia horizontal recorrida) de la bomba y el tiempo que transcurre hasta que llega al suelo.



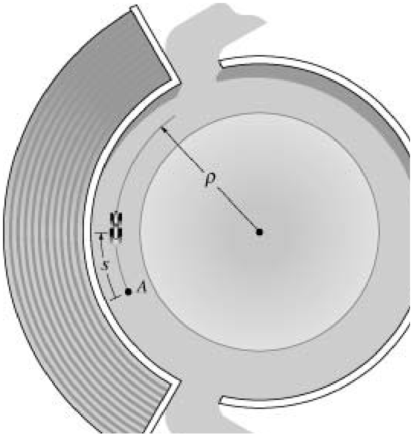
90. Una rampa de esquí acuático tiene un ángulo de *25°* y está dispuesta tal como se indica en la figura. Un esquiador que pesa *900 N* lleva una velocidad de *32 km/h* cuando está en la punta de la rampa y suelta a la cuerda que la remolca. Despreciando la fricción del aire. Determine: (a) la altura máxima que alcanza el esquiador, (b) la distancia R entre el pie del extremo de la rampa y el punto en que entra en contacto con el agua.



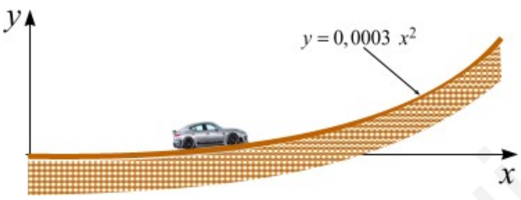
91. Un avión que se encuentra a *6 km* de altura se está moviendo en dirección horizontal con una velocidad constante de *240 m/s* cuando pasa sobre una batería antiaérea como se muestra en la figura. Sabiendo que el ángulo que forma el cañón con la horizontal es de *60°* y la velocidad de salida del proyectil es *600 m/s*. calcule el ángulo β de la línea de observación en el instante en que debe dispararse para que el proyectil impacte en el avión durante su vuelo ascendente.



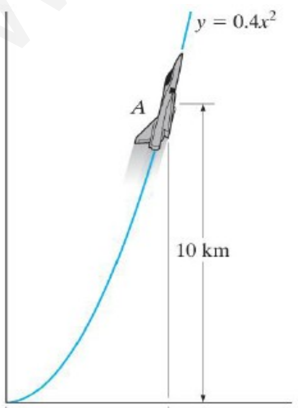
92. Un carro de carreras que parte del reposo en A incrementa su rapidez a lo largo de la pista circular, $\rho = 25\ m$, a razón de $a_t = (0{,}4\ S)\ m/s^2$, donde S es la posición instantánea medida en metros. Determine la distancia S que debe viajar el carro para alcanzar una aceleración total de $4\ m/s^2$.



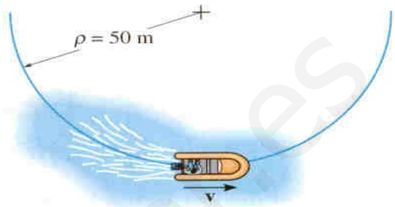
93. Un auto viaja a 100 km/h cuesta arriba por un camino recto cuyo perfil se puede aproximar a la ecuación y=0,0003x2. Cuando la coordenada horizontal del auto es $x = 400\ m$. Determine las componentes de su aceleración.



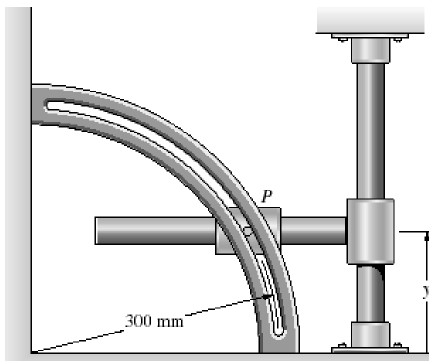
94. Un aeroplano viaja a lo largo de la trayectoria parabólica vertical. Cuando se encuentra en el punto A, este tiene una velocidad de *200 m/s*, la cual se incrementa a razón *de 0,8 m/s²*. Determine la magnitud de la aceleración del aeroplano cuando este pase por el punto A.



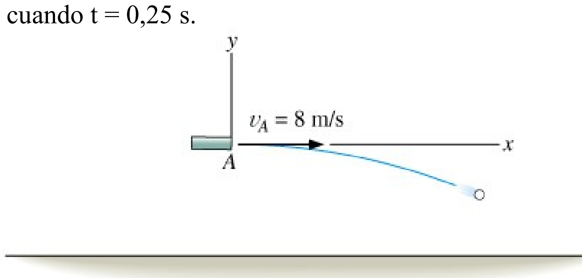
95. Partiendo desde el reposo, un bote a motor viaja alrededor de una trayectoria circular de radio r = 50 m con una velocidad v=0,2t2m/s. Determine la magnitud de la velocidad y de la aceleración del bote en $t = 3\ s$.



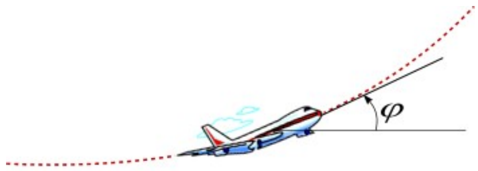
96. Si y=100 mm, y=200 mm/s y y=0. Determine la velocidad y la aceleración de P en términos de las componentes tangencial y normal.



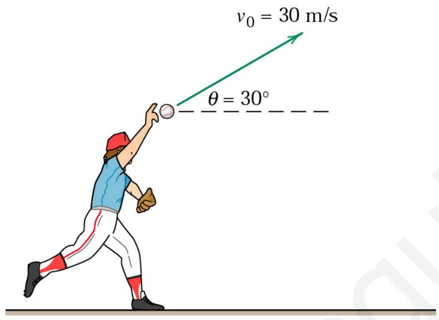
97. Una bala es disparada horizontalmente desde el tubo con una velocidad de *8 m/s.* Encuentre la ecuación de la trayectoria, *y = f(x),* y entonces encuentre la velocidad de la bala y las componentes normal y tangencial de la aceleración cuando t = 0,25 s.



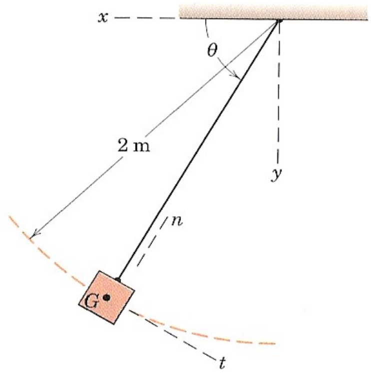
98. La magnitud de la velocidad del avión mostrado es constante e igual a 340 m/s. La razón de cambio del ángulo φ de su trayectoria es constante e igual a 5°/s. Determine: (a) la velocidad y la aceleración de la aceleración en términos de sus componentes tangencial y normal y (b) el radio de curvatura instantáneo de la trayectoria del avión.



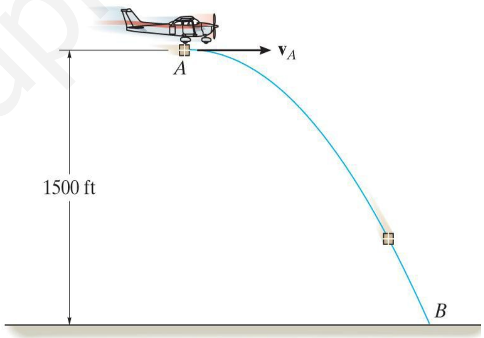
99. Un jugador de béisbol lanza una pelota con una velocidad inicial de *30 m/s* y un ángulo de *30°* con la horizontal como se muestra en la figura. Determine el radio de curvatura de la trayectoria y la variación de la celeridad por unidad de tiempo cuando: (a) *t = 1 s* y (b) *t = 2,5 s*.



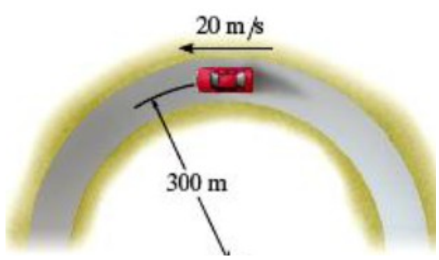
100. Escriba la expresión vectorial de la aceleración a del centro de masa G del péndulo simple en coordenadas *n-t* y en coordenadas *x-y* en el instante en que θ=60° si θ=2 rad/s y θ=2,45 rad/s2.



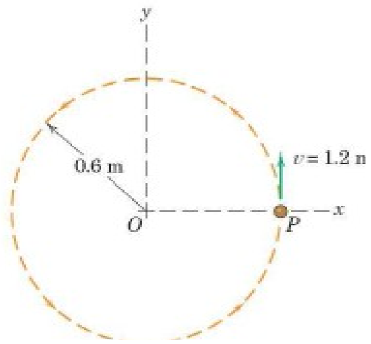
101. Un paquete es lanzado desde el avión el cual está volando con una velocidad horizontal constante de v_A = *150 pies/s*. Determine las componentes tangencial y normal de la aceleración y el radio de curvatura de la trayectoria del movimiento: (a) en el momento en el que es liberado el paquete en A, donde este tiene una velocidad horizontal v_A = *150 pies/s* y (b) justo antes de impactar con la tierra en el punto B.



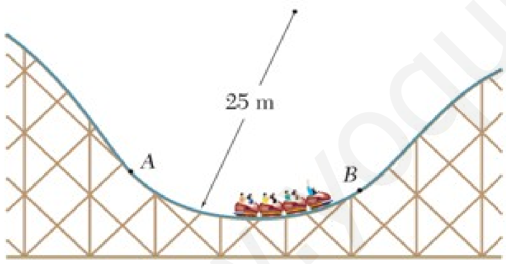
102. El automóvil mostrado en la figura viaja a lo largo de la curva circular que tiene un radio de *300 m*. Si la rapidez del auto incrementa uniformemente desde *15 m/s* a *27 m/s* en *3 s*. Determine la magnitud de su aceleración en el instante en que su rapidez es *20 m/s*



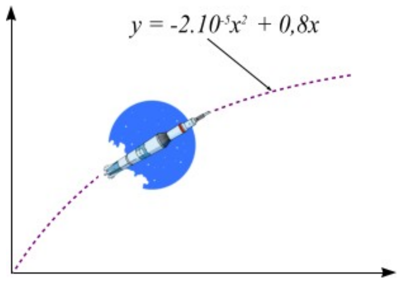
103. La partícula P se mueve en la trayectoria circular mostrada en la figura. Muestre el vector aceleración a y determine su magnitud en los siguientes casos: (a) la velocidad *v* es 1,2 m/s y se mantiene constante, (b) la velocidad es 1,2 m/s y está incrementándose a razón de 2,4 m7s cada segundo y (c) la velocidad es 1,2 m/s y está disminuyendo a razón 4,8 m/s cada segundo. En cada caso la partícula está en la posición mostrada en la figura.



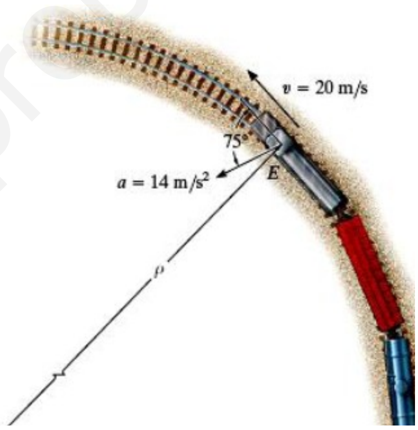
104. Determine la velocidad máxima de los carros de la montaña rusa al pasar por el tramo circular AB de la pista si la aceleración normal no pude pasar de *3g*.



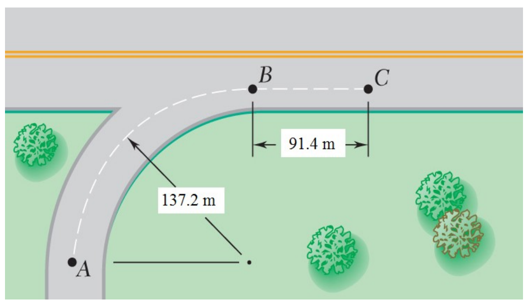
105. La trayectoria de un cohete interplanetario tiene la ecuación y=-2.10-5x2+0,8x. La componente horizontal de su velocidad es constante y de *350 m/s*. Determine la razón de cambio de la magnitud de su velocidad cuando *x = 9000 m*.



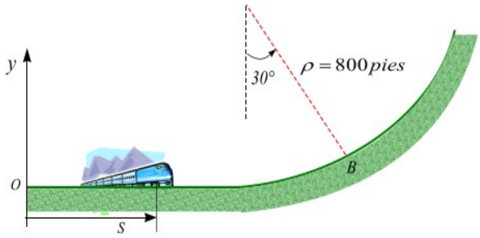
106. En un determinado instante, la locomotora de un tren E tiene una velocidad de 20 m/s y una aceleración de 14 m/s^2 actuando según la direcciones mostradas. Determine: (a) la razón de incremento de la rapidez del tren y (b) el radio de curvatura de la trayectoria en ese instantes



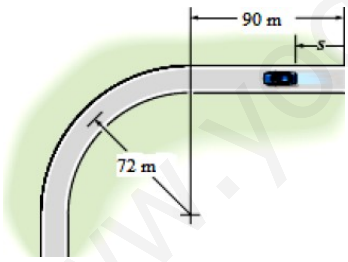
107. Un automovilista inicia su movimiento desde el reposo en el punto A en el instante *t = 0* y se mueve sobre una rampa de entrada circular, incrementando su celeridad a razón constante hasta entrar en la vía rápida en el punto B. Sabiendo que su velocidad continúa incrementándose a la misma razón hasta alcanzar el valor de *104 km/h* en el punto C. Determine: (a) su velocidad en el punto B y (b) la magnitud de la aceleración total cuando *t = 15 s*.



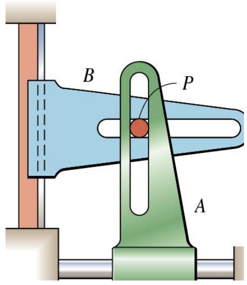
108. La locomotora de un tren comienza a moverse desde el origen de coordenadas O en una trayectoria recta primero y posteriormente en tramo curvilíneo. Si la posición medida a lo largo de la trayectoria es S=4t2, donde t está en segundos y S es la posición en pies medida sobre la vía a partir de O. El punto P se halla a 4000 pies de O y su radio de curvatura es de 800 pies. Determine; (a) la velocidad de la locomotora en el punto P y (b) la aceleración en este instante



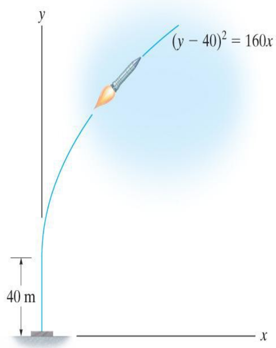
109. El automóvil se encuentra inicialmente en reposo cuando *S = 0*. Si el auto inicia su movimiento desde el reposo e incrementa su rapidez a razón de v=0,05t2 m/s2, donde t está en segundos. Determine la magnitud y dirección de la velocidad y la aceleración cuando *S = 165 m.*



110. En el instante representado, A tiene una velocidad hacia la derecha de *0,20 m/s* la cual está disminuyendo a razón de 0,75 m/s cada segundo. Al mismo tiempo B está moviéndose hacia abajo con una velocidad de *0,15 m/s* la cual disminuye a razón de *0,5 m/s* cada segundo. Para este instante determine el radio de curvatura ρ de la trayectoria seguida por el pasador P.

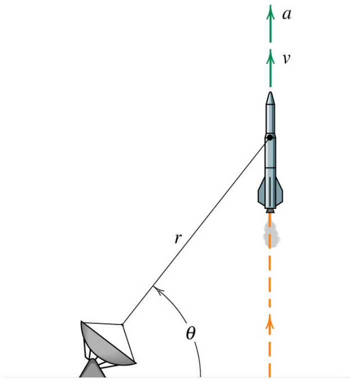


111. Cuando el cohete alcanza una altitud de 40 m éste comienza a viajar a lo largo de una trayectoria parabólica (y-40)2=160x, donde las coordenadas son medidas en metros. Si la componente de la velocidad en la dirección vertical es constante e igual a vy=180 m/s, determine las magnitudes de la velocidad y la aceleración del cohete cuando alcanza una altitud de 80 m.

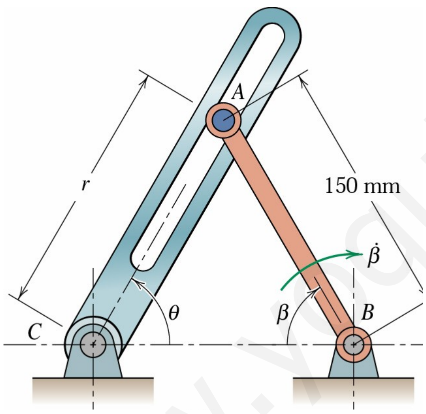


$\ddot{r} = 21 m/s^2$ y $\dot{\theta} = 0,02 rad/s$

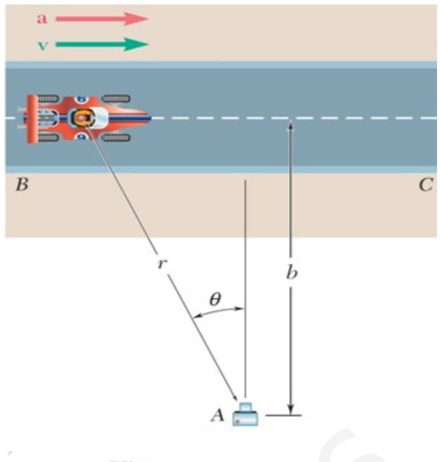
112. El cohete ha sido disparado verticalmente y es seguido por el radar que se representa. Cuando θ llega a ser 60° las otras mediciones correspondientes dan los valores *r = 9 km*, . Determine la velocidad y la aceleración del cohete para esta posición.



113. La pieza AB gura entre dos valores del ángulo β y su extremo A hace que gire también la pieza ranurada AC. Para el instante representado en que β = 60° y β=0,6 m/s, constante, hallar los valores correspondientes de r, r, θ y θ.

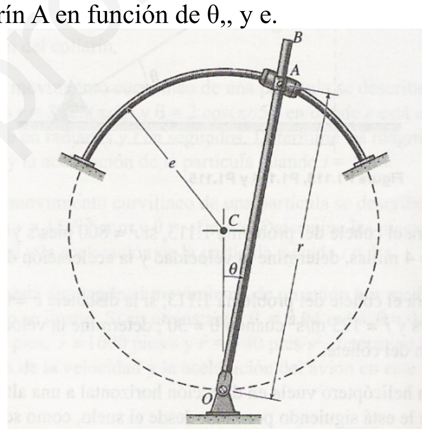


114. Para estudiar la performance de un auto de carreras, en el punto A se instala una cámara cinematográfica de alta velocidad. La cámara está montada en un mecanismo que permite registrar el movimiento del vehículo cuando éste recorre la recta BC. Exprese la velocidad del auto en función de *b*, θ y θ.



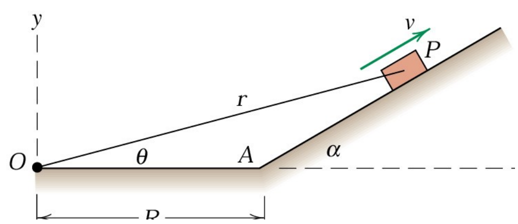
$\ddot{\theta}$

115. El collarín A se mueve a lo largo de una guía circular de radio "e" al girar el brazo OB en torno al punto O. Deduzca las expresiones para las magnitudes de la velocidad y la aceleración del collarín A en función de θ,, y e.

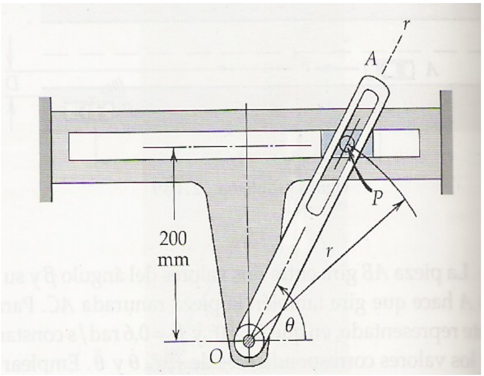


$\dot{r}$ y $\dot{\theta}$

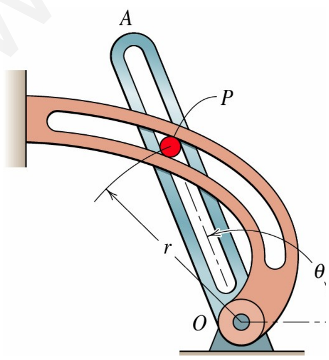
116. En el instante t = 0 el pequeño bloque P parte desde el reposo en el punto A y sube por el plano inclinado con una aceleración constante *a*. Determine en función del tiempo *t*.



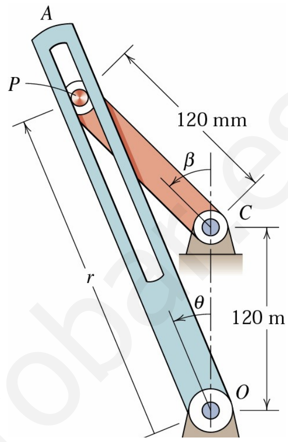
117. Por la guía horizontal fija se mueven el cursor y el pasador P cuyo movimiento lo manda el brazo ranurado giratorio OA. Si, durante un intervalo del movimiento, el brazo gira a una velocidad angular constante $\omega = 2$ rad/s, hallar los módulos de la velocidad y la aceleración del cursor en la ranura en el instante en que $\theta = 60º$. Hallar asimismo la componente radial de la velocidad y la aceleración.



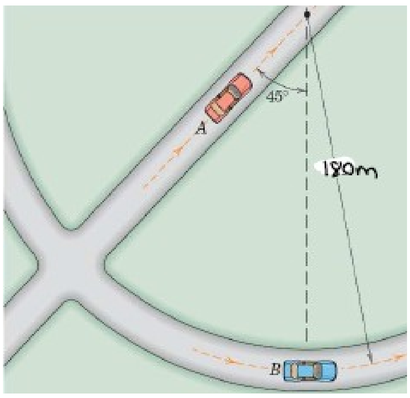
118. El brazo ranurado OA obliga al pequeño vástago a moverse en la guía espiral definida por $r = K\theta$. El brazo OA parte del reposo en $\theta = \pi 4$ y tiene una aceleración angular constante $\theta = \alpha$, en sentido anti horario. Determine la velocidad del vástago cuando $\theta = 3\pi 4$.



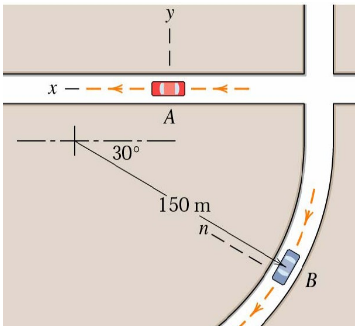
119. Para un rango limitado de movimiento, el brazo AC hace girar al brazo ranurado OA. Si β está aumentando a razón constante de 4 rad/s cuando $\beta = \pi/4$, determine las componentes radial y transversal de la aceleración del pin P para esta posición y especificar los correspondientes valores de r y r.



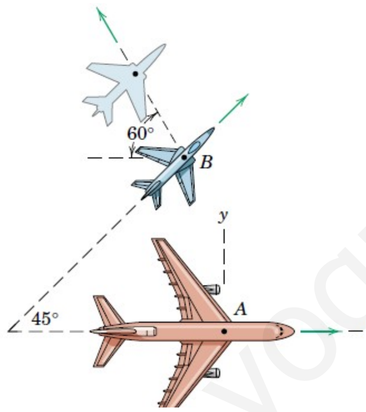
120. En el instante representado la aceleración del automóvil A tiene la dirección de su movimiento y el automóvil B tiene una celeridad de *72 km/h* que está aumentado. Si la aceleración de B observada desde A es cero en ese instante, hallar la aceleración de A y la variación por unidad de tiempo de la celeridad de B.



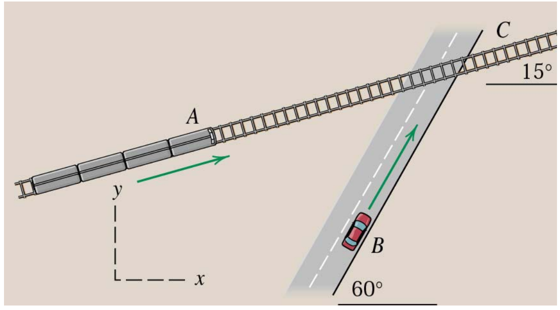
121. El auto A está acercándose en la dirección de su movimiento a razón de 1,2 m/s². El auto B está tomando una curva de 150 m de radio con una celeridad constante de 54 km/h. Determine la velocidad y la aceleración aparentes del auto B respecto a un observador que viaja en el auto A si éste ha alcanzado una celeridad de 72 km/h en las posiciones representadas.



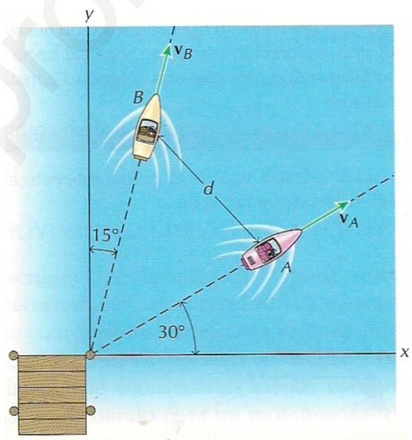
122. Los pasajeros que viajan en el avión A que vuela horizontalmente a velocidad constante de 800 km/h observan un segundo avión B que pasa por debajo del primero volando horizontalmente. Aunque el morro de B está señalando en la dirección en la dirección 45°noreste, el avión B se presenta a los pasajeros de A como separándose de éste bajo el ángulo de 60° representado. Halle la velocidad verdadera de B



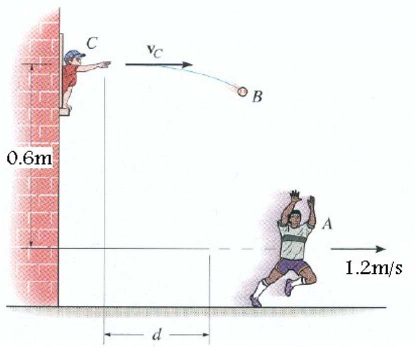
123. El tren A viaja con una a celeridad constante v_A = *120 km/h* por la vía recta y plana. El conductor del auto B, previendo el paso a nivel C disminuye la velocidad de *90 km/h* de su vehículo a razón de $3\ m/s^2$. Determine la velocidad y la aceleración del tren respecto al auto



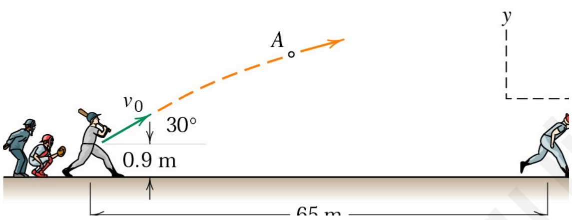
124. Dos lanchas parten de un amarre al mismo tiempo ($t = 0$) como se muestra en la figura. La lancha A navega con una celeridad constante de 24 km/h, mientras que la lancha B lo hace a 72 km/h. para t = 30 s, determine: (a) la distancia d entre las lanchas y (b) La velocidad de separación de las lanchas



125. Un muchacho lanza una pelota con una velocidad v_C desde una ventana que se encuentra a *0,6 m* por encima de la calle, como se muestra en la figura. Otro muchacho que inicialmente se encuentra en el suelo a una distancia $d = 3m$ corre hacia la derecha a una velocidad constante de *1,2 m/s* en su intento de captar la pelota. Determine: (a) La velocidad inicial v_C inicial de la pelota que permitiría que el muchacho la captara en su carrera, (b) la distancia *x* a la cual se produce la captura y (c) la velocidad relativa vB/A de la pelota respecto al captor en el instante en que la capta.



126. Un bateador golpea la pelota A con una velocidad inicial de $v_0 = 30\ m/s$ directamente hacia el jugador B y formando un ángulo de 30° con la horizontal; la pelota se halla inicialmente a *0,9 m* del suelo. El jugador B necesita *0,25 s* para estimar donde debe recoger la pelota y comienza a desplazarse hacia esa posición a celeridad constante. Gracias a su gran experiencia, el jugador B ajusta la carrera de modo que llega a la posición de recogida a la vez que la pelota. La posición de recogida es el punto del campo en que la altura de la pelota es *2,1 m*. Determine la velocidad de la pelota con relación al jugador en el momento en que se hace con ella.

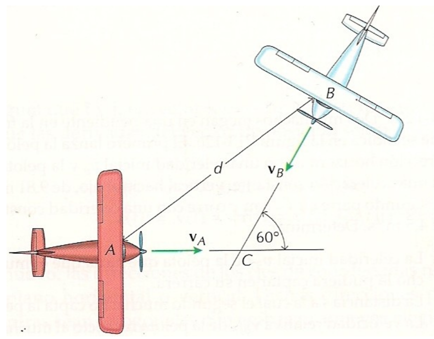


127. Dos aviones vuelan en línea recta horizontalmente a la misma altitud, como se muestra en la figura. En t = 0, las distancias AC y BC son de 20 km y 30 km, respectivamente. Los aviones llevan celeridades constantes; $v_A = 300$ *km/h y* $v_B = 400$ *km/h*. Determinar: (a) La posición

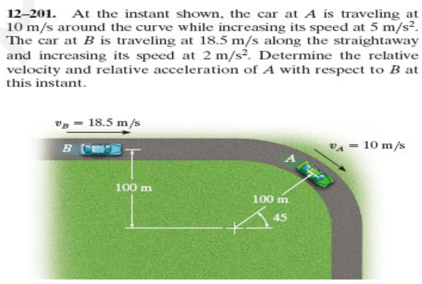
relativa rB/A de los aviones en *t = 3 min*, (b) la

velocidad relativa vB/A de los aviones en *3 min,*

(c) la distancia *d* que separa los aviones en *t = 3 min* y (d) El tiempo T en que será mínimo esta separación



128. En el instante mostrado en la figura el carro A está viajando con un una rapidez de *10 m/s* alrededor de una curva mientras incrementa su rapidez a razón constante de *5 m/s²*. Mientras que el carro B está viajando a con una rapidez de *18,5 m/s* a lo largo de una pista recta e incrementa su velocidad a razón de 2 m/s². Si □ = *45°* y □ = *100 m.* Determine la velocidad y aceleración relativas del auto A con respecto al auto B en este instante.


12–201. At the instant shown, the car at *A* is traveling at 10 m/s around the curve while increasing its speed at 5 m/s². The car at *B* is traveling at 18.5 m/s along the straightaway and increasing its speed at 2 m/s². Determine the relative velocity and relative acceleration of *A* with respect to *B* at this instant.

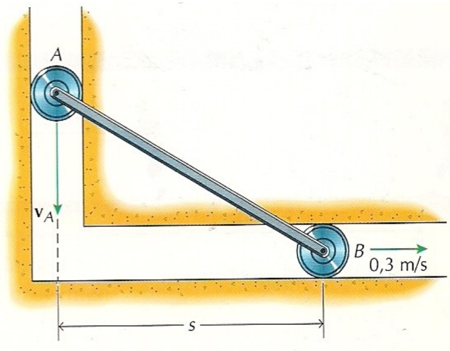
129. Los rodillos A y B están unidos a los extremos de una barra rígida de 1,5 m de longitud como se muestra en la figura. El rodillo B se mueve por una guía horizontal con una celeridad constante de 0,3 m/s y hacia la derecha, mientras que el rodillo A se mueve por una guía vertical. (a)

determine la posición rA, la velocidad rA y la

aceleración rA del rodillo A en función de *s*;

0≤s≤1,5 m; (b) Para s = *0,9 m*, determine la

posición relativa, la velocidad relativa y la aceleración relativa de A con respecto a B; (c) demuestre que la posición relativa y la velocidad relativa del apartado (b) son perpendiculares.



130.