CINEMÁTICA

1.- Se lanza un cuerpo hacia arriba en dirección vertical con una velocidad inicial de 98 m/s desde la azotea de un edificio de 100 m de altura. Calcula: a) la máxima altura que alcanza sobre el suelo, b) el tiempo necesario para alcanzarla, c) la velocidad del cuerpo al llegar al suelo, y d) el tiempo total transcurrido hasta que el cuerpo llega al suelo.

Solución: a) 590m b) 10 s c) - 107.4 m/s (hacia abajo) d) 20.96 s

2.- Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba y se recibe después de 3.5 segundos. Halla: a) la velocidad inicial de la pelota, y b) la altura máxima que alcanza.

Solución: a) 17.15 m/s b) 15 m

3.- Un coche se mueve sobre una recta con aceleración constante. En los instantes $t_1 = 1$ s, $t_2 = 2$ s, y $t_3 = 3$ s, el coche se encuentra respectivamente a $x_1 = 70$ m, $x_2 = 90$ m y $x_3 = 100$ m. Calcula: a) la aceleración del coche, b) su velocidad inicial, y c) el instante en el que pasa por el origen.

Solución: a) $a= -10$ m/s^2 b) $v_o = 35$ m/s c) $t = -1$ s y $t = 8$ s

4.- El vector velocidad del movimiento de una partícula viene dado por la ecuación $\mathbf{v}(t) = (3t - 2)\ \mathbf{i} + (6t^2 - 5)\ \mathbf{j} + (4t - 1)\ \mathbf{k}$ en m/s, y el vector posición en el instante inicial es: $\mathbf{r}(t=0)= 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ en m. Calcula: a) La expresión del vector posición en cualquier instante b) Ecuación del vector aceleración en cualquier instante. c) Aceleración tangencial y normal para t = 1 s. d) El radio de curvatura R de la trayectoria para t=1 s.

Solución: a) $\mathbf{r}(t)= [(3/2)t^2 - 2t +3]\ \mathbf{i} + (2t^3 - 5t -2)\ \mathbf{j} + (2t^2 - t +1)\mathbf{k}$ en m

b) $\mathbf{a}(t)= 3\ \mathbf{i} + 12t\ \mathbf{j} + 4\ \mathbf{k}$ en m/s^2 c) $a_T = 8.14$ m/s^2 $a_N = 10.13$ m/s^2

d) R = 1.08 m

5.- La aceleración de una partícula tiene de componentes cartesianas $(18t, -4, 12t^2)$ siendo t el tiempo. ¿Cuál es la velocidad $\mathbf{v}(t)$ y la posición $\mathbf{r}(t)$ de la partícula si pasa por el origen con velocidad de componentes (80, -12, 108), cuando t= 3 s?

Solución: $\mathbf{v}(t)= (9t^2 - 1)\ \mathbf{i} - 4t\ \mathbf{j} + 4t^3\ \mathbf{k}$ $\mathbf{r}(t)= (3t^3 - t -78)\ \mathbf{i} + (18 - 2t^2)\ \mathbf{j} + (t^4 -81)\mathbf{k}$

6.- La variación de la aceleración de la gravedad con la altura viene dada por la fórmula:

$$g(h) = -\frac{G\,M_T}{(R + h)^2}$$

donde M_T y R son la masa y el radio de la Tierra, y G la constante de gravitación universal. Cuando h = 0 se obtiene g = - 9.8 m/s^2. Teniendo en cuenta esta expresión, calcula la velocidad inicial que debe darse a un cuerpo (sin propulsión autónoma) para que lanzado desde la superficie terrestre ascienda una altura vertical de 4000 km. (R= 6000 km) Solución: $v_i = 6858.57$ m/s.

7.- Un jugador de béisbol golpea una pelota de manera que adquiere una velocidad inicial de 15 m/s, formando un ángulo de 30° con la horizontal. Al ser golpeada, la pelota se hallaba a una altura de 1 m sobre el suelo. Un segundo jugador, que está a 30 m del anterior y en el mismo plano que la trayectoria de la pelota, empieza a correr en el instante en que ésta es golpeada. Calcula la velocidad mínima del segundo jugador para que pueda alcanzar la pelota cuando está a 2 m del suelo. Supón que el segundo jugador se mueve con velocidad constante. Solución: $v_{min} = 8.7$ m/s.

8.- Desde un punto O situado al pie de un plano inclinado que forma un ángulo de 60° con la horizontal, se lanza una piedra con velocidad inicial v_o. Calcula el ángulo α que debe formar la velocidad inicial con la horizontal para que sea máximo su alcance sobre el plano inclinado. Solución: $\alpha = 75°$

9.- Un bombardero vuela horizontalmente a una altura de 1000 m y con una velocidad de 200 km/h. Deja caer una bomba que debe dar en un barco que viaja en línea recta en la misma dirección y sentido y con una aceleración constante de a= 4m/s^2. En el instante en el que el avión deja caer la bomba el barco tiene una velocidad de 20 km/h. Si la bomba da en el blanco, calcula la distancia horizontal entre el avión y el barco en el instante en que se deja caer la bomba. Solución: 306.1 m

10.- Una partícula que parte del origen de coordenadas, se mueve a t=0 s con una velocidad v_o de 5 cm/s y dirección paralela a uno de los lados de un triángulo equilátero, y está sometida a una aceleración constante de 2 cm/s^2 paralela a otro de los lados del triángulo como indica la figura. Calcula: a) La trayectoria que sigue esa partícula. b) Su posición y velocidad al cabo de 5 s.

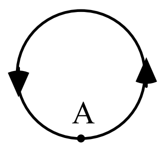
Solución: a) $y = 0.58\,x + 0.053\,x^2$ cm b) $\mathbf{v}(5) = 4.33\,\mathbf{i} + 12.5\,\mathbf{j}$ cm/s
$\mathbf{r}(5) = 21.65\,\mathbf{i} + 37.5\,\mathbf{j}$ cm

11.- Un automotor parte del reposo, en una vía circular de 400 m de radio, y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado, hasta que a los 50 s de iniciada la marcha, alcanza la velocidad de 72 km/h, desde cuyo momento conserva tal velocidad. Hallar: a) La aceleración tangencial en la primera etapa del movimiento. b) La aceleración normal, la aceleración total y la longitud de la vía recorrida en ese tiempo, en el momento de cumplirse los 50 s. c) La velocidad angular media en la primera etapa, y la velocidad angular al cabo de los 50s. d) Tiempo que tardará el automotor en dar 100 vueltas al circuito. Solución: a) $a_T = 0.4\ m/s^2$ b) $a_N = 1\ m/s^2$ $a = 1.08\ m/s^2$
s= 500 m c) $\omega_m = 0.025$rad/s $\omega(t=50s) = 0.05$rad/s d) t= 12591.4s

12.- Un volante gira en torno a su eje a razón de 3000 rpm. Un freno lo para en 20 s Calcula la aceleración angular supuesta constante, y el número de vueltas dadas hasta que el volante se detiene. Suponiendo que el volante tiene 2 dm de diámetro, calcula las aceleraciones tangencial y centrípeta de un punto de su periferia en el instante en que completa 100 vueltas y la aceleración total en ese punto.

Solución: a) $\alpha = -5\pi rad/s^2$ Da 500 vueltas antes de pararse
b) $a_T = 0.5\pi\ m/s^2$ $a_N = 800\pi^2\ m/s^2$ $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$

13.- Un móvil describe un movimiento circular uniformemente acelerado en sentido antihorario como indica la figura. El radio de la circunferencia es de 27 cm. En el punto A la velocidad del móvil es de 9 cm/s. Después de 0.25 segundos, el móvil se halla en otro punto y con una velocidad de 10 cm/s. Calcula: a) el módulo de la aceleración total del móvil en el punto A, y b) el ángulo ß que forma esta aceleración con la horizontal.



Solución: a) $a = 0.05\ m/s^2 = 5\ cm/s^2$ b) ß = 36.87°

14.- Dos móviles, 1 y 2, parten del mismo punto de una circunferencia de radio R y con la misma velocidad inicial, v_o, aunque salen en sentidos opuestos. El movimiento de 1 es acelerado y el de 2 es retardado, pero el módulo de sus respectivas aceleraciones tangenciales, a_T, es el mismo. a) Calcula el valor de a_T sabiendo que el móvil dotado de movimiento retardado, en el instante del encuentro lleva velocidad nula. b) Halla la aceleración total de cada uno de los móviles en el momento del encuentro.

Solución: a) $a_T = (v_o^2)/(\pi R)$ b) $a_{tot1} = (v_o^2 \sqrt{1+16\pi^2})/(\pi R)$ $a_{tot2} = (v_o^2)/(\pi R)$

15.- Un tiovivo de radio R inicia su movimiento con una aceleración angular constante α. Después de un cierto intervalo de tiempo, una persona montada en el tiovivo deja caer una pelota en la periferia del tiovivo y desde una altura h = R/2 con respecto al suelo exterior. La pelota cae en el suelo exterior en un punto A. Sabiendo que la distancia entre dicho punto A y el eje central del tiovivo es $D = \frac{R}{g}\sqrt{g^2 + \alpha^2 R^2}$, calcula el ángulo θ recorrido por el tiovivo desde que inicia su movimiento hasta que la persona suelta la pelota. Da el resultado en función de α, R y g. Solución: $\theta = (R\,\alpha)/(2\,g)$

16.- Un cuerpo A comienza a moverse con una velocidad inicial $v_o = 2$ m/s y avanza con una aceleración constante a. Después de 10 segundos de comenzar a moverse el cuerpo A, y desde el mismo punto de partida, empieza a moverse un cuerpo B con una velocidad inicial $v_o' = 12$ m/s y con la misma aceleración a. Calcula el valor mínimo de la aceleración a con la cual el cuerpo B no puede alcanzar al cuerpo A. Solución: $a_{min} = 1\ m/s^2$

17.- Una moto se mueve con una velocidad constante de 90 Km/h y adelanta a un coche que se mueve más despacio por una carretera recta. En el instante en el que la moto adelanta al coche, éste adquiere una aceleración constante de 1.5 m/s^2 de manera que rebasa a la moto después de recorrer 500 m de la carretera. Calcula la velocidad del coche en el instante en el que adelanta a la moto. Solución: v= 40 m/s

18.- De un cañón fueron disparados dos proyectiles consecutivos con una velocidad v_o = 250 m/s. El primero con un ángulo θ_1 = 60° con la horizontal; el segundo, a un ángulo θ_2 = 45°. Despreciando la resistencia del aire, calcula el intervalo de tiempo entre los disparos que asegure que los proyectiles choquen.

Solución: Δt= 10.94 s

19.- Cuando una moto moviéndose con una velocidad inicial v_1 da la vuelta a una esquina, ve a un camión que marcha en el mismo sentido con velocidad menor constante v_2 a una distancia D delante de ella. Si la máxima aceleración constante que sus frenos pueden proporcionar es a, demuestra que la distancia D debe ser mayor que $\dfrac{(v_1 - v_2)^2}{2\,a}$ para que el choque no se produzca.

20.- Una partícula ejecuta un movimiento vibratorio armónico simple con una amplitud de 10 cm. En un punto situado a 6 cm de distancia de la posición de equilibrio, la velocidad es de 24 cm/s. a) ¿Cuál es el periodo? b) ¿Cuál es el desplazamiento cuando la velocidad vale ± 12cm/s?

Solución: a) T= (2π)/3s b) x= $2\sqrt{21}$ cm

21.- Un cuerpo está vibrando con movimiento oscilatorio armónico simple de 15 cm de amplitud y 4 Hz de frecuencia. Calcula: a) Los valores máximos de la aceleración y la velocidad. b) La aceleración y la velocidad cuando el desplazamiento es de 9 cm. c) El tiempo necesario para desplazarse desde la posición de equilibrio a un punto situado a 12 cm de la misma. Solución: a) v_m= ±120π cm/s

a_m= ±960π^2 cm/s^2 b) v = 96π cm/s a = - 576π^2 cm/s^2 c) t = 0.0369s.

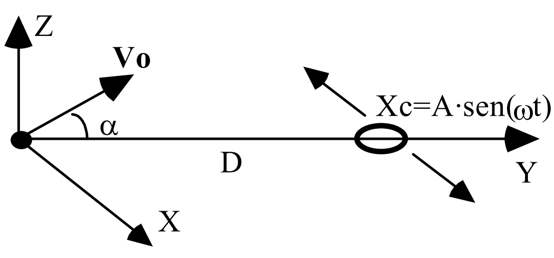
22.- Se lanza desde el origen de coordenadas una bola A con una velocidad v_o=15m/s formando un ángulo de 35° con el eje X. Simultáneamente se deja caer otra bola B desde el punto de coordenadas x_0 = 10 m, y_0 = 12 m. Calcula: a) el instante en que la distancia entre ambas bolas es mínima, b) dicha distancia mínima y c) la posición de ambas bolas en ese instante.

Solución: a) t= 1 s b) D_{min}= 4.1 m c) A(12.3, 3.7)m B(10, 7.1)m

23.- Dos bombarderos vuelan horizontalmente en la misma dirección y sentido. La altura sobre el suelo de uno de ellos es 4 veces mayor que la del otro. Cuando ambos aviones están situados en una misma vertical, dejan caer a la vez cada uno su bomba, pretendiendo bombardear el mismo objetivo. Si la velocidad del avión más bajo es v, calcula, en función de v, la velocidad v' que debe llevar el avión más alto para lograr su objetivo. Solución: v' = v/2

24.- Determinar el vector velocidad inicial $\mathbf{v_0}$ de un balón para que entre perfectamente en la canasta de la figura. Se supone que el balón se mueve en el plano YZ y que la canasta se desplaza perpendicularmente a dicho plano con un movimiento vibratorio armónico simple (M.V.A.S.), X_c = A sen(ωt), según se indica en la figura. Suponer A y ω conocidos. También se conoce D, distancia inicial entre el balón y la canasta. Solución: v_{oy} = (D ω)/(n π)

v_{oz} = (g n π)/(2 ω) (n=nº entero)



25.- Desde lo alto de una torre de altura H sobre el suelo, se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad inicial $\mathbf{v_0} = v_o\,\hat{\mathbf{i}}$. a) Calcula la expresión del radio de curvatura de la trayectoria como función del tiempo, R(t). Da el resultado en función de g y v_o. b) Si $v_o = \sqrt{gH}$, calcula el radio de curvatura de la trayectoria en el instante en que la piedra llega al suelo. Da el resultado en función de H.

Solución: a) $R(t) = \dfrac{(v_o^2 + g^2\, t^2)^{3/2}}{v_o\, g}$ b) $R = \sqrt{27}\ H$

26.- Desde un móvil que marcha a una velocidad de 90 km/h, se lanza un cuerpo con un ángulo de elevación de 45º en un plano perpendicular al movimiento del móvil. El módulo de la velocidad inicial del cuerpo relativa al móvil es de 10 m/s y se lanza desde una altura de 1.2 m por encima del suelo. Determinar a) la velocidad inicial del cuerpo relativa al suelo, b) ¿dónde aterriza el cuerpo respecto al punto de lanzamiento?, c) para un observador que viaje en el móvil, ¿cúal sería la respuesta al apartado b)?

Solución: a) $\mathbf{v_o} = 25\ \hat{\mathbf{i}} + 7.1\ \hat{\mathbf{j}} + 7.1\ \hat{\mathbf{k}}$ m/s b) $\mathbf{r_f} = 39.9\ \hat{\mathbf{i}} + 11.3\ \hat{\mathbf{j}}$ m

c) $\mathbf{r'_f} = 11.3\ \hat{\mathbf{j}}$ m

27.- Una partícula se mueve en el plano XY con vector aceleración **a** constante. En el instante inicial, t = 0, la partícula se halla en la posición inicial $\mathbf{r_o} = 4\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{j}$ m, y con un vector velocidad inicial $\mathbf{v_o}$. En el instante posterior, t = 2 s, la partícula se ha desplazado a la posición $\mathbf{r_1} = 10\,\mathbf{i} - 2\,\mathbf{j}$ m, y su vector velocidad es $\mathbf{v_1} = 5\,\mathbf{i} - 6\,\mathbf{j}$ m/s. Calcula: a) el vector aceleración **a** de la partícula; b) el vector velocidad inicial $\mathbf{v_o}$; c) el vector velocidad en cualquier instante $\mathbf{v}(t)$; y d) el vector posición en cualquier instante $\mathbf{r}(t)$.

Solución: a) $\mathbf{a} = 2\ \hat{\mathbf{i}} - 3.5\ \hat{\mathbf{j}}$ m/s^2 b) $\mathbf{v_o} = \hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$ m/s

c) $\mathbf{v}(t) = (1+ 2t)\ \hat{\mathbf{i}} + (1 - 3.5t)\ \hat{\mathbf{j}}$ m/s d) $\mathbf{r}(t) = (4+t+t^2)\ \hat{\mathbf{i}} + (3+t-1.75t^2)\ \hat{\mathbf{j}}$ m

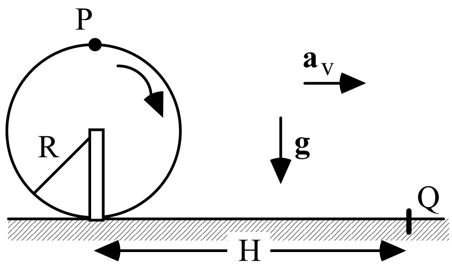
28.- Una partícula se mueve en el plano XY y se encuentra, en cada instante, en un punto (x, y) tal que $x(t) = 3 + 2\cos(t)$, $y(t) = 5 + 2\,\mathrm{sen}(t)$, en unidades del S.I. Determinar: a) la trayectoria seguida por el móvil, b) la velocidad y la aceleración en cada instante, c) ¿de qué movimiento se trata?

Solución: a) $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ b) $\mathbf{v}(t) = -2\,\mathrm{sen}(t)\ \mathbf{i} + 2\cos(t)\ \mathbf{j}$ v = 2 m/s = cte

$\mathbf{a}(t) = -2\cos(t)\ \mathbf{i} - 2\,\mathrm{sen}(t)\ \mathbf{j}$ a = 2 m/s^2 = cte c) movimiento circular uniforme

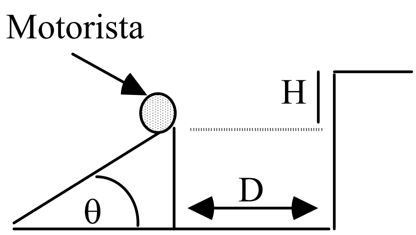
29.- Galileo demostró hace muchos años que, con una misma velocidad inicial, el alcance de un proyectil que se lanza con un ángulo 45º+α es el mismo que cuando se lanza con un ángulo 45º-α (siendo α<45º). Demostrarlo. Despreciar la resistencia del aire.

30.- Un pelota P se encuentra pegado a la periferia de una noria de radio R. La noria comienza a girar cuando P está justamente en el punto más alto de la misma. La noria gira en sentido horario y con aceleración angular constante α. En el instante en que la noria ha dado una vuelta completa, el pelota P se despega de la noria. Durante todo el vuelo de P un fuerte viento ha empujado al pelota dándole una aceleración horizontal constante $a_v = g/2$ hacia la derecha como indica la figura. El pelota P alcanza el suelo en el punto Q a una distancia H= 5R del pie de la noria. Calcula la aceleración angular α de la noria. Da el resultado en función de R y g.



Solución: α = g/(π R)

31.- En un circo, un motorista acróbata salta desde una rampa que tiene una inclinación θ y sobrepasa una zanja de anchura D, alcanzando una plataforma de altura H respecto del lado inicial justo en la cúspide de su trayectoria. Para un ángulo θ y una distancia D fijos, a) ¿cuál es la altura H de la plataforma sobre la rampa? b) ¿cuál el la velocidad de la moto al salir de la rampa? Da los resultados en función de D, θ y g. Considera al motorista como una masa puntual.



Solución: a) $H = \dfrac{D\ \mathrm{tg}\theta}{2}$ b) $v = \sqrt{\dfrac{D\ g}{\mathrm{sen}\theta\ \cos\theta}}$

32.- La aceleración de un movimiento queda determinada por la ecuación $a(x) = -16\,\pi^2\,x$ estando a en cm/s^2 y x (distancia al origen) en cm. Sabiendo que el desplazamiento máximo son 4 cm y que se ha comenzado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor absoluto máximo, en los desplazamientos positivos, determinar a) La ecuación del desplazamiento para cualquier instante. b) La velocidad y aceleración máximas. c) La velocidad y la aceleración cuando el desplazamiento es la mitad del máximo. Solución: a) $x(t) = 4\ \mathrm{sen}(4\pi t + \pi/2)$ cm b) $v_{max} = 16\pi$ cm/s

$a_{max} = 64\pi^2$ cm/s^2 c) $v = 8\sqrt{3}\ \pi$ cm/s = 13.85π cm/s $a = - 32\pi^2$ cm/s^2

33.- Un cañón apunta formando un ángulo θ con la horizontal. Se dispara una bala con una velocidad inicial de módulo v_o. Calcula el valor del ángulo θ sabiendo que el radio de curvatura de la trayectoria del proyectil en su punto más alto es el doble de la altura de la bala en dicho punto. Solución: $\theta = 45^o$

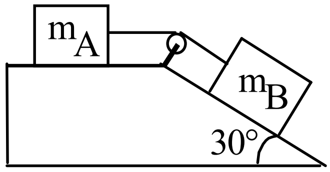
34.- Las posiciones de dos partículas móviles están definidas por los vectores $\mathbf{r_1} = (t^2 - 2t + 5)\ \mathbf{i} + (t^2 + 4t)\ \mathbf{j} + (t + 2)\ \mathbf{k}$ y $\mathbf{r_2} = (t^2 + t + 3)\ \mathbf{i} + (t^2 + 2t)\ \mathbf{j} + (t - 3)\ \mathbf{k}$, estando todo escrito en el sistema internacional. Calcular la velocidad y aceleración de la partícula 2 respecto a la 1.

Solución: $\mathbf{v}_{21} = 3\ \mathbf{i} - 2\ \mathbf{j}$ m/s $\mathbf{a}_{21} = \mathbf{0}$ m/s^2

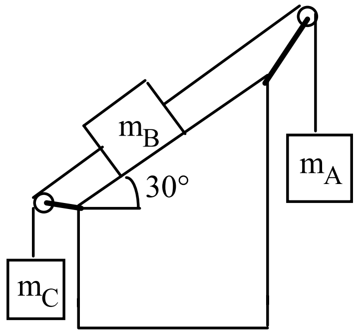
35.- Una pelota pasa por el borde de una pared de altura H situada a una distancia D del punto de lanzamiento, de donde sale a una altura y_o por encima del suelo y formando un ángulo de 45º con la horizontal. Calcular: a) la velocidad inicial v_o con que fue lanzada; b) demostrar que si además en ese punto la pelota alcanza su altura máxima, la altura H debe ser $H=y_o+D/2$; c) para las condiciones del apartado anterior, demostrar que $v_o = \sqrt{2gD}$, siendo g la aceleración de la gravedad.

Solución: a) $v_o = \sqrt{\dfrac{g\,D^2}{y_o+D-H}}$

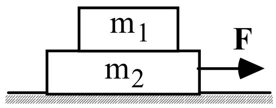
DINÁMICA DE LA PARTÍCULA



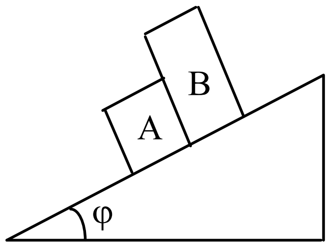
1.- En el sistema de la figura las masas de los bloques A y B son m_A= 20kg y m_B= 30kg, y el coeficiente de rozamiento cinético entre los bloques y las superficies es de 0.2. Calcula: a) la aceleración del sistema, y b) la tensión en la cuerda. Solución: a) a= 1.14m/s^2 T= 62N



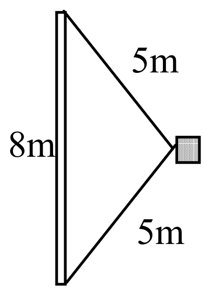
2.- El sistema de la figura se halla en movimiento. Las masas de los bloques son m_A= 9kg, m_B= 8kg y m_C= 3kg. La poleas tienen masa despreciable. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque B y el plano inclinado es μ_c = 0.2. Determina el sentido de movimiento del sistema, es decir, ¿m_B sube o baja? Calcula la aceleración del sistema y las tensiones en las cuerdas. Solución: a = 0.3 m/s^2
T_{derch}= 85.5 N T_{izq}= 30.3 N



3.- Un bloque de masa m_1 se encuentra sobre otro bloque de masa m_2 que está sobre una superficie horizontal lisa sin rozamiento, como indica la figura. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético son, respectivamente, μ_e y μ_c. Si se aplica una fuerza horizontal **F** sobre el bloque inferior, calcula: a) el valor máximo de **F** para el cual el bloque superior no se desliza sobre el inferior, y b) la aceleración de cada uno de los bloques cuando el valor de **F** es mayor que el calculado en el apartado anterior.
Solución: a) F= μ_e g (m_1 + m_2) b) a_1= μ_d g a_2= (F - μ_d m_1 g)/m_2



4.- Sobre un plano inclinado se colocan dos cuerpos A y B de masas m_1 y m_2, y cuyos coeficientes de rozamiento con la madera son μ_1 y μ_2, respectivamente. Se va inclinando el plano como indica la figura. Calcula: a) La condición necesaria para que el cuerpo A se ponga en movimiento antes que el B. b) La condición necesaria para que los dos bloques deslicen a la vez. c) Si se cumple la condición anterior, ¿qué valor debe tener φ para que el sistema A-B deslice con movimiento uniforme? d) ¿Cuál será el valor de la aceleración del movimiento cuando se incline el plano un ángulo φ' mayor que el φ del apartado anterior?
Solución: a) $\mu_1 < \mu_2$ b) $\mu_1 = \mu_2$ c) φ= arc tg μ d) a= g (sen φ' - μ cos φ')



5.- Un pequeño bloque de 8 kg de masa está unido a una varilla vertical de 8 m de longitud por medio de dos cuerdas iguales de 5 m de longitud como indica la figura. Cuando el sistema gira alrededor del eje de la varilla con una velocidad angular de 4 rad/s, las dos cuerdas están tensas. Calcula la tensión que ejercen ambas cuerdas sobre el bloque. Solución: $T_{cuerda\ superior}$ = 369 N $T_{cuerda\ inferior}$ = 271 N

6.- Dos cuerpos de masas 5 kg y 2 kg están suspendidos a 1m del suelo de los extremos de una cuerda de 3 m de longitud que pasa por una polea sin rozamiento y de masa despreciable. Ambos cuerpos parten del reposo. Calcula la altura máxima que alcanza el cuerpo de 2kg. Solución: Altura máxima = 2.43 m

7.- Un cuerpo de 2 kg unido a una cuerda describe una circunferencia vertical de 3 m de radio. Hallar: a) La mínima velocidad v_{min} que debe tener el cuerpo en la posición más alta para que la cuerda permanezca tirante. b) La tensión T de la cuerda cuando el cuerpo está en la posición inferior de la circunferencia moviéndose a la velocidad v_{min}. Solución: a) v_{min}= 5.42m/s b) T= 39.2N

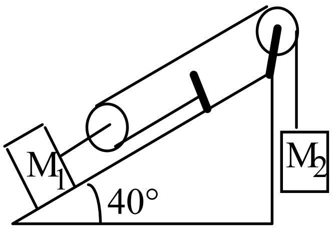
8.- Una bola está unida al extremo de un hilo de 24cm de longitud cuyo otro extremo es un punto fijo O. La bola describe una circunferencia horizontal de radio R. Halla la velocidad de la bola sabiendo que el hilo forma un ángulo de 30° con la vertical. Solución: v= 0.824m/s

9.- La posición de una partícula de 4 kg de masa, respecto a un sistema de referencia inercial, viene dada en cierto instante por el vector $\mathbf{r_0}$= (3**i** + **j**) en metros, y su velocidad es $\mathbf{v_0}$= (5**i** - **k**) en m/s. Se le aplica entonces una fuerza **F** tal que su momento respecto al origen de coordenadas es constante e igual a (5**i** + 20**k**) en N m. Calcula el momento angular de dicha partícula al cabo de 2 segundos.

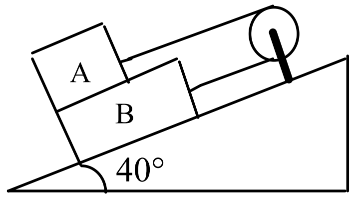
Solución: **L**(t=2s)= 6 **i** + 12 **j** + 20 **k** (kg m^2)/s

10.- En el sistema de la figura, determina entre qué valores puede estar comprendida la masa M_1 para que el sistema se halle en equilibrio. Las poleas no tienen masa ni existe rozamiento entre ellas y las cuerdas. El coeficiente de rozamiento estático entre M_1 y el plano es μ= 0.3 y M_2= 30kg.

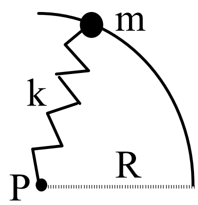
Solución: 68.8 kg < M_1 < 145.3 kg



11.- El sistema de bloques de la figura se suelta desde el reposo. El coeficiente de rozamiento cinético en todas la superficies deslizantes es de μ= 0.1. Halla la aceleración con que se mueve el sistema. Datos: m_A= 30kg y m_B= 65kg. Solución: a = 1.09 m/s^2.



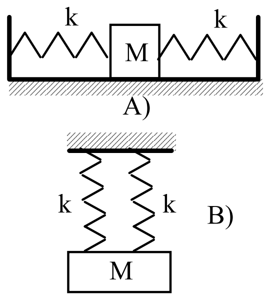
12.- Una bola de masa m se une a un muelle, y éste a su vez a un punto fijo P, como indica la figura. El muelle no se puede doblar y tiene una masa despreciable. La bola se mueve en un plano horizontal describiendo una círcunferencia de radio R con una velocidad angular ω y la constante elástica del muelle es k. No hay rozamiento entre la bola y el plano. a) ¿Cúal es la fuerza que ejerce el muelle sobre m, si m= 1 kg, ω= 1 rad/s y R= 1 m?. b) Si la longitud natural del muelle es 0.9 m, ¿cuánto vale k? c) Si la bola y el muelle giran ahora con ω= 2 rad/s, ¿cuál es el nuevo radio de la trayectoria de la bola.? d) ¿Qué trabajo se ha realizado sobre la bola al aumentar ω desde 1 rad/s hasta 2 rad/s? Solución: a) F = 1 N b) k = 10 N/m c) R = 1.5 m d) W = 4 J



13.- Se tienen dos muelles idénticos de constante elástica k. Una masa M se une a ellos, como se muestran en las figuras. Calcula: a) el periodo de oscilación de la masa en cada uno de las dos situaciones despreciando rozamientos, b) la velocidad con que la masa pasa, en cada caso, por su posición de equilibrio, si previamente se había separado una distancia x.

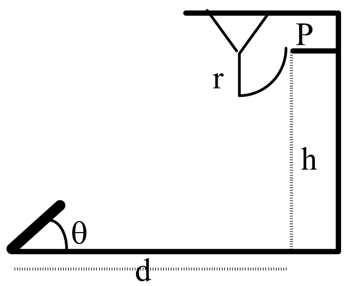
Solución: a) En ambos casos $T = 2\pi \sqrt{M/(2k)}$

b) En ambos casos $v = x \sqrt{2k/M}$



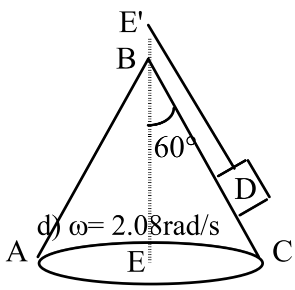
14.- Un director de circo quiere diseñar un nuevo número combinando el de la bala humana con el del trapecio. Pretende que la bala humana disparada por el cañón alcance justamente el trapecio de brazo r= 2 m, y continúe hasta la plataforma P situada a una altura h= 20 m sobre el suelo, tal y como indica la figura. Para que el número resulte perfecto, la velocidad vertical de la bala humana tiene que ser nula en el instante de alcanzar el trapecio y también al alcanzar la plataforma. ¿Con qué velocidad inicial v_o y qué ángulo θ ha de efectuarse el disparo? ¿A qué distancia d de la plataforma?

Solución: v_o = 19.8 m/s θ = 71.56 ° d = 14 m



15.- Un cuerpo D de 5.5 kg de masa se encuentra sobre una superficie cónica lisa ABC y está girando alrededor del eje EE´ con una velocidad angular de 10 rev/min y a una distancia de 4.5 m del punto E´. Calcular a) La velocidad lineal del cuerpo. b) La reacción de la superficie sobre el cuerpo. c) La tensión en el hilo. d) La velocidad angular necesaria para reducir la reacción del plano a cero.

Solución: a) v= 4.09m/s b) N= 34.88N c) T= 47.38N d) ω= 2.08rad/s



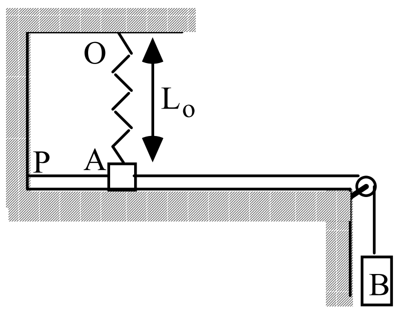
16.- Dos objetos de distinta masa tienen la misma energía cinética de traslación. Demuestra cuál de ellos tiene mayor momento lineal, ¿el de mayor o el de menor masa?

17.- Una persona de masa 70 kg se encuentra en la cabina de un ascensor. Los periodos de partida y llegada son movimientos uniformemente acelerados que duran 2.5 s. Entre ambos periodos el movimiento del ascensor es uniforme con una velocidad constante de 4.9 m/s. Calcula: a) el valor de la aceleración del ascensor durante las fases de partida y parada; b) la duración del trayecto para una diferencia de altura, recorrido entre dos paradas, de 20m; y d) la fuerza que ejerce el suelo del ascensor sobre la persona durante las fases de partida y parada del ascensor.

Solución: a) $a_{partida}$= 1.96m/s^2 a_{parada}= -1.96m/s^2 (tomando el movimiento hacia arriba positivo) b) t = 6.58 s c) $N_{partida}$= 823.2N N_{parada}= 548.9N

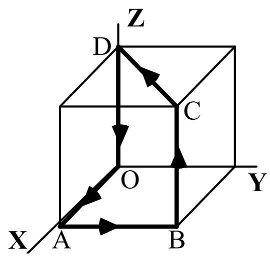
Solución: a) $a_{partida}$= 1.96m/s^2 a_{parada}= -1.96m/s^2 (tomando el movimiento hacia arriba positivo) b) t = 6.58 s c) $N_{partida}$= 823.2N N_{parada}= 548.9N

18.- Sobre un plano horizontal sin rozamiento hay un pequeño cuerpo A de masa m = 2 kg, unido con un hilo al punto P como indica la figura. Por medio de otro hilo y a través de una polea de masa despreciable se une este cuerpo A con otro cuerpo B de igual masa m, que cuelga verticalmente. Además el cuerpo A está unido al punto O por un muelle de masa despreciable, longitud natural L_o= 50 cm y constante elástica k =196 N/m. Se corta el hilo PA, y el cuerpo A comienza a moverse. Calcula la velocidad del cuerpo A en el instante de su separación del plano por la acción del muelle.



Solución: v = 1.7 m/s

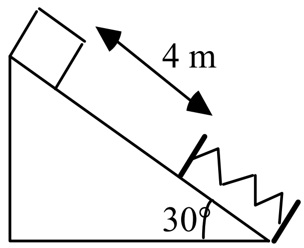
19.- Calcula el trabajo realizado por la fuerza dada por **F** = x^2 **i** - xz **j** + y^2 **k** en N, a lo largo de la trayectoria cerrada OABCDO indicada en la figura. Longitud de la arista del cubo: 1 m. Solución: W = 7/6 J



20.- Se tiene un péndulo de masa m y longitud L. a) Calcula la velocidada mínima v_o que debe tener el péndulo en su punto más bajo para que realice una vuelta completa. b) Si se sustituye la cuerda por una varilla rígida de masa despreciable, ¿cuánto debe valer ahora esa velocidad mínima v_o?

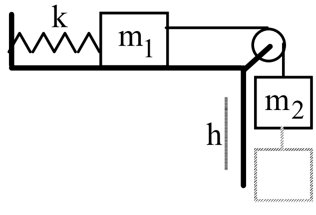
Solución: a) $v_{omin} = \sqrt{5gL}$ b) $v_{omin} = 2\sqrt{gL}$

21.- Una masa de 2kg se deja libre sobre un plano inclinado liso hacia abajo a una distancia de 4m de un muelle de constante elástica k = 100N/m. El muelle está fijo a lo largo del plano inclinado que forma un ángulo de 30°. a) Halla la compresión máxima del muelle. b) Si el plano inclinado no es liso, calcula la compresión máxima del muelle si el coeficiente de rozamiento cinético es de 0.2. c) En este último caso, ¿hasta qué punto subirá la masa por el plano inclinado después de abandonar el muelle?



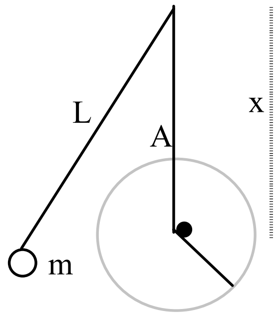
Solución: a) x= 0.988m b) x= 0.783m
c) Recorre 1.54m desde el extremo del muelle con su longitud natural.

22.- En el sistema de la figura la polea no tiene masa ni rozamiento en su eje. La superficie horizontal ofrece rozamiento al deslizamiento de la masa m_1. La constante elástica del muelle es k. El sistema se suelta desde el reposo cuando el muelle tiene su longitud natural. La masa m_2 baja una distancia h en el instante en el que el muelle alcanza su máximo alargamiento. Halla el coeficiente de rozamiento cinético entre m_1 y la superficie horizontal. Da el resultado en función de k, h , m_1 y m_2.



Solución: $\mu = (2m_2g - kh)/(2m_1g)$

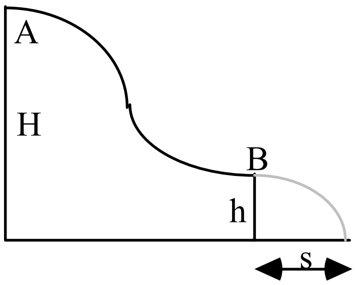
23.- Un péndulo de longitud L y masa en su extremo m se deja libre desde el reposo con un ángulo de 90°. La cuerda choca con un clavo situado a una distancia x por debajo del pivote y se enrolla alrededor del clavo acortándose la longitud del péndulo. a) Hallar la velocidad de la masa en función de g, L y x cuando está en el punto A. b) Demostrar que la masa no alcanzará el punto A con la cuerda todavía tensa a no ser que $x \geq 3L/5$. Solución: a) $v_A = \sqrt{2\,g\,(2x - L)}$



24.- Se suelta un péndulo de longitud L y masa M desde el reposo con un ángulo θ_o medido desde su punto más bajo y se deja oscilar libremente. Calcular: a) la energía cinética máxima E_{cmax} del péndulo; b) la tensión de la cuerda en los puntos donde el péndulo se encuentra instantáneamente en reposo; c) la tensión de la cuerda en el punto más bajo de la trayectoria; d) demostrar que la tensión de la cuerda en el punto más bajo de su trayectoria es mayor que la tensión cuando el péndulo está instantáneamente en reposo en una cantidad $3\,E_{cmax}/L$ siendo E_{cmax} la energía cinética máxima del péndulo.

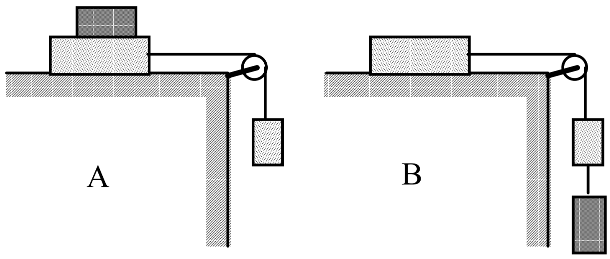
Solución: a) $E_{cmax} = MgL\,(1 - \cos\theta_o)$ b) $T = Mg\cos\theta_o$ c) $T = Mg(3 - 2\cos\theta_o)$

25.- Una masa desliza sin velocidad inicial desde la cúspide de una rampa lisa de altura H, que tiene un trampolín horizontal como indica la figura. a) ¿Con qué altura h del trampolín la distancia s será la máxima? b) ¿Cuál será esa distancia máxima? Solución: a) h = H/2 b) s = H



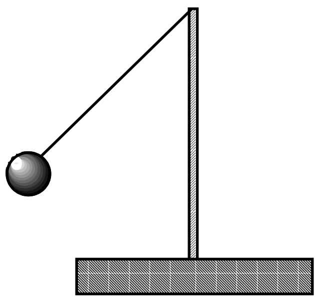
26.- La figura A representa un bloque de 100 g que descansa sobre otro de 900 g, siendo arrastrado el conjunto, con velocidad constante sobre una superficie horizontal, merced a la acción de un cuerpo de 100 g que cuelga suspendido de un hilo, como indica la misma figura. a) Si el primer bloque de 100 g lo separamos del de 900 g y lo unimos al bloque suspendido (figura B), el sistema adquiere una cierta aceleración. Calcular el valor de esta aceleración. b) ¿Cuál es la tensión de las dos cuerdas en la figura B?

Solución: $a = 0.98\ m/s^2$ $T_{sup} = 1.764$ N
$T_{inf} = 0.882$ N

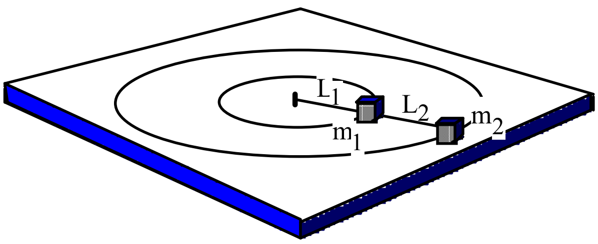


27.- Una bola de masa M = 1 kg gira en torno a un poste vertical al que está unida mediante una cuerda de longitud L= 1m y de masa despreciable, describiendo un movimento circular uniforme en un plano horizontal. Si la máxima tensión que puede soportar la cuerda sin romperse es T = 9.8 N, ¿cuál es la máxima velocidad angular, ω, a la que puede girar la cuerda?

Solución: $\omega_{max} = 3.13$ rad/s

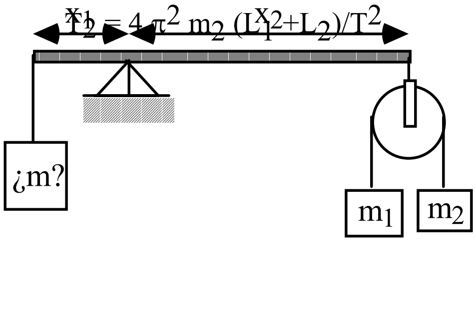


28.- Un bloque de masa m_1 está unido a una cuerda de longitud L_1 fija por el otro extremo. La masa recorre una circunferencia horizontal apoyándose sobre una mesa exenta de rozamiento. Un segundo bloque, de masa m_2 que también recorre una circunferencia, está unido al primero mediante una cuerda de longitud L_2. Si ambos bloques describen un movimiento circular uniforme de periodo T, hallar la tensión en cada cuerda.



Solución: $T_1 = 4\,\pi^2(m_1L_1 + m_2\,(L_1 + L_2))/T^2$ $T_2 = 4\,\pi^2\,m_2\,(L_1+L_2)/T^2$

29.- En el sistema de la figura se verifica que $m_1 > m_2$. La polea se considera de masa despreciable y sin rozamiento en su eje. Calcula el valor de la masa m para que la varilla horizontal se



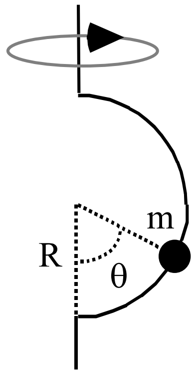
mantenga en equilibrio: a) si la polea está bloqueada, y b) si la polea puede girar libremente.

Solución: a) $m = x_2(m_1 + m_2)/x_1$ b) $m = \dfrac{4\, m_1\, m_2\, x_2}{x_1\,(m_2 + m_2)}$

30.- Una masa puntual m está ensartada en un alambre circular horizontal de radio R. Se comunica a la masa una velocidad inicial v_o. Sabemos que el coeficiente de rozamiento cinético es μ_c. Determinar la velocidad v(t) de m en cualquier instante t posterior. Suponer que la fuerza de la gravedad no actúa.

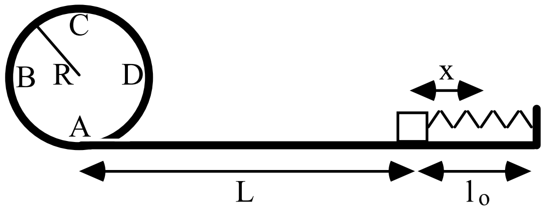
Solución: $v(t) = \dfrac{v_o\, R}{R - \mu_c\, v_o\, t}$

31.- Una masa puntual m se desliza sin rozamiento a lo largo de un alambre semicircular de radio R = 10 cm que gira alrededor de un eje vertical a razón de 2 vueltas por segundo según indica la figura. Determinar el valor de θ para el cual la masa permanece estacionaria respecto al alambre giratorio.



Solución: $\cos\theta = \dfrac{g}{\omega^2 R}$ $\theta = 51^o$

32.- Un objeto de masa m = 300 g se empuja contra un resorte horizontal de constante elástica K=200 N/m como indica la figura y se suelta desde el reposo. El radio del rizo ABCD mide R = 10 cm. La distancia horizontal L desde A hasta el extremo del resorte cuando éste presenta su longitud natural l_o es de L = 1m. En el tramo horizontal el suelo es rugoso con un coeficiente de rozamiento cinético μ = 0.2. En cambio, el interior del rizo es liso y su rozamiento despreciable. Calcula la deformación mínima x del resorte para la cual el objeto viajará por el interior del rizo permaneciendo en contacto con el mismo todo el tiempo.

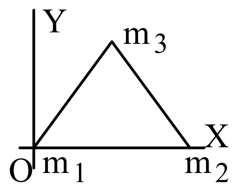


Solución: x_{min}= 11.8 m

DINÁMICA DE LOS SISTEMAS DE PARTÍCULAS

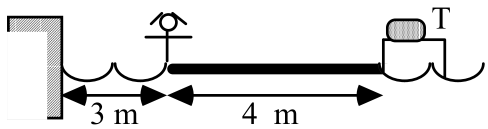
1.- Localizar el centro de masas de tres partículas de masa m_1 = 1kg, m_2= 2kg y m_3= 3kg que están en los vértices del triángulo equilátero de 1m de lado de la figura.

Solución: x_{CM}= 0.583m y_{CM}= 0.433m



2.- Un vaso que estaba inicialmente en reposo estalla y se parte en tres pedazos. Dos pedazos de la misma masa salen en direcciones perpendiculares con velocidades iguales a 30 m/s en módulo. El tercer pedazo tiene tres veces la masa de cada uno de los otros dos. ¿Cuál es la dirección y el módulo de su velocidad después de la explosión?
Solución: Eligiendo X eY con las velocidades de los dos pedazos: $\mathbf{v}_3$ = - 10 **i** - 10 **j** m/s v_3 = 14.14m/s

3.- Una niña de 40kg. está parada en uno de los extremos de un bote de 70kg. y 4m de longitud (ver figura). El bote está inicialmente parado a 3m. del muelle. Hay una tortuga T sobre una roca en el extremo opuesto del bote. La niña comienza a andar hacia ese extremo para coger la tortuga. Despreciando el rozamiento entre el bote y el agua. a) ¿Podrá capturar a la tortuga? (Supón que la niña puede extender sus brazos hasta 1m. fuera del bote). b) ¿En dónde estará la niña en relación al muelle cuando llegue al extremo más alejado del bote? Solución: a) No b) 5.54 m



4.- Un patinador, que pesa 70 kg, está parado en el hielo y lanza una piedra de 3 kg con un ángulo de 30° con la horizontal y con una velocidad de 8 m/s. Halla hasta qué distancia retrocederá el patinador, sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el hielo y los patines es 0.02. Suponer que el rozamiento no actúa durante el lanzamiento. Solución: x = 0.23 m

5.- Se dispara un proyectil con una velocidad de 200 m/s y un ángulo de elevación de $\pi/3$ rad. Cuando se encuentra en el punto más alto de su trayectoria explota dividiéndose en dos fragmentos iguales, uno de los cuales cae verticalmente. ¿A qué distancia del punto de lanzamiento caerá el otro fragmento?
Solución: 5196 m

6.- Una granada que cae verticalmente explota en dos fragmentos iguales cuando se halla a una altura de 2000m y tiene una velocidad dirigida hacia abajo de 60 m/s. Inmediatamente después de la explosión uno de los fragmentos se mueve hacia abajo a 80 m/s. Hallar la posición del centro de masas del sistema 10 s después de la explosión. Solución: h_{cm} = 910 m

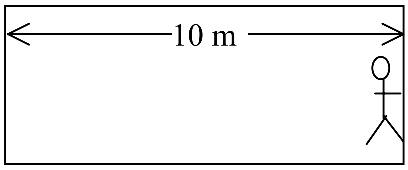
7.- Sobre dos masas de m_1 = 10 kg y m_2 = 6 kg, situadas inicialmente en reposo en los puntos A(0,3) y B(4,0), respectivamente, actúan sendas fuerzas $\mathbf{F}_1$ = 6**i** N y $\mathbf{F}_2$ = 8**j** N. Halla: a) las velocidades de cada una de las partículas en función del tiempo; b) el momento angular del sistema respecto al origen en función del tiempo; c) el momento de la fuerza resultante que actúa sobre el sistema con respecto al origen, y comprueba que coincide con $\frac{d\mathbf{L}}{dt}$; d) la velocidad del centro de masas del sistema en función del tiempo; e) la velocidad de cada partícula respecto al centro de masas.

Solución: a) $\mathbf{v}_1$ = (3 t/5) **i** m/s $\mathbf{v}_2$ = (4 t/3) **j** m/s b) **L** = 14 t **k** (kg m^2)/s
c) **M** = 14 **k** N m d) $\mathbf{v}_{CM}$ = (3 t/8) **i** + (t/2) **j** m/s
e) $\mathbf{v'}_1$ = (9 t/40) **i** - (t/2) **j** m/s $\mathbf{v'}_2$ = - (3 t/8) **i** + (5 t/6) **j** m/s

8.- Un hombre de 80kg está sobre un carro de 40kg que rueda horizontalmente con una velocidad de 2m/s. Salta fuera del carro de modo que su velocidad relativa al suelo es de 1m/s en sentido opuesto al movimiento del carro. a) ¿Cuál es la velocidad de centro de masas del sistema hombre-carro antes y después del que salte? b)¿Cuál es la velocidad del carro después de que salta? c) Calcula el trabajo realizado por el hombre al saltar del carro. d) ¿Cuál es la velocidad del centro de masas después de que el hombre llegue al suelo y se pare? e) ¿Qué fuerza es la responsable de la variación de la velocidad del centro de masas?

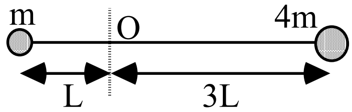
Solución: a) $v_{CMantes}$ = $v_{CMdespués}$ = 2m/s b) $v_{CARROdespués}$ = 8m/s
c) Energía gastada = ΔE = 1080 J d) v_{CM} = 2.67m/s

9.- Una astronauta ingrávida dentro de su nave espacial en medio del espacio y ambos en reposo respecto a estrellas “fijas”, quiere ir desde un extremo de su nave hasta el otro. Para ello empuja la pared del fondo de la nave. Así la astronauta sale desplazada a una velocidad de 1 m/s respecto a las estrellas “fijas”. La astronauta tiene 55 kg y la nave 500 kg y 10m de largo de extremo a extremo. a) ¿Cuánto tarda la astronauta en llegar al otro extremo de la nave? b) Calcula la variación de la energía cinética del sistema en este proceso.

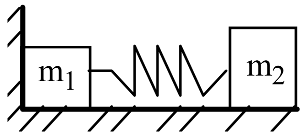


Solución: a) t = 9.01 s   b) $\Delta E_c = 30.5$ J

10.- Dos partículas de masas m y 4m están fijas en los extremos de un alambre rígido de masa despreciable. El sistema gira con velocidad angular constante ω, en torno a un eje fijo que pasa por O y es perpendicular al alambre. Calcular el momento angular del sistema respecto de O, L_{TO}, y respecto del centro de masas, L_{TCM}, y el momento angular del centro de masas respecto del punto O, $L_{CM\,O}$. Comprobar que $L_{TO} = L_{T\,CM} + L_{CM\,O}$



11.- En un plano horizontal liso se encuentran dos cuerpos de masas m_1 y m_2, unidas por un resorte de masa despreciable de constante elástica K, como indica la figura. Se desplaza el cuerpo 2 una distancia x hacia la izquierda y se suelta. Calcula la velocidad del centro de masas del sistema justo antes de separarse el cuerpo 1 de la pared vertical. Da el resultado en función de K, x , m_1 y m_2. ¿Cuál es la fuerza externa responsable de la $\mathbf{a}_{CM}$ del sistema ?   Solución: $v_{CM} = (x\sqrt{Km_2})/(m_1+m_2)$



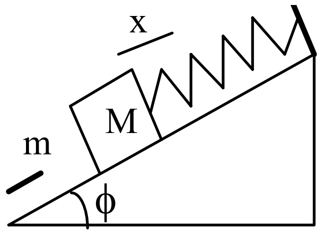
12.- Dos bloques, de masas m y 3m, se colocan sobre una supergficie horizontal sin fricción. Se sujeta un muelle ligero a uno de ellos y se juntan los bloques, con el muelle entre ambos, usando una cuerda. La cuerda que los mantiene unidos se quema y el bloque de masa 3m sale despedido hacia la derecha con una rapidez de 2 m/s. ¿Cuál es la velocidad del otro bloque, si inicialmente ambos se encontraban en reposo? Dar la respuesta considerando que el observador está: a) en un punto fijo del laboratorio, b) en el centro de masas del sistema, y c) en la masa 3m.   Solución: Si $\mathbf{v}_{3m} = 2\,\mathbf{i}$ m/s:

a) $\mathbf{v}_m = -6\,\mathbf{i}$ m/s   b) $\mathbf{v}_m = -6\,\mathbf{i}$ m/s   c) $\mathbf{v}'_m = -8\,\mathbf{i}$ m/s

3.- Dos pequeñas bolas de igual masa se encuentran en la misma vertical separadas por una distancia L. La bola superior se deja caer sin velocidad inicial en el mismo instante en el que la otra bola es lanzada hacia arriba con velocidad inicial v. a) ¿Cuál debe ser el valor de v para que la colisión se produzca en el instante en que la segunda bola invierta el sentido de su movimiento? b) ¿Con qué velocidad pasará la segunda bola, después de la colisión, por su punto de partida?

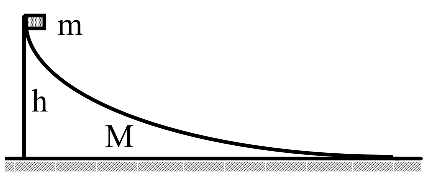
Solución: a) $v = \sqrt{g\,L}$ b) $v_f = \sqrt{2\,g\,L}$

14.- Una bala de masa m se incrusta en un bloque de madera de masa M que está unido a un muelle de constante elástica k, y que se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo ϕ con la horizontal, como indica la figura. Por el impacto el muelle se comprime una longitud x. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano inclinado es μ. En el momento del choque el muelle se encuentra en su longitud natural. Calcula en función de estos datos la velocidad de la bala justo antes del choque.

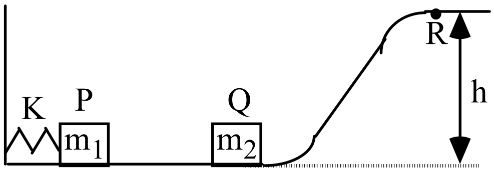


Solución: $v_i = \dfrac{M+m}{m}\sqrt{\dfrac{k\,x^2}{M+m} + 2gx\,(\text{sen}\phi + \mu\cos\phi)}$

15.- Un bloque pequeño de masa m se desliza sin rozamiento por la superficie curva de la rampa de la figura. La rampa de masa M, está colocada sobre una mesa horizontal que no ejerce ninguna fuerza de rozamiento sobre la rampa. La rampa termina tangente a la mesa. Si el bloque comienza a deslizarse desde una altura h respecto a la mesa, calcula la velocidad del bloque y de la rampa en el instante en el que el bloque sale de la rampa.



Solución: $v_{rampa} = -\, m\sqrt{\dfrac{2\,g\,h}{M(m+M)}}$ $\qquad v_{bloque} = \sqrt{\dfrac{2\,M\,g\,h}{m+M}}$

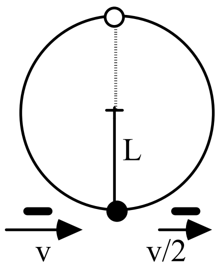


16.- Una masa m_1 se sujeta inicialmente en el punto P de manera que comprime a un muelle de constante elástica K una distancia x_o. Se suelta m_1 y choca elásticamente con m_2 que está en reposo en el punto Q. Calcula la deformación x que sufrirá el muelle cuando m_1 rebote después de chocar si: a) $m_1 < m_2$, b) $m_1 = m_2$, c) si $m_1 < m_2$, ¿cuánto debe valer x_o para que, tras el choque, m_2 llegue al punto R con velocidad nula. Despreciar todo rozamiento.

Solución: a) $x = x_o\,(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$ b) El muelle NO se deforma.

c) $x_o = (m_1 + m_2)\sqrt{gh/(2Km_1)}$

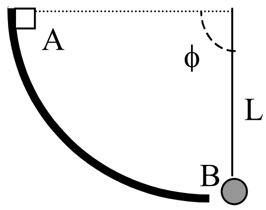
17.- Dos bloques de masa m_1 = 21 g y m_2 = 28 g que se apoyan sin rozamiento sobre una mesa horizontal, tienen intercalado un resorte de masa despreciable, que está comprimido entre ambos bloques bajo la acción de dos fuerzas horizontales iguales y opuestas. Suponiendo que la reacción del resorte sea proporcional a la deformación, siendo la constante de proporcionalidad k = 1.2 N/cm, y que ha sufrido un acortamiento en su longitud de 7 cm respecto a su longitud natural, se pide: la velocidad que adquiere cada bloque cuando el resorte recupera su longitud natural al desaparecer súbitamente las fuerzas que comprimen el sistema. Solución: v_1 = 4 m/s v_2 = -3 m/s (El signo - indica sentido opuesto a $\mathbf{v_1}$)



18.- Una bala de masa m y velocidad v pasa a través de la esfera de un péndulo de masa M saliendo con una velocidad de v/2 . La esfera pendular cuelga del extremo de una cuerda de longitud L ¿Cuál es el valor mínimo de v de para el cual el péndulo dará una vuelta completa?

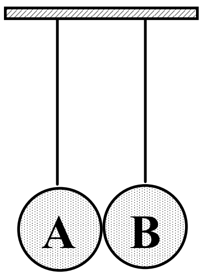
Solución: $v_{min} = \dfrac{2\,M}{m}\sqrt{5\,g\,L}$

19.- El cuerpo A es abandonado en reposo con ϕ = 90º y desliza sin fricción hasta alcanzar la masa B del péndulo de la figura. La longitud del péndulo es L= 0.8 m. Se sabe que el coeficiente de restitución es 0.8. Calcula: a) La velocidad de B después del impacto. b) La tensión máxima de la cuerda que sustenta B. c) La altura máxima alcanzada por B. Datos: m_A = 1 kg; m_B = 2 kg.

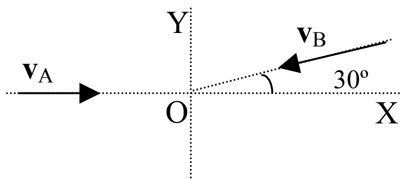


Solución: a) v'_{bola} = 2.4 m/s b) T = 34.4 N c) h = 0.288 m

20.- Dos esferas que consideramos puntuales, penden de sendos hilos según se indica en la figura. La longitud del hilo es de 2 m. La esfera A tiene masa m_A= 2 kg y la esfera B tiene masa m_B= 3 kg. En un cierto instante se separa la esfera A un ángulo de 60º y se suelta a partir del reposo. Si el choque que se produce es inelástico con coeficiente de restitución e= 0.75, determinar los ángulos máximos que describirán las esferas a consecuencia del impacto. Solución: θ_A = 2.8º θ_B = 41º

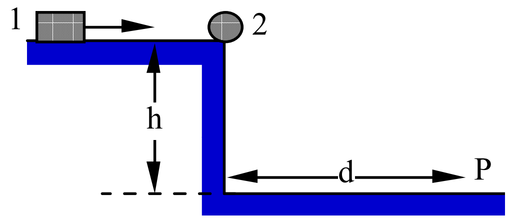


21.- Un cuerpo A de 4 kg de masa se mueve sobre el eje X en sentido positivo con una velocidad de 2 m/s. Otro cuerpo B de 1 kg se mueve hacia el origen de coordenadas, en sentido negativo, con la misma velocidad y en una dirección que forma un ángulo de 30° con el eje X. Calcular la velocidad con que se mueven después del choque si éste es perfectamente inelástico. Solución: $\mathbf{v_f} = 1.25\,\mathbf{i} - 0.2\,\mathbf{j}$



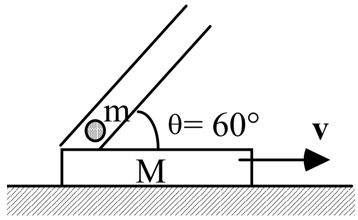
22.- Un jugador de billar lanza una bola A con una velocidad de 5 m/s sobre otra bola B idéntica inicialmente en reposo. Tras el choque elástico, la bola A se desvía 30° de su dirección inicial. Calcula: a) los módulos de las velocidades de A y B tras el choque y b) el ángulo θ, en relación con la dirección inicial de A, con que sale despedida la bola B. Solución: a) v_{Af} = 4.32 m/s v_{Bf} = 2.5 m/s b) θ = 60°

23.- Un pequeño bloque de masa m_1 =100 g se desplaza hacia el borde sobre una mesa rugosa de altura h = 1 m sobre el suelo. El coeficiente de rozamiento cinético entre la mesa y el bloque es μ = 0.3. Justo en el borde de la mesa hay una pequeña bola de masa m_2 = 200 g como indica la figura. El bloque 1 choca elásticamente con la bola 2, a resultas de lo cual, la bola 2 cae al suelo en el punto P a una distancia horizontal d = 2 m del borde de la mesa. Calcular: a) la velocidad del bloque 1 justo antes del choque; b) la distancia horizontal x que recorre tras el choque el bloque 1 en el tiempo de caída de la bola 2.



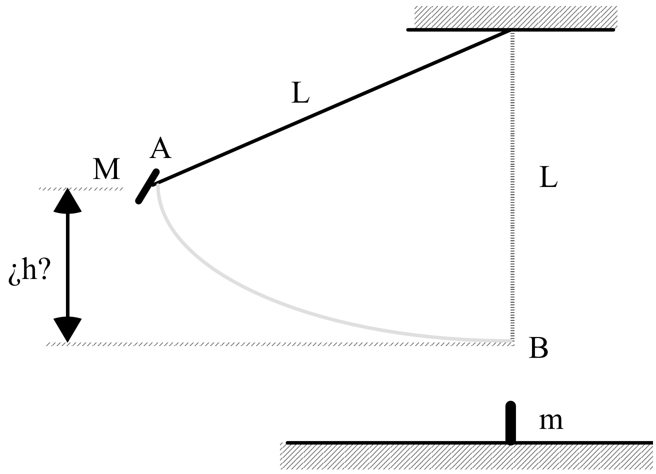
Solución: a) v_{1i} = 6.64 m/s b) x = 0.7 m

24.- Un cañón cargado con una bala se desliza a velocidad constante **v** sobre una superficie horizontal helada sin rozamiento. La masa de la bala es m y la masa del cañón es M=11m. El cañón apunta con un ángulo θ = 60° sobre la horizontal como indica la figura. En cierto instante el cañón se dispara. Se sabe que la energía cinética del sistema (cañón+bala) justo tras el disparo es cuatro veces la energía cinética del sistema antes del disparo. a) Después del disparo, ¿el cañón retrocede, se para o sigue hacia adelante? Halla la velocidad del cañón y de la bala justo tras el disparo. Da los resultados en función de **v**. b) Calcula la distancia D de separación entre el cañón y la bala cuando ésta llega al suelo. Da el resultado en función de v y la gravedad g.



Solución: v_{bala} = 6.4 v $v_{cañón}$ = 0.8 v b) D = 26.6 v^2/g

25.- Un trapecista A de masa M se halla al extremo de un trapecio de longitud L. Este trapecista en reposo inicial se deja caer desde una altura h como indica la figura. Pretende recoger a su compañera de masa m = 2M/3 en el punto B más bajo de su trayectoria. Para ello su compañera salta verticalmente en su busca de forma que, en la cúspide de su salto alcanza el punto B y es recogida por A. Suponiendo el encuentro en B como un choque perfectamente inelástico instantáneo, calcula el valor de la altura inicial h para el cual la tensión T en la cuerda del trapecio es la misma justo antes y justo después del encuentro en B. Da el resultado en función de L. En ese caso concreto, ¿cuál es el valor de esa tensión en B? Da el resultado en función de M y g.

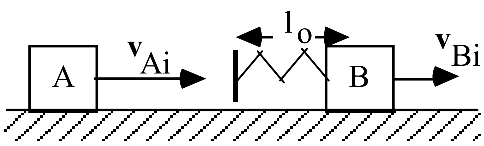


Solución: h = 5 L/6 T = 8 Mg/3

26.- Se dispara un proyectil de masa m con una velocidad v_o sobre un péndulo de masa M. El péndulo consta de una varilla sin masa de longitud L que gira libremente por su otro extremo. El proyectil se incrusta en la masa M. a) Hallar la velocidad mínima v_o para que el péndulo describa una vuelta completa. b) ¿Cambia en algo el problema si la varilla del péndulo es sustituida por una cuerda?

Solución: a) $v_{omin} = \dfrac{2(m+M)}{m}\sqrt{gL}$ b) $v_{omin} = \dfrac{m+M}{m}\sqrt{5gL}$

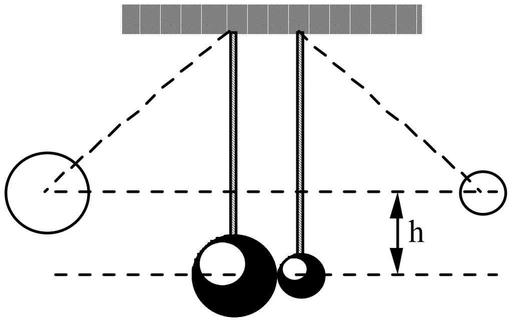
27.- Un bloque A de masa m_A = 2 kg se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una velocidad v_{Ai} = 10 m/s. Delante del bloque A hay otro bloque B de masa m_B = 5 kg moviéndose en la misma dirección y sentido. Unido al bloque B hay un muelle de masa despreciable y constante elástica k = 1120 N/m. El muelle en su longitud natural l_o y el bloque B se mueven con una velocidad menor v_{Bi} = 3 m/s. El bloque A choca contra el muelle y éste se acorta en una cantidad máxima x_{max}. Calcula: a) la velocidad de los bloques en el instante de la máxima



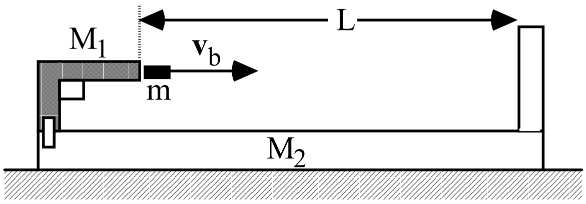
compresión del muelle; b) el valor de x_{max} y; c) las velocidades de los bloques cuando el bloque A se separa del muelle.

Solución: a) $v_A = v_B = 5$ m/s b) $x_{max} = 0.25$ m c) $v_{Af} = 0$ m/s $v_{Bf} = 7$ m/s

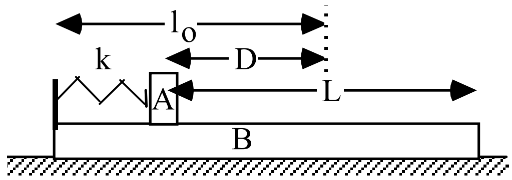
28.- Dos esferas de masas 3m y m, respectivamente, están pendientes de unos hilos de forma que en la posición de equilibrio quedan las esferas en contacto, los hilos paralelos y la línea que une los respectivos centros horizontal, como se ve en la figura. Apartamos las esferas de la posición de equilibrio de manera que sus centros asciendan una altura h y las soltamos a la vez. Si el choque es perfectamente elástico, calcular la altura a la que suben ambas esferas después de los dos primeros choques. Solución: $h_{1f} = h_{2f} = h$



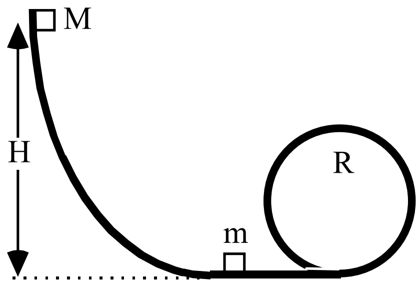
29.- Se dispara una bala de masa m con una pistola de masa $M_1 = 5m$. La pistola está firmemente unida a una plataforma de masa $M_2 = 4m$, que descansa sobre una mesa horizontal sin rozamiento como indica la figura. La velocidad inicial de la bala es $\mathbf{v_b}$, medida por un observador fijo en la mesa. Tras el disparo, la bala se incrusta en el extremo opuesto de la plataforma situado a una distancia L de la boca del arma. Suponiendo que la caída de la bala durante su vuelo es despreciable, calcula: a) La velocidad de la plataforma-pistola durante el vuelo de la bala, medida por dicho observador. Da el resultado en función de $\mathbf{v_b}$. b) La velocidad de la plataforma-pistola justo después de incrustarse la bala. c) La distancia x que recorre la plataforma-pistola durante el vuelo de la bala. Da el resultado en función de L. Solución: a) $\mathbf{v_p} = -\mathbf{v_b}/9$ b) $\mathbf{v_p} = 0$ c) x = L/10



30.- El sistema de la figura se halla sobre una superficie horizontal sin rozamiento. El pequeño bloque A de masa m está sobre la tabla B de masa M = 4 m. Entre el bloque y la tabla existe rozamiento con un coeficiente de rozamiento cinético $\mu_c = 0.2$. Sobre la tabla y en su extremo izquierdo hay fijado un muelle de constante elástica k. Sujetando la tabla y empujando el bloque A se comprime el muelle acortando su longitud natural l_o en una distancia D, como indica la figura. A continuación se deja libre todo el sistema. El bloque A no está unido al muelle. La distancia del bloque A hasta el extremo derecho de la tabla en el instante en que se suelta el muelle es L = 2D. Sabiendo que el valor de la constante elástica del muelle es $k = \frac{4\,m\,g}{D}$, calcula la velocidad de la tabla B en el instante en el que el bloque A deja la tabla. Da el resultado en función de D y la gravedad g. Solución: $v_B = \frac{2}{5}\sqrt{gD}$



31.- Una rampa de altura H está conectada en su parte inferior con una pista en forma de rizo circular de radio R. Tanto la rampa como la pista son lisas con rozamiento despreciable. Desde lo alto de la rampa se suelta desde el reposo un pequeño bloque A de masa M. Al llegar al suelo, el bloque A choca contra otro pequeño bloque B de masa m que se encontraba en reposo como indica la figura. Tras el choque ambos bloques quedan unidos y entran en el rizo. Sabiendo que H = 10 R, calcula el valor mínimo que debe tener la masa M para que el bloque final (A+B) complete el rizo sin despegarse de la pista. Da el resultado en función de m.



Solución: $M_{min} = m$

DINÁMICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

1.- Calcula el momento de inercia de una varilla delgada homogénea, de masa M y longitud L con respecto a un eje perpendicular a la varilla y que pasa a través de: a) un extremo, y b) el centro de la varilla.

Solución: a) $I=(ML^2)/3$ b) $I=(ML^2)/12$.

2.- Una varilla delgada de 1m de largo tiene una masa despreciable. Se colocan 5 cuerpos a largo de ella, cada uno con una masa de 1kg, y situados a 0 cm, 25 cm, 50 cm, 75 cm y 100 cm de uno de sus extremos. Calcula el momento de inercia I del sistema con respecto a un eje perpendicular a la varilla, el cual pasa a través de: a) un extremo; b) la segunda masa; y c) el centro de masas del sistema. Comprueba el teorema de Steiner. Solución: a) $I= 1.875\ kg \cdot m^2$ b) $I= 0.9375\ kg \cdot m^2$ c) $I= 0.625\ kg \cdot m^2$.

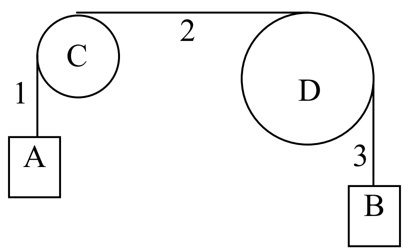
3.- Calcula el momento de inercia de una placa maciza circular plana de radio R y masa M, respecto a un eje tangente a la perifieria del disco y contenido en el plano del la placa. Solución: $I = 5\ MR^2/4$

4.- Un disco homegéneo que puede girar alrededor de un eje vertical, pasa del reposo a girar a 90 r.p.m. en 10s. Su masa es de 25kg y el diámetro de 1m. Calcula: a) El módulo de la fuerza constante capaz de producir dicho movimiento aplicada en la periferia durante los 10s. b) La energía cinética del disco cuando gira a 90 r.p.m. c) Cuando va girando a dicha velocidad, se acopla a él otro disco coaxial de 50cm. de diámetro y 50 kg de masa, calcular la velocidad angular del conjunto formado por ambos.

Solución: a) $F= 5.89$ N. b) $E_c= 138.8$ J. c) $\omega= 6.28$ rad/s.

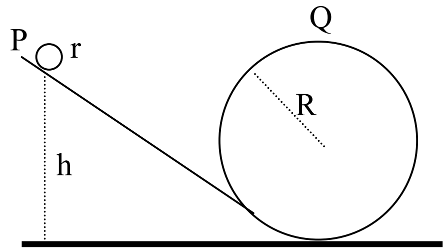
5.- ¿Cuál es la mínima velocidad que tiene que llevar un proyectil, de masa m, para que al chocar e incrustarse en el extremo inferior de una barra homgénea, de longitud L y masa M que se encuentra atravesada por el otro extremo por un eje, para que dé una vuelta completa alrededor de dicho eje, después del impacto? Solución: $v_{min}=\frac{1}{m}\sqrt{\frac{2gL}{3}(M+3m)(M+2m)}$

6.- La figura muestra un sistema de pesas y poleas. Se supone que el cable no desliza sobre las poleas y el rozamiento en el eje de cada polea es despreciable. Calcular el módulo de la aceleración a de los cuerpos colgados y el módulo de las tensiones T_1, T_2 y T_3 en el cable cuando el sistema se suelta desde el reposo. Datos: M_A=20kg., M_B=14kg., I_C=0.005kg·m^2, I_D=0.01kg·m^2, R_C=9cm., R_D=13cm.



Solución: $a=1.67 m/s^2$ T_1=162.6N. T_2=161.6N T_3=160.6N.

7.- Un cilindro homogéneo de radio r y masa m rueda sin deslizar siguiendo una via en forma de rizo circular de radio R, como muestra la figura. El cilindro parte del reposo en el punto P, a una altura h por encima de la parte inferior del rizo. Calcula: a) Su energía cinética cuando alcanza el punto Q. b) Su aceleración centrípeta en dicho punto admitiendo que no se sale de la vía. c) El mínimo valor de h para que la partícula llegue a Q sin salirse de la vía. d) Suponiendo que h es es mayor que ese valor mínimo, obtener una expresión para la fuerza normal ejercida por la vía sobre el cilindro en el punto Q.

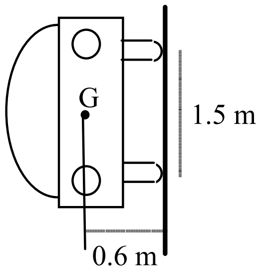


Solución: a) $E_c = m\ g\ (h - 2R + 2r)$ b) $a_N = \frac{4g(h- 2R + 2r)}{3\ (R - r)}$

c) $h_{min} = \frac{11(R - r)}{4}$ d) $N = \frac{mg(4h + 11r - 11R)}{3\ (R - r)}$

8.- Se enrolla una cuerda a un cilindro macizo y homogéneo de 10kg. de masa y el otro extremo de la cuerda se fija al techo. Soltamos el sistema partiendo del reposo de forma que al caer la cuerda va desenrollándose. Calcular: a) La velocidad del centro de masas del cilindro cuando éste haya descendido 2m.

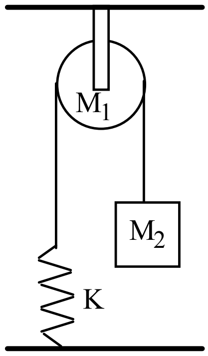
b) La aceleración del centro de masas del cilindro durante la caída. c) La tensión T de la cuerda durante la caída. Solución: a) v_{cm}= 5.1 m/s b) a_{cm}= 6.53 m/s^2 c) T = 32.7N.



9.- Un coche de 500 Kp de peso se mueve por la pared vertical de una pista cilíndrica de 10 m de radio con una velocidad de 48.7 Km/h. Calcula: a) el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y la pared vertical, b) la componente normal de la fuerza que ejerce la pared sobre cada una de las cuatro ruedas del coche. El centro de gravedad del coche está en el punto G.

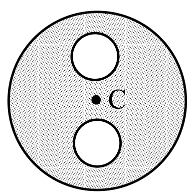
Solución: a) μ= 0.5 b) N_{sup} = 1453.5 N

N_{inf} = 3413.5 N



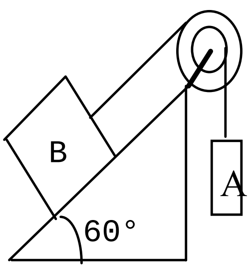
10.- Por la periferia de una polea de masa M_1 = 500 g y radio R = 10 cm pasa una cuerda de masa despreciable que lleva colgado por un extremo una masa M_2 = 200 g y por el otro extremo está unida a un muelle vertical fijo al suelo de constante elástica K = 40 N/m, como indica la figura. Calcula: a) el alargamiento del muelle cuando M_2 está en equilibrio, b) el periodo T de las oscilaciones si M_2 se separa ligeramente de la posición de equilibrio. Solución: a) x= 0.049 m b) T= 0.67 s

11.- Si los casquetes de hielo polares se fundieran totalmente, ¿cuál sería el efecto sobre la rotación de la Tierra?



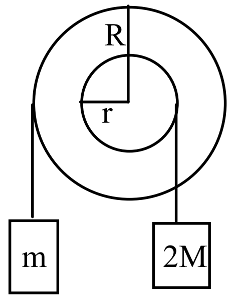
12.- En un disco de cobre de 2 cm de radio y 5 cm de espesor se hacen dos agujeros a 1 cm del centro C y de 0.5 cm de radio, como indica la figura. Calcula el momento de inercia del disco resultante con respecto a un eje perpendicular al disco y que pasa por su centro C. Densidad del cobre: ρ = 9 g/cm^3.

Solución: I = 1.05 · 10^{-4} kg · m^2



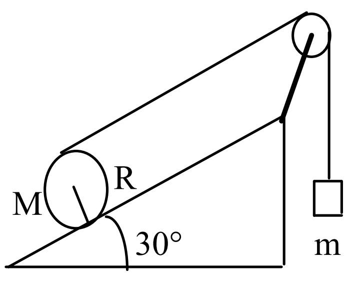
13.- El coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo B y el plano inclinado de la figura es μ_c= 0.2. Calcula: a) La aceleración angular con que gira la polea. b) El módulo de las aceleraciones de los cuerpos A y B. c) El módulo de las tensiones en cada cuerda. d) ¿En qué sentido se mueve el sistema? Datos: m_A= 60kg m_B=50kg R_A= 0.5m R_B= 1m. Momento de inercia de la polea I= 10kg·m^2. Solución: a) α= 1.08 rad/s^2 b) a_A= 0.54m/s^2

a_B= 1.08 m/s^2 c) T_A= 620.4N T_B= 321.3N



14.- El sistema de la figura está formado por una polea y dos cuerpos A y B que cuelgan de ella. La polea está formada por dos discos coaxiales soldados entre si, el disco grande es de masa M y radio R y el pequeño de masa m y radio r. Si m= M/2 y r= R/2. Calcula, a los 25 s de iniciarse el movimiento desde el reposo, calcula: a) La aceleración y velocidad del CM del sistema. b) La velocidad de cada masa respecto al CM. Solución: a) a_{cm}= 0.392m/s^2 v_{cm}= 9.8m/s

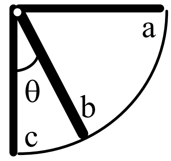
b) v'_M= 29.4 m/s v'_m= - 88.2 m/s



15.- Considera el sistema que aparece en la figura. Sobre un plano inclinado 30° se encuentra un cilindro de masa M y radio R, alrededor del cual se ha enrollado una cuerda paralela al plano inclinado que para por una polea de masa despreciable y que se une con un cuerpo de masa m. La tensión de la cuerda y la fuerza de rozamiento cinético ejercida por el plano inclinado sobre el cilindro son suficientes para que éste permanezca en su sitio a medida que gira, mientras que la cuerda se desenrolla y el cuerpo de masa m desciende con aceleración a. El coeficiente de rozamiento cinético μ_c= 0.25. Calcula la aceleración a con que desciende el bloque de masa m y la relación M/m.

Solución: a= 1.31m/s^2 M/m= 3.06

16.- Se dispone de una varilla de longitud L y masa M colgada de un punto fijo por un extremo. Se la deja caer libremente desde la posición horizontal. Calcula la velocidad angular y la aceleración angular de la varilla en las posiciones a, b y c de la figura.



Solución: a) $\omega = 0$ $\quad \alpha = \dfrac{3\,g}{2\,L}$ $\quad$ b) $\omega = \sqrt{\dfrac{3\,g\cos\theta}{L}}$ $\quad \alpha = \dfrac{3\,g\,\mathrm{sen}\theta}{2\,L}$ $\quad$ c) $\omega = \sqrt{\dfrac{3\,g}{L}}$ $\quad \alpha = 0$

17.- Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 cuelgan de los extremos de un hilo que pasa por una polea de radio R y masa M. El hilo no desliza sobre la polea y el rozamiento en el eje de la polea es despreciable. Hallar la aceleración angular α del disco y la relación T_1/T_2 en el hilo durante el desplazamiento. Comprobar que cuando M tiende a cero, ambas tensiones tienden a ser iguales, $T_1 = T_2$. Suponer que $m_2 > m_1$.

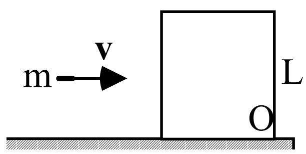
Solución: $\alpha = \dfrac{g}{R}\,\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + (M/2)}$ $\qquad \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{m_1\,(4\,m_2 + M)}{m_2\,(4\,m_1 + M)}$

18.- Un disco de 5kg. de masa y 8cm. de radio gira alrededor de un eje. Sobre el mismo se embraga un volante, inicialmente en reposo, cuyo momento de inercia vale $I = 0.06\,kg{\cdot}m^2$. Si la pérdida de energía cinética en el embrague es de 15 J., calcular la velocidad angular inicial del disco y la velocidad angular final del conjunto.

Solución: $\omega_i = 48.7$ rad/s. $\omega_f = 10.3$ rad/s.

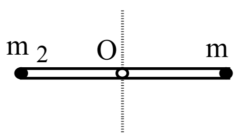
19.- Tres cuerpos rígidos homogéneos (una esfera maciza, un cilindro macizo y un cilindro hueco) se colocan arriba de un plano inclinado de ángulo ß con la horizontal. Si se liberan a partir del reposo, a la misma altura y ruedan sin resbalar, ¿cuál llegará primero abajo, y cuál el último?, es decir, ¿cuál lleva mayor aceleración y cuál menor en el descenso? Comprobar que el resultado es independiente de las masas y los radios de los cuerpos.

20.- Un proyectil de masa m y dimensiones despreciables se mueve horizontalmente a velocidad v. Choca normalmente a una cara de un cubo de masa 4m y arista L=1 metro, quedando incrustado en el centro de masas del cubo. Este se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal y puede girar alrededor de la arista O fija en el suelo, perpendicular a la dirección del proyectil y situada en la cara opuesta a la de entrada de éste, como indica la figura. Halla el valor máximo que puede tener v sin que se vuelque el sistema. Momento de inercia de un cubo respecto a un eje normal a una cara y que pasa por el centro de masas, $I = ML^2/6$.



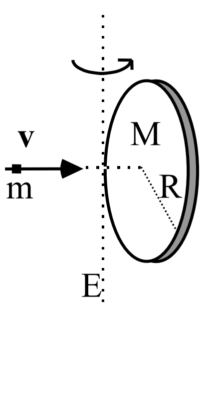
Solución: $v_{max} = 16.03$ m/s

21.- Una varilla de masa M = 3m y longitud L = 1 metro puede girar alrededor de un eje horizontal que pasa por su punto medio O, manteniéndose durante su movimiento en un plano vertical. La varilla tiene fijadas en sus dos extremos sendas masas puntuales $m_1 = 5m$ y $m_2 = m$. Parte del reposo en posición horizontal como indica la figura. Cuando la varilla alcanza la posición vertical, la masa m_2 se separa de la varilla. Calcula el alcance horizontal de m_2 a lo largo de la recta horizontal que pasa por O.



Solución: $x = 2\,L/\sqrt{7}$ metros = 0.756 metros

22.- Una placa circular maciza y homogénea de radio R y masa M= 4m puede girar alrededor de un eje fijo E vertical tangente a la periferia de la placa y contenido en el plano de la misma, eje al cual se encuentra unida y que no ofrece rozamiento al giro. Una pequeña bala de masa m choca con velocidad **v** perpendicularmente al plano del disco y en el centro del mismo, quedando incrustada en él. En función de estos datos calcula el tiempo que tarda el conjunto placa-bala en dar una vuelta completa alrededor del eje E tras la colisión.Momento de inercia de un disco circular macizo



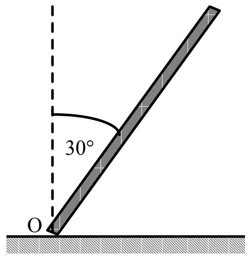
respecto a un eje perpendicular al disco y que pasa por su CM: $I = MR^2/2$. Solución: $t = 12\ \pi\ R/v$

23.- ¿A qué altura h sobre la superficie de la mesa hay que golpear a una bola de billar de radio R para que ésta ruede sin deslizar sobre una mesa lisa sin rozamiento? Solución: $h = 7\ R/5$

24.- Explicar en qué se fundamenta físicamente el hacer girar un huevo sobre un plano horizontal para saber si está crudo o cocido.

25.- Un cuerpo de momento de inercia I cae por un plano inclinado rodando sin deslizar una vez, y deslizándose sin rodar otra. ¿En qué caso llegará más pronto al suelo, es decir, en qué caso tendrá mayor aceleración?

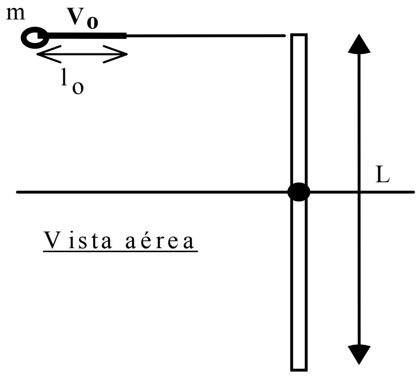
26.- Un disco de radio R y masa M, inicialmente en reposo, se encuentra apoyado sobre una mesa horizontal en la posición indicada en la figura formando un ángulo inicial de 30° con la vertical. Determinar la velocidad angular del disco en el momento en que la cara alcanza la mesa, suponiendo que no desliza.



$$\text{Solución: } \omega = \sqrt{\frac{8\ g\ \cos 30}{5\ R}}$$

27.- Una pieza, en forma de disco de radio R = 10 cm y masa M = 0.5 kg, desprendida de la estación Mir durante la colisión con el vehículo Progress, permanece en el espacio con energía cinética despreciable. Un meteorito de masa m = 50 g y una velocidad v = 1080 km/h choca con el disco perpendicularmente a su plano en un punto en la mitad del radio, atravesándolo sin pérdida apreciable de masa. El meteorito se aleja con una velocidad v' = 720 km/h ¿Cuál será la energía cinética del disco después del choque? Solución: $E_c = 50$ J

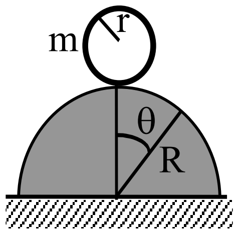
28.- Un caballero montado en su caballo avanza con su lanza en ristre de longitud l_o hacia un tablón de masa M y longitud L que puede girar libremente en torno a su centro de masas. Ver la figura. Sean V_o y V_f las velocidades del caballero antes y después del impacto con el tablón. Suponer que el caballero, tras golpear con la lanza el extremo del tablón, continúa moviéndose en la misma dirección y sentido. Calcular la relación $e = V_f / V_o$ para que el tablón, tras el impacto, golpee al caballero en la cabeza. En el choque considerar el conjunto caballero-caballo como una masa puntual m y la lanza de masa despreciable. Datos: $L = 3\ l_o$; $M = 2\ m$.



$$\text{Solución: } e = \frac{V_f}{V_o} = \frac{1}{1+\pi}$$

29.- Un cilindro macizo de masa M y radio R cae por un plano inclinado de ángulo θ. ¿Cuál es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático μ_{emin} para el cual el cilindro rodará sin deslizamiento? $I_{CM} = 1/2\ M\ R^2$.

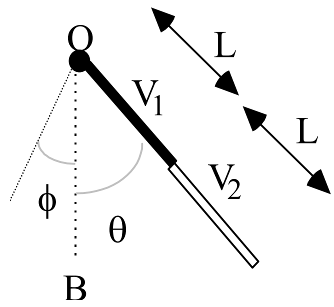
$$\text{Solución: } \mu_{emin} = \frac{1}{3}\ \text{tag}\ \theta$$



30.- Un aro uniforme de masa m y radio r rueda sin deslizar sobre un semicilindro fijo de radio R tal como se indica en la figura. Si el aro comienza a rodar partiendo del reposo en el punto más alto del simicilindro, calcula el ángulo θ para el cual el aro se separa del cilindro. Momento de inercia de un aro respecto a un eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano del aro, $I = mr^2$.

Solución: $\theta = 60^o$

31.- Se dispone de dos varillas iguales V_1 y V_2 de masa m y longitud L cada una de ellas. Mediante un pegamento se unen por un extremo y se colocan según el dibujo, de forma que pueden girar libremente alrededor de O. El sistema se deja caer desde un ángulo θ. Cuando el conjunto pasa por B, la varilla V_2 se despega, abandonando el sistema. Calcular el valor del ángulo inicial θ para que la varilla V_1 gire un ángulo $\phi = 60^o$.

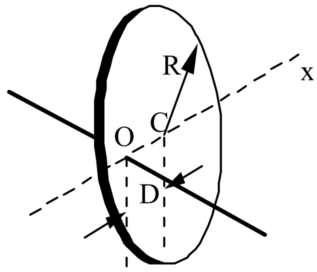


Solución: $\theta = \pi/2 = 90^o$

32.- Sea una varilla uniforme de longitud L y masa M que puede pivotar alrededor de un eje perpendicular situado a una distancia d de su centro de masas. De este modo, la varilla puede oscilar libremente en el plano vertical. Suponiendo que dichas oscilaciones son pequeñas, es decir, describen ángulos θ pequeños respecto a la vertical, calcular el periodo de dichas pequeñas oscilaciones en función de la distancia d. Dato: si θ es pequeño, sen θ ≈ θ.

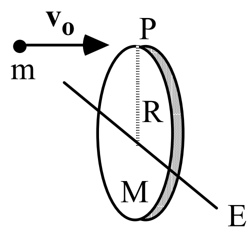
Solución: $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{L^2 + 12\, d^2}{12\, d\, g}}$

33.- Un disco de radio R y masa M puede girar libremente alrededor de un eje horizontal normal al plano del disco y que pasa por el punto O situado a una distancia D de su centro. Si se abandona el disco en la posición indicada en la figura, determinar el valor de D para que su aceleración angular inicial sea máxima.



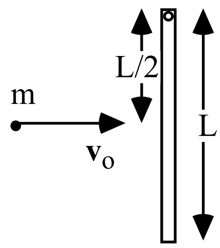
Solución: $D = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$

34.- Un disco delgado, macizo y homogéneo de masa M, y radio R está inicialmente en reposo dispuesto en un plano vertical. El disco puede girar alrededor de un eje horizontal fijo E que coincide con un diámetro del disco, como indica la figura. En dirección perpendicular al plano del disco se lanza una pequeña masa m de plastilina con velocidad horizontal v_o. La masa m choca en el punto P de la periferia del disco y se queda pegada a él. La relación entre las masas es M = 36m, y el eje E no presenta rozamiento. Calcula la velocidad angular del conjunto (disco+plastilina) en el instante en que completa media vuelta. Da el resultado en función de la gravedad g, R y v_o. Dato: Momento de inercia de un disco respecto a un eje perpendicular al disco y que pasa por su centro $I = \frac{1}{2} MR^2$.



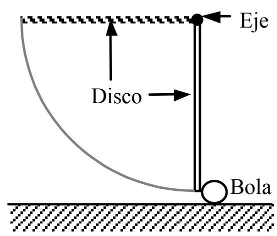
Solución: $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{5R}\left(2g + \dfrac{v_o^2}{20\, R}\right)}$

35.- Una barra uniforme de longitud L y masa M cuelga vertical de un eje sin rozamientos situado en su extremo superior como indica la figura. La barra, inicialmente en reposo, recibe en su punto medio el impacto de una partícula de masa m que se movía con velocidad $v_o = \sqrt{10gL}$. Tras el choque la partícula se queda pegada a la barra. Sabiendo que la relación entre las masas es M=3m, calcula la aceleración angular α del conjunto (barra+partícula) en el momento en que éste se detiene un instante antes de cambiar su sentido de giro. Da el resultado en función de g y L. Momento de inercia de una barra respecto a un eje que pasa por un extremo, $I = \frac{1}{3} ML^2$.



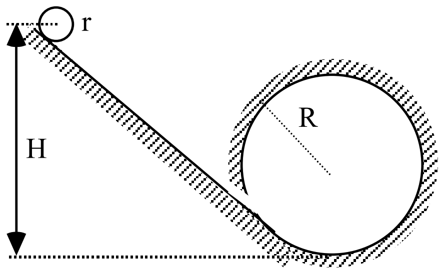
Solución: $\alpha = \dfrac{4\sqrt{3}}{5} \dfrac{g}{L}$

36.- Un disco de radio R y masa M puede girar alrededor de un eje horizontal fijo, tangente al mismo como indica la figura. Se deja caer desde la posición horizontal y golpea elásticamente una bola que estaba en reposo, con su borde inferior, justo cuando está en la posición vertical. ¿Cuánto debe valer la masa m de la bola para que el disco se quede quieto después del choque?



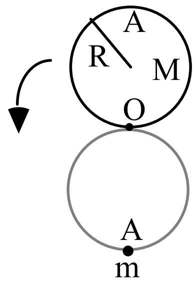
Solución: $m = \frac{5M}{16}$

37.- Un cilindro macizo de masa m y radio r rueda sin deslizar a lo largo de la pista en forma de bucle que muestra la figura. El cilindro parte del reposo cuando su centro está a una altura H del suelo. El radio del bucle es R = 5 r . El momento de inercia del cilindro respecto a su eje es $I = \frac{1}{2}\ m\ r^2$. Calcula el valor mínimo que debe tener H para que el cilindro recorra completamente el bucle sin separarse de la pista. Da el resultado en función de r. Solución: $H_{min} = 12\ r$



38.- Una bolita de masa m y radio r, inicialmente en reposo en el punto más alto de una gran semiesfera fija de radio R, comienza a rodar sin deslizar por la superficie de la esfera. Determinar el ángulo θ desde el polo norte de la esfera hasta el punto donde la bolita pierde el contacto con dicha esfera. Momento de inercia de la bolita respecto a un diámetro $I = \frac{2}{5}\ m\ r^2$ Solución: θ = 54º

39.- Un disco macizo y homogéneo de masa M y radio R está dispuesto en un plano vertical. El disco puede girar alrededor de un eje fijo perpendicular al disco y que pasa por un punto O de su periferia. El disco comienza a girar partiendo del reposo desde la posición superior como indica la figura. En el punto más bajo de su rotación, el disco choca con una pequeña bola de plastilina de masa m = M/8 que estaba inicialmente en reposo. Debido al choque, la bola se queda pegada al disco en el punto A de su periferia. Calcula la velocidad angular de rotación del conjunto (disco+bola) justo después del choque. Da el resultado en función de g y R. Momento de inercia del disco respecto a un eje perpendicular al disco y que pasa por su centro $I = \frac{1}{2}\ m\ R^2$.

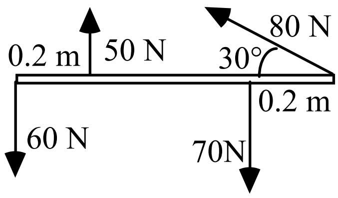


Solución: $\omega = \sqrt{\frac{3\ g}{2\ R}}$

ESTÁTICA

1.- La varilla uniforme que se muestra en la figura pesa 40N, mide 1m de longitud y está sometida a las fuerzas que se indican. Calcula el módulo, localización, dirección y sentido de la fuerza F necesaria para conservar la varilla en equilibrio.

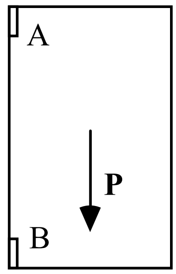
Solución: F= 105.8N, forma un ángulo de 49.1° con la horizontal y aplicada a 0.675m del extremo derecho.



2.- Un puente de 100m de largo y 10000 N de peso se mantiene en posición horizontal mediante dos columnas situadas en sus extremos. ¿Cuáles son las reacciones de las columnas sobre el puente cuando hay tres coches sobre el puente a 30m, 60m y 80m de uno de sus extremos, cuyos pesos son, respectivamente, 1500 N, 1000 N y 1200 N? Solución: 6690 N y 7010 N.

3.- La separación entre las bisagras A y B de la puerta de la figura es de 2.5m, tiene 1m de anchura y 400N de peso. Sabiendo que el peso de la puerta es soportado únicamente por la bisagra superior hallar las fuerzas ejercidas por las bisagras sobre la puerta.

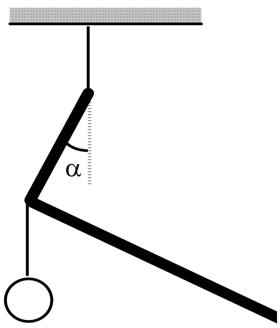
Solución: F_A= 407.9N F_B= 80N.



4.- Colócate lateralmente junto a una pared con un hombro y un pie pegados a ella e intenta levantar el pie que no queda junto a la pared. Explica e interpreta físicamente lo que sucede.

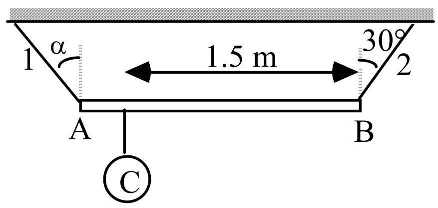
5.- Dos barras de un mismo material están unidas en ángulo recto como indica la figura. La densidad del material es ρ = 0.8 g/cm^3 y la sección de las mismas es de 4 cm^2. La longitud de las barras es de 1 m y 2.414 m. El conjunto se suspende del techo por medio de un pequeño hilo, del que cuelga el extremo libre de la varilla más corta. a) ¿Qué ángulo α formará dicha barra con la vertical cuando el sistema alcance el equilibrio? b) Posteriormente, se cuelga una pequeña esfera del extremo donde se unen las dos barras. ¿Qué masa deberá tener la esfera para que el ángulo anterior se reduzca en 15°?

Solución: α= 45° m= 0.682 kg



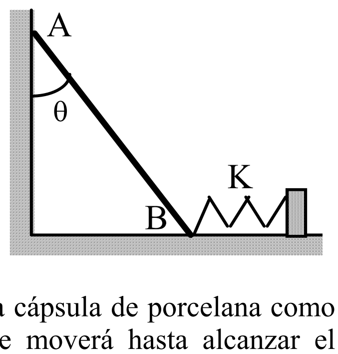
6.- La viga AB mostrada en la figura es homogénea, tiene un peso de 120 N. y mide 2 m. de longitud. La viga se encuentra soportada por dos cuerdas como indica la figura. Un peso C de 40 N. está suspendido a 1.5 m de separación desde es extremo derecho B de la viga. La cuerda 2 forma un ángulo de 30° con la vertical. Calcula: a) Los módulos de las tensiones en cada una de las cuerda 1 y 2. b) El ángulo α formado por la cuerda izquierda 1 con la vertical.

Solución: a) T_1 = 98.66N T_2 = 80.83N b) α = 24.18°

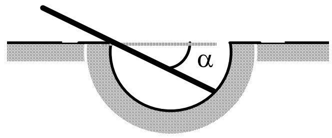


7.- Dos muchachos tiran de los extremos de una cuerda en sentidos opuestos, cada uno con una fuerza de 20N. ¿Qué indicaría un dinamómetro situado en el centro de la cuerda?

8.- Una barra rectilínea AB, homogénea, de longitud 1m y peso 100N, se apoya en una pared vertical y en el suelo ambos lisos. Un resorte de constante elástica K, suficientemente largo, está dispuesto como indica la figura. El resorte tiene una longitud natural que corresponde a la barra en posición vertical. Determina el ángulo θ (o ángulos) para el (o los) cual(es) la barra estará en equilibrio en cada uno de los casos siguientes: a) K= 62.5N/m y b) K= 30N/m. Solución: a) θ = 0 y θ = 36° 52' b) Solo θ = 0

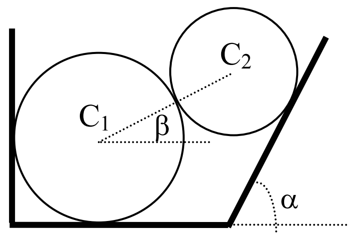


9.- Un agitador de longitud 2L se apoya sobre el fondo y el borde de una cápsula de porcelana como indica la figura. Si se suponen despreciables los rozamientos, el agitador se moverá hasta alcanzar el equilibrio. Calcula el ángulo α que formará el agitador con la horizontal en al posición de equilibrio. El agitador es una barra uniforme de peso P y la cápsula es simiesférica de radio R<L.



$$\text{Solución: } \cos\alpha = \frac{L + \sqrt{L^2 + 32R^2}}{8\,R}$$

10.- Dos cilindros están en equilibrio entre tres plano lisos y sin rozamiento como indica la figura. Si conocemos sus pesos son P_1 y P_2 y los ángulos α y β, calcula las fuerzas que ejercen cada uno de los planos sobre los cilindros, y las fuerzas que ejercen ambos cilindros entre sí.

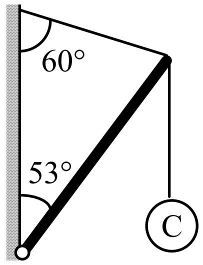


$$\text{Solución: } F_{12} = \frac{P_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\alpha \;\operatorname{sen}\beta + \cos\alpha \;\cos\beta}$$

$$R_{suelo} = P_1 + \frac{P_2 \operatorname{sen}\alpha \;\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha \;\operatorname{sen}\beta + \cos\alpha \;\cos\beta}$$

$$R_{pared\ incli} = \frac{P_2}{\operatorname{sen}\alpha \;\operatorname{tg}\beta + \cos\alpha} \qquad R_{pared\ vert} = \frac{P_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\alpha \;\operatorname{tg}\beta + \cos\alpha}$$

11.- Una viga uniforme de 4m de longitud y 10kg. de masa está unida a una pared vertical mediante una articulación con un extremo y un cable con el otro, como indica la figura. La viga soporta además una masa C de 20kg. a) Dibuja el diagrama del cuerpo libre de la viga. b) Calcula el módulo T de la tensión del cable y c) la fuerza que ejerce la articulación sobre la viga y el ángulo α que forma con la horizontal



Solución: a) T= 213 N b)F= 263 N α = 45° 36'

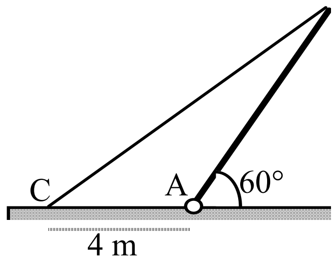
12.- Calcula la mínima fuerza F horizontal que debe aplicarse al centro de un rodillo de 100 kg de masa y 50 cm de radio para hacerlo pasar por encima de un escalón de 10 cm de altura.

Solución: F= 735 N

13.- Una escalera uniforme de 6 m de longitud y 40 kg de masa, se apoya entre un suelo rugoso y una pared vertical lisa sin rozamiento, formando un ángulo de 60° con el suelo. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre la escalera y el suelo es de 0.3, calcula hasta qué punto de la escalera puede ascender una persona de 70 kg de masa sin que la escalera se resbale.

Solución: Puede ascender 3.18 m.

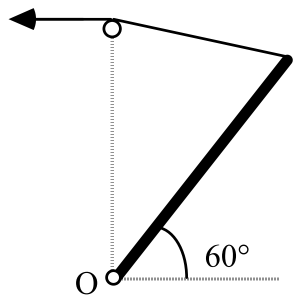
14.- Una viga AB de 6 m de longitud y 800 kg de masa está fija al suelo por la articulación A, formando un ángulo de 60° con la horizontal gracias al cable BC, como indica la figura. La distancia CA es de 4 m. Calcula: a) La tensión que ejerce el cable. b) La fuerza R que ejerce la articulación A sobre la viga y el ángulo α que forma esta fuerza con la horizontal.



Solución: a) T = 4933.2 N b) R_x = 3961.5 N

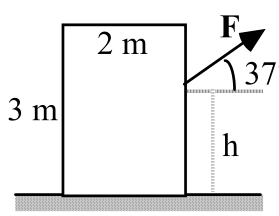
R_y = 10778 N α = 69.82°

15.- Una barra de 2 kg de masa y 2 m de longitud puede girar en un plano vertical en torno a una articulación fija O, sin rozamiento, situada en uno de sus extremos. En la vertical de O y a 2 m por encima de este punto se halla una polea de dimensiones, masa y resistencia despreciables por la que pasa un cable que va unido al otro extremo de la barra. a) Calcula la fuerza con que hay que tirar del cable para mantener en equilibrio la barra en una posición que forme un ángulo de 60° por encima de la horizontal. b) En esa situación, halla la fuerza que ejerce la articulación O sobre la barra, y el ángulo ϕ que forma esta fuerza con la horizontal.



Solución: a) T = 5.07 N b) F = 18.9 N ϕ = 75°

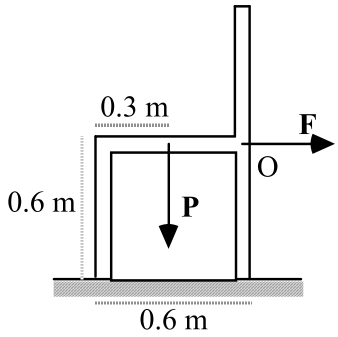
16.- Una fuerza F actúa sobre un bloque rectangular que pesa 100N, según se ve en la figura. a) Si el bloque se mueve con velocidad constante, cuando F= 50N y



h=1m, determinar el coeficiente de rozamiento cinético y el punto de aplicación de la fuerza normal ejercida por el plano al bloque. b) Si F=75N, calcular el valor de h para el cual el bloque estará a punto de volcarse.

Solución: a) $\mu_c = 0.57$ La normal estará aplicada a 6/7m desde el vértice de la derecha. b) h=5/3m

17.- Queremos arrastrar una silla de 25 kg, a velocidad constante, sobre el suelo horizontal, siendo el coeficiente de rozamiento cinético μ_c = 0.3. a) Calcula el módulo de la fuerza horizontal F, aplicada en el punto O, necesaria para arrastrarla? b) ¿Cuál es la reacción vertical del suelo en las patas delanteras y traseras, en dicho caso c) ¿A qué altura máxima, h_{max}, se podrá aplicar la fuerza de arrastre F sin que vuelque la silla.

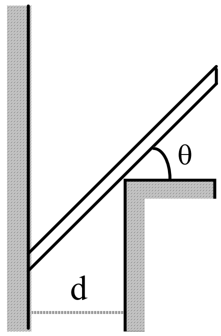


Solución: a) F= 73.5N b) N_{delan} = 49N

N_{trase} =196N c) h_{max} = 1m

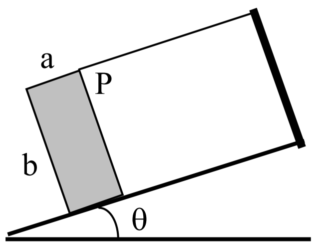
18.- Una barra de longitud L = 1 m y masa m= 500 g, está apoyada como indica la figura. Si θ = 45° y d= 40 cm, ¿cuánto vale el coeficiente de rozamiento estático μ_e entre la barra y la pared vertical, para que la barra permanezca en equilibrio, considerando que no hay más rozamientos?

Solución: μ_e = 1.26

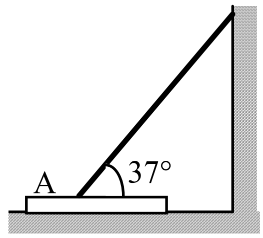


19.- Un bloque rectangular de masa m y dimensiones a y b se dispone sobre un plano inclinado como indica la figura. Se ata una cuerda en el vértice P de manera que la cuerda siempre quede tensa y paralela al plano inclinado. ¿Cuál es el ángulo θ para el cual el bloque está a punto de volcarse? La relación entre las dimensiones del bloque es b/a = 4 y el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano inclinado es μ_e = 0.8.

Solución: θ = 61.6°

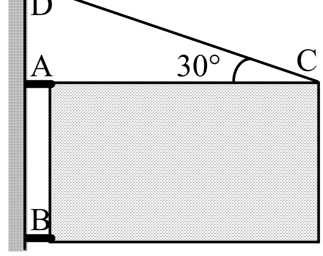


20.- Una escalera de 60 kg y 5 m de longitud se apoya en una pared vertical sin rozamiento y sobre una placa rugosa A de 30 kg de masa y de espesor despreciable como indica la figura. El coeficiente de rozamiento estático entre la escalera y la placa es de 0.3. La placa, a su vez, tiene con el suelo un coeficiente de rozamiento estático de 0.4. Una persona de 80 kg asciende por la escalera partiendo desde abajo. Halla: a) ¿Hasta dónde sube la persona como máximo sin que se destruya el equilibrio? b) Los valores necesarios de los coeficientes de rozamiento para que pueda subir hasta lo más alto de la escalera.



Solución: a) 0.103 m b) μ_{escal} = 1.04 μ_{suelo} = 0.86

21.- Un cartel rectangular y homogéneo de 2.4 m de largo y 1.2 m de ancho tiene 40 kg de masa. El cartel está suspendido por las esquina A y B. Para alivar el esfuerzo sobre la esquina superior A, se coloca un cable CD como indica la figura. Se aumenta la tensión en el cable hasta que la fuerza horizontal sobre la esquina A sea nula. a) ¿Cuál es la tensión en el cable CD? b) ¿Cuál es el valor de la componente horizontal de la fuerza en el esquina B? c) ¿Cuál es la fuerza vertical ejercida en conjunto sobre las esquinas A y B?

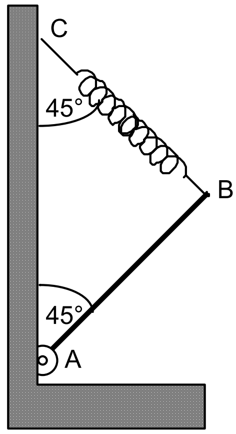


Solución: a) T= 21.43 Kp b) F_{Bhoriz} = 18.56 Kp

c) $F_{Bvert} + F_A$= 29.28 Kp

22.- Una escalera de masa m se apoya contra una gran esfera pulida de radio R que se encuentra fija sobre un suelo horizontal. La escalera forma un ángulo de 60° con la horizontal y su longitud es de L = 5R/2. La esfera no ofrece ningún tipo de rozamiento. a) Calcula la altura h sobre el suelo del punto de contacto entre la escalera y la esfera. b) Sabiendo que la escalera está a punto de resbalar, calcula el coeficiente de rozamiento estático μ_e entre la escalera y el suelo.

Solución: a) h = 1.5 R   b) μ_e = 0.38

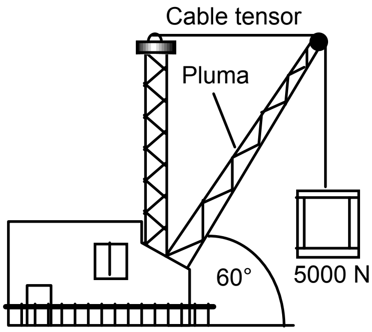


23.- En el sistema de la figura, la barra AB tiene una longitud de 100 cm y una masa de 5 kg. En el equilibrio, los ángulos en A y en C son de 45°. Si la constante elástica del resorte es K = 400 N/m. (a) Calcular su longitud natural. (b) Calcular el valor de la masa M que, colgada en el punto B, haga que el nuevo equilibrio se alcance cuando el ángulo en A sea de 90°.

Solución: a) l_o = 95.67 cm   b) M = 23.3 kg

24.- Doblamos un alambre de masa m, longitud L, y de sección constante por su punto medio, de manera que ambas mitades forman un ángulo α. Determinar el valor de este ángulo para que, al colgar el alambre por un extremo, cuando alcance el equilibrio, el segmento libre permanezca en posición horizontal.

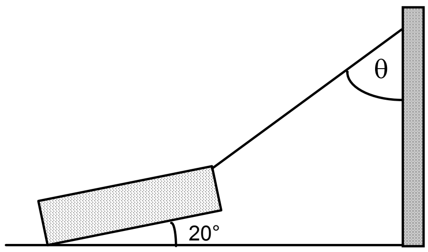
Solución: α = 70.53º



25.- La pluma de la figura pesa 2800 N y está sujeta en su base con un pivote sin fricción. La pluma no es uniforme; la distancia del pivote a su centro de gravedad es el 40% de su longitud. Calcular la tensión T en el cable tensor y las componentes vertical F_V y horizontal F_H de la fuerza ejercida en la base de la pluma.

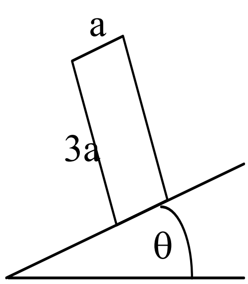
Solución: T = 3533.4 N F_H = 3533.4 N

F_V = 7800 N



26.- Un tronco uniforme de 100 kg de masa, 4 m de longitud y 12 cm de radio se mantiene en posición inclinada como indica la figura. El coeficiente de rozamiento estático entre el tronco y la superficie horizontal es 0.6. El tronco está a punto de deslizar hacia la derecha. Determinar la tensión T en el alambre soporte y el ángulo θ que este alambre forma con la pared vertical.

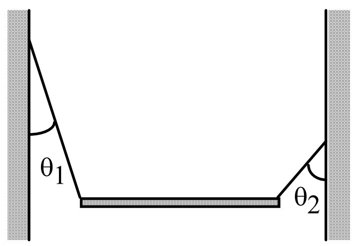
Solución: T = 635.7 N θ = 21.51º



27.- Un bloque rectangular de densidad uniforme se sitúa sobre un plano inclinado como indica la figura. Si el coeficiente de rozamiento estático es μ_e = 0.4, ¿deslizará el bloque o volcará, al aumentar lentamente el ángulo θ ?

Solución: El deslizamiento ocurriría con un ángulo θ_d = 21.8º

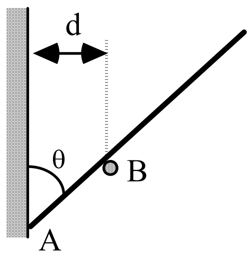
pero primero ocurre el vuelco con un ángulo θ_V = 18.4º



28.- Una barra de densidad no uniforme, de masa m y longitud L = 1m, se halla suspendida de dos cuerdas que forman ángulos con la vertical θ_1 = 30º y θ_2 = 60º como indica la figura. Calcular la posición del centro de gravedad de la barra.

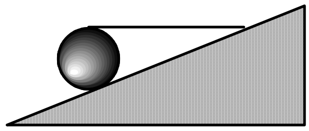
Solución: Se halla a 0.25 m del extremo izquierdo.

29.- Una varilla homogénea de longitud 2L y peso P está apoyada en equilibrio entre una pared vertical lisa y un clavo liso B. El clavo está a una distancia d = L/8 de la pared. Calcula el ángulo θ que forma la varilla con la pared y el valor de las fuerzas que ejercen la pared y el clavo sobre la varilla.



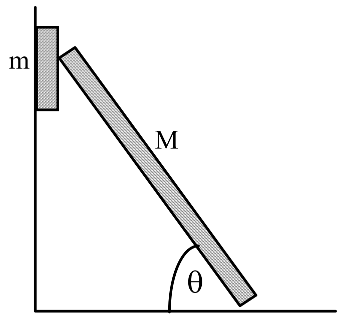
Solución: $\theta = 30^\circ$ $\qquad F_A = \sqrt{3}\ P$ $\qquad F_B = 2\ P$

30.- Una esfera uniforme, de 3 kg de masa y 20 cm de radio, se mantiene en reposo sobre un plano, inclinado 30° respecto a la horizontal, mediante una cuerda horizontal, como indica la figura. Calcular: a) La tensión de la cuerda, b) la fuerza normal ejercida por el plano inclinado sobre la esfera, c) la fuerza de rozamiento que actúa sobre la esfera.



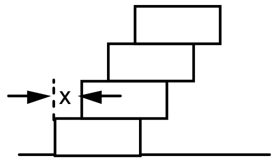
Solución: a) T = 7.88 N $\qquad$ b) N = 29.4 N $\qquad$ c) F_{roz} = 7.88 N

31.- Una viga de madera de longitud L, está apoyada en el suelo y en un bloque, también de madera, como se ve en la figura. Entre el bloque y la pared no existe rozamiento. Si el ángulo θ es de 50° y las masas son m = 3 kg y M = 10 kg, ¿cuánto deben valer, como mínimo, los coeficientes de rozamiento entre el bloque y la viga (μ_1) y entre la viga y el suelo (μ_2)? No considerar los espesores.



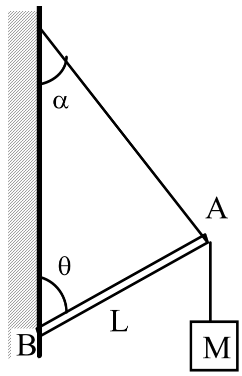
Solución: $\mu_1 \geq 0.447$ $\qquad \mu_2 \geq 0.516$

32.- Tenemos cuatro bloques uniformes de 5 kg de masa cada uno con las siguientes medidas: 60 cm de largo, 20 cm de alto y 20 cm de ancho. Si los disponemos como se ve en la figura, ¿cuánto debe valer, como máximo, la distancia x entre los bordes de cada bloque y el inmediatamente superior para que el sistema permanezca en equilibrio?



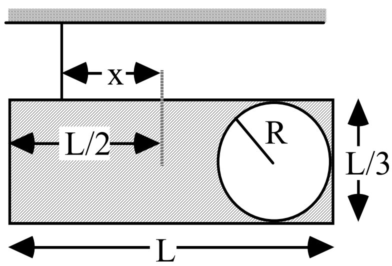
Solución: x = 15 cm

34.- Una viga uniforme de longitud L y masa m se sostiene mediante un cable unido a su extremo A como indica la figura. El otro extremo B de la viga se encuentra apoyado en una pared vertical con rozamiento. La viga, que forma un ángulo θ = 60º con la pared, se mantiene en esa posición por el cable y el rozamiento con la pared. El cable forma un ángulo α = 30º con la pared. Del extremo A de la viga cuelga un cuerpo de masa M = 4 m. a) Calcula el mínimo valor que puede tener el coeficiente de rozamiento estático μ_e entre la pared y la viga sin que ésta resbale. b) Para esta situación, calcula el valor de la fuerza de rozamiento sobre la viga. Da este resultado en función de m y g.



Solución: a) $\mu_e = 0.83$ $\qquad$ b) F_{roz} = 1.62 m g

35.- Una placa rectangular homogénea de espesor d y densidad ρ, tiene un hueco circular de radio R=L/6. La placa cuelga de una cuerda como indica la figura. a) Calcula la distancia x. Da este resultado en función de L. b) Calcula la tensión de la cuerda. Da este resultado en función de d, ρ, L y g.



Solución: a) $x = \dfrac{\pi L}{3(12 - \pi)}$ $\qquad$ b) $T = \dfrac{\rho g L^2 d}{3}\left(1 - \dfrac{\pi}{12}\right)$

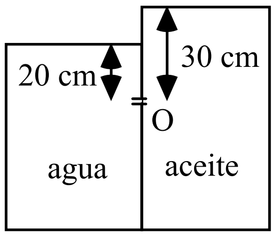
ESTÁTICA DE FLUIDOS

1.- En dos tubos comunicantes que contienen mercurio (ρ= 13.6 g/cm^3) se echan por uno de ellos alturas iguales de agua primero y aceite (ρ= 0.91 g/cm^3) después, y por el otro igual altura de un cierto líquido. El nivel del mercurio en este último tubo queda sobre el otro 1/20 de la altura dicha. Calcula la densidad de este último líquido. Solución: ρ= 1.23 g/cm^3

2.- Un tubo en U está parcialmente lleno de agua. Otro líquido, que no se mezcla con el agua, se vacía por un lado hasta que queda a una altura d sobre el nivel del agua del otro lado, que mientras tanto se ha elevado una altura L. Encontrar la densidad del líquido con relación a la densidad del agua.

Solución: $\rho_{líquido}$= (2 L ρ_{agua})/(2L + d)

3.- Dos depósitos cerrados de gran sección y altura están adosados como muestra la figura. El depósito más bajo está completamente lleno de agua y el otro completamente lleno de aceite de 0.6 g/cm^3 de densidad. A 20 cm del techo del depósito de agua hay un orificio O que conecta ambos depósitos y que está inicialmente cerrado. Al abrirse el orifico: a) ¿cuál de los líquidos pasara al depósito contiguo?, b) ¿qué altura bajará el nivel de dicho líquido?



Solución: a) Pasará agua al depósito de aceite, y aceite al depósito de agua.
b) En el depósito de agua bajará el nivel de agua 5 cm.

4.- Una esfera hueca de hierro de densidad 7.7 g/cm^3 y de radio exterior l0 cm, se sumerge en alcohol de densidad 0.8 g/cm^3 hasta su mitad. ¿Cuál es su espesor E? Solución: E= 0.18 cm

5.- Una caja rectangular de 60 kg de masa que está abierta por su parte superior, tiene dimensiones en su base de 1m de ancho por 0.8 m de largo y una altura de 0.5 m. a) ¿Qué longitud de la altura de la caja vacía quedará sumergida si flota en agua? b) Calcula la masa de lastre que se tendría que meter en la caja para que la longitud sumergida fuera de 30 cm. Solución: a) 7.5 cm b) 180 kg.

6.- Se echa un cubo de plástico en una vasija que contiene agua y una capa de aceite de densidad 0.85 g/cm^3. El cubo queda flotando entre el agua y el aceite con los 3/4 de su arista sumergido en agua y sin sobresalir por la superficie superior del aceite ¿Cuál es la densidad del plástico?

Solución: $\rho_{plástico}$= 0.96 g/cm^3

7.- Un taco de madera de 40 g se sujeta a un hilo de peso despreciable. El otro extremo del hilo va al fondo de un recipiente y se ata a un dinamómetro situado en el fondo y hacia arriba, consiguiendo que el taco esté completamente sumergido. El dinamómetro señala 50 gramos. Hallar la densidad de la madera.

Solución: ρ_{madera} = 0.44 g/cm^3.

8.- Tenemos dos vasos iguales, llenos de agua hasta los bordes, pero en uno no hay más que agua, mientras que en el otro flota un trozo de madera. ¿Cuál de los dos vasos con su contenido pesa más?

9.- La densidad del hielo es de 920 kg/m^3 y la del agua salada 1030 kg/m^3 . ¿Cuál es el porcentaje de volumen sumergido de un iceberg? Solución: 89%

10.- En un recipiente hay mercurio de densidad 13.6 g/cm^3 y por encima de él otro líquido de densidad ρ desconocida. Un cuerpo de latón de densidad 8.6 g/cm^3 se encuentra en equilibrio completamente sumergido entre ambos líquidos de forma que el cuerpo emerge del mercurio un volumen V_2 y la razón del volumen total V a V_2 es V/V_2= 2.52. Calcula la densidad ρ del otro líquido.

Solución: ρ= 1 g/cm^3

11.- Un tubo cilíndrico hueco de 20 cm de diámetro cerrado por su base inferior y de 15 kg de masa, flota en el agua, con 10 cm de su altura por encima del nivel del agua cuando lleva colgado de su base inferior un bloque de hierro de 10 kg. a) Calcula el periodo de las oscilaciones armónicas verticales que ejecuta el conjunto cuando se le separa muy poco de su posición de equilibrio hundiéndole una pequeña longitud extra Δx. b) Si el bloque se coloca ahora dentro del tubo, ¿qué parte de la altura del tubo se encontrará por encima de la superficie del agua? La densidad del hierro es 7.8 g/cm^3.

Solución: a) T = 1.79 s b) 5.92 cm

12.- Un cilindro de madera (ρ= 0.8 g/cm^3) tiene de radio r = 2 cm y 1 cm de altura. Flota en el agua con sus bases horizontales. Calcula el período de las oscilaciones armónicas que ejecuta cuando se le separa muy poco de su posición de equilibrio hundiéndole una pequeña longitud x. Solución: T = 0.18 s

13.- Una barra homogénea de 1 m de longitud y de peso despreciable está apoyada por su centro. A 75 cm de un extremo se cuelga un sólido de masa m y a 10 cm del dicho extremo una masa m' para que el conjunto esté en equilibrio. Se introduce el sólido en aceite con ρ' = 0.8 g/cm^3 teniendo que poner la masa m' a 18 cm del mismo extremo para seguir manteniendo el equilibrio. ¿Cuál es la densidad del sólido?

Solución: ρ = 4 g/cm^3

14.- ¿Qué longitud L hay que dar a un cilindro de platino de densidad 21.4 g/cm^3 que ha de lastrar a un cilindro de densidad 7.7 g/cm^3, del mismo diámetro y 12 cm de longitud para que el sistema flote verticalmente en mercurio de densidad 13.6g/cm^3 y emerja una longitud de 2 cm? Determina el periodo de las oscilaciones verticales del sistema cuando se le empuja ligeramente.

Solución: a) L= 5.59 cm b) T= 0.79 s

15.- ¿Cuánta agua se derramará al fundirse un pedazo de hielo de 50 g. de masa que está flotando en un recipiente lleno de agua hasta los bordes?

16.- Un niño juega con un barco cargado con tornillos, el barco con los tornillos en su interior flota en una bañera. Si el niño saca los tornillos del barco y los echa al agua, con lo cual el barco flota vacío, ¿el nivel del agua de la bañera ascenderá o descenderá?

17.- De una balanza de resorte cuelga un vaso de vidrio con agua y la balanza marca 273 g. En el agua se sumerge una piedra atada a un hilo fino sin que la piedra se apoye en el fondo del vaso, y el índice de la balanza marca 322 g. Se suelta el hilo y la piedra cae al fondo del vaso, la balanza indica 395 g. Calcula la densidad de la piedra. Solución: ρ_{piedra}= 2.49 g/cm^3.

18.- Un submarino de 1500 toneladas de masa necesita cargar sus depósitos de lastre con 3 $\cdot 10^5$ litros de agua para poder permanecer sumergido en equilibrio, cuando navega por el océano cuyas aguas tienen una densidad de 1.03 g/cm^3. En el hipotético caso de que la densidad del agua dependiera de la profundidad, h, como ρ(h) = K h (S.I.), donde K = 0.4 kg/m^4, ¿Entre qué profundidades podría navegar el submarino si el máximo lastre posible fuera 5 $\cdot 10^5$ litros de agua?

Solución: Profundidad máxima = 2985 m Profundidad mínima = 2569.7 m

19.- Un trozo de cera de densidad 0.9 g/cm^3 y 50 g de masa lleva incrustado un trozo de plata de 8 g de manera que el conjunto permanece en equilibrio totalmente sumergido en agua salada de densidad 1.03 g/cm^3. ¿Cuál es la densidad de la plata? Solución: ρ_{Ag}= 10.59 g/cm^3

20.- Un bloque cúbico de acero de densidad 7.8 g/cm^3 y arista L flota en mercurio de densidad 13.6 g/cm^3. a) ¿Qué fracción del bloque se encuentra por encima de la superficie del mercurio? b) Si se vierte agua sobre el mercurio, ¿qué profundidad ha de tener la capa de agua para que su superficie alcance justamente la parte superior del bloque de acero?

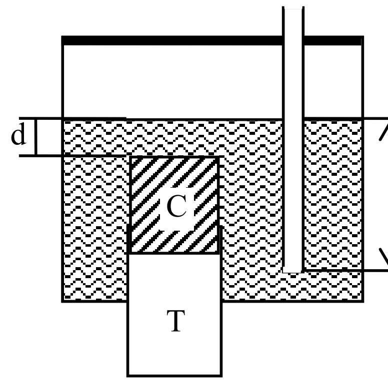
Solución: a) 43% del volumen del bloque b) Profundidad= 0.46 L

21.- En uno de los platillos de una balanza se coloca una tara constante y en el otro un recipiente. Para que exista equilibrio, hay que poner sucesivamente las siguientes masas en el platillo donde está el recipiente: 142.5 g cuando el recipiente está vacío; 130 g cuando está lleno de agua; 15.37 g cuando se sustituye el agua por un cuerpo cuya densidad se quiere hallar: 14.12 g cuando, dejado el cuerpo, se llenan los huecos con agua. Hallar la densidad del cuerpo. Solución: 11.3 g/cm^3

22.- Un cilindro C de 2 kg de masa y 700 cm^2 de sección está sumergido en agua como indica la figura. La parte inferior del cilindro está ligeramente introducida en un tubo T, que está cerrado por la parte inferior. El cilindro C ajusta perfectamente con el tubo T, sin existir ningún rozamiento entre ellos. ¿Cuál debe ser la presión mínima dentro del tubo T para que el cilindro C se desprenda?

Datos: d = 20 cm, h = 1m, presión atmosférica $P_o = 1.013 \cdot 10^5$ Pa.

Solución: P_{min} = 93740 Pa = 0.925 atm

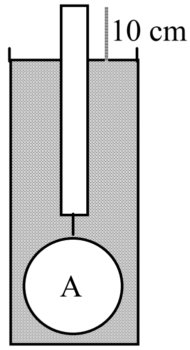


23.- ¿Qué radio mínimo debe de tener un globo hinchado con hidrógeno para que sea capaz de elevar una masa de 1000 kg? Densidad del hidrógeno 0.09 kg/m^3 y densidad del aire 1.293 kg/m^3.

Solución: R_{min}= 5.83 m

24.- Un palo cilíndrico de 1m de largo y 4 cm^2 de sección tiene una densidad de 0.7 g/cm^3. El palo está lastrado por su parte inferior con una bola A de cobre de densidad 8.8 g/cm^3, de forma que si se sumerge en el agua como indica la figura sobresalen 10 cm del palo por encima de la superficie del agua. Calcula: a) El volumen de la bola A. b) La densidad mínima que debiera tener la bola A para que el palo estuviera totalmente sumergido.

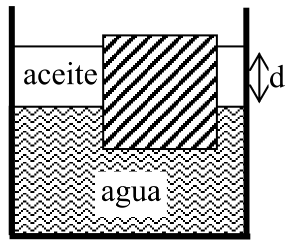
Solución: a) V_A= 10.25 cm^3 b) ρ_{Amin}= 12.7 g/cm^3.



25.- Un bloque cúbico de madera de 10 cm de lado y cuya densidad es ρ= 0.5 g/cm^3 flota en un recipiente que contiene una capa de aceite sobre agua como muestra la figura. La densidad del aceite es de 0.8 g/cm^3. El bloque flota de forma que la superficie superior de la capa de aceite se encuentra 4 cm por debajo de la cara superior del bloque. Calcula: a) El espesor d que tiene la capa de aceite. b) La densidad máxima que debería tener el aceite para que con ese mismo espesor d de la capa, el bloque estuviera totalmente sumergido.

Solución: a) d= 5 cm

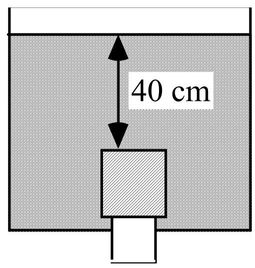
b) ρ_{aceite}= 0 g/cm^3, es decir, es imposible esa situación.



26.- Un buque tiene una masa total de 2000 toneladas cuando lleva su carga máxima en el mar. ¿Qué masa debe quitarse al navegar por un río? Densidad del agua de mar 1.03 g/cm^3. Densidad del agua del río= 1 g/cm^3. Solución: 58252.43 kg

27.- Un cubo de material ligero, de 0.7 g/cm^3 de densidad, de 20 cm de arista, está en el fondo de un recipiente que contiene aceite (ρ= 0.8 g/cm^3) a 40 cm de la superficie libre desde su base superior. La base inferior del cubo está sobre un orificio circular de 200 cm^2 de una cañería de desagüe que sobresale dos milímetros del fondo del recipiente y cuyo grueso de pared es despreciable. Calcula en Kp/cm^2 la presión mínima del aire que habrá que inyectar por la cañería de desagüe para que el cubo se desprenda.

Solución: P_{aire}= 0.044 kp/cm^2 + P_{atm}= 4312 Pa +P_{atm}.

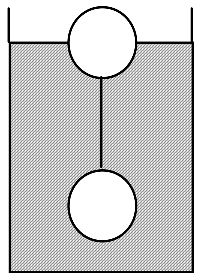


28.- En un recipiente cilíndrico de sección S = 5 cm^2 se echan V_1 = 50 cm^3 de agua de densidad ρ_1 = 1g/cm^3, V_2 = 40 cm^3 de aceite de densidad ρ_2 = 0.8 g/cm^3 y un cilindro de sección s = 4 cm^2, altura h = 10 cm y densidad ρ = 0.9 g/cm^3. Calcula a) la longitud L del cilindro que se encuentra sumergida en el agua y, b) las alturas de los dos líquidos sobre el fondo el recipiente.

Solución: a) L = 5 cm b) H_{ag} = 14 cm H_{ac} = 26 cm

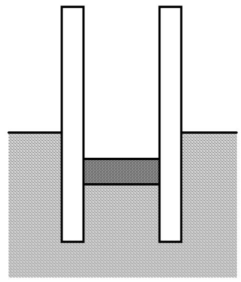
29.- Las dos bolas de la figura se hallan unidas por un hilo. En el equilibrio que muestra la figura, la bola superior flota sumergida en el agua hasta su mitad. La bola inferior es tres veces más pesada que la superior. El volumen de cada bola es de 10 cm^3. Calcula: a) la tensión en el hilo que une las bolas y, b) las densidades del material de cada bola. Solución: a) T = 12.25 $\cdot 10^{-3}$ N

b) ρ_{sup} = 0.375 g/cm^3 ρ_{inf} = 1.125 g/cm^3



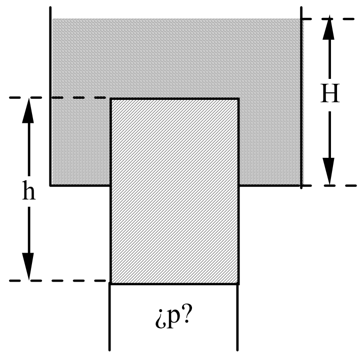
30.- Un cilindro hueco de madera, de densidad ρ_{mad} = 0.3 g/cm^3, de radio interior R_1 = 10 cm, radio exterior R_2 = 15 cm y longitud L = 50 cm, flota en el agua estando sumergida una longitud h. A continuación se introduce dentro del cilindro un émbolo de aluminio de densidad ρ_{Al} = 2.66 g/cm^3. Entre el émbolo y el cilindro de madera no existe rozamiento. En el equilibrio la base del émbolo está a 7 cm por encima de la base del cilindro. Calcula: a) la longitud h y, b) el grosor x del émbolo.

Solución: a) h = 15 cm b) x = 3 cm.



31.- Un cilindro ligero de densidad ρ_c = 0.8 g/cm^3, de altura h = 10 cm, obtura un orificio circular como indica la figura. El recipiente contiene agua de forma que su nivel está a H = 15 cm de altura sobre el fondo. El valor de la presión atmosférica es de 1.013 10^5 Pa. Calcular la presión p en la parte inferior del cilindro para que éste permanezca en equilibrio estando la mitad de su volumen dentro del recipiente. No existe rozamiento entre el cilindro y el orificio.

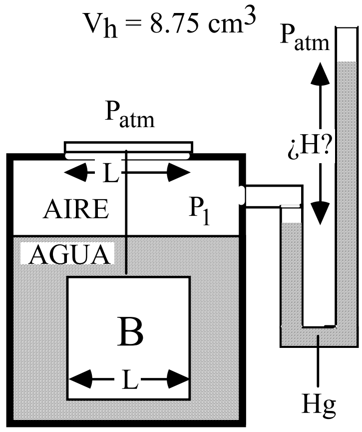
Solución: p = 103064 Pa



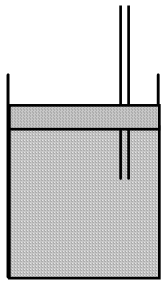
32.- Un cuerpo de un material desconocido y volumen V_c, tiene un hueco en su interior de volumen V_h<V_c. Colgando el cuerpo de un dinamómetro en el vacío y con su hueco vacío, el dinamómetro marca 196 N. Sumergido el cuerpo en agua, con su hueco lleno de aceite de densidad 0.8 g/cm^3, el dinamómetro marca 166.6 N. Sumergido el cuerpo en aceite de la misma densidad anterior, y con su hueco vacío, el dinamómetro marca 117.6 N. Calcula: a) la densidad del material del cuerpo y, b) los volúmenes V_c y V_h .

Solución: a) ρ = 16 g/cm^3 b) V_c = 10 cm^3 V_h = 8.75 cm^3

33.- Una placa de masa despreciable está apoyada cerrando la boca de un depósito que contiene aire y agua como indica la figura. La boca del recipiente y la placa tienen forma de un cuadrado de lado L = 10 cm. Un bloque cúbico B de arista L = 10 cm está colgado de la placa y completamente sumergido en el agua. La densidad del bloque B es ρ_B = 8 ρ, siendo ρ la densidad del agua. Dentro del tubo en forma de U conectado al depósito hay mercurio de densidad ρ_{Hg} = 14 ρ. Todo el sistema está en equilibrio, pero la presión P_1 del aire encerrado es tal que la placa está a punto de separarse de la boca del depósito. En esa situación, calcula el valor de la altura H. Solución: H = 5 cm

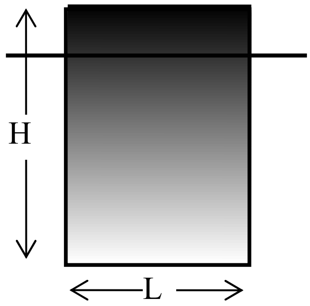


34.- La tapa del recipiente de la figura ajusta perfectamente y desliza sin rozamiento; tiene una sección de 600 cm^2 y una masa de 2 kg. Realizando un esfuerzo de aspiración intenso, la presión alveolar en los pulmones puede ser 80 mm de Hg inferior a la presión atmosférica. a) En estas condiciones, ¿a qué altura máxima h_{max} puede aspirarse con la boca agua del recipiente, utilizando un pequeño tubo de plástico? b) ¿Qué masa habría que poner encima de la tapa para poder aspirar hasta la misma altura un líquido de 1200 kg/m^3 de densidad?



Solución: a) h_{max} = 1.12 m b) m = 13.35 kg

35.- Un objeto de sección cuadrada se encuentra flotando en agua, en equilibrio, como muestra la figura. Su densidad varía con la altura siguiendo la expresión $\rho(h) = K\,h$, siendo K una constante y h la altura. ¿Hasta qué profundidad x estará hundido dicho objeto? Datos: K = 1000 kg/m^4; L = 20 cm; H = 1 m. Solución: x = 0.5 m



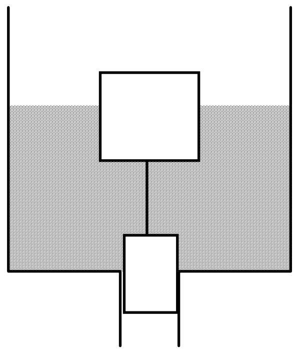
36.- En una vasija hay dos líquidos no miscibles de densidades ρ_1=1.2 g/cm^3 y ρ_2=0.8 g/cm^3. Se introduce un sólido de densidad ρ_s=0.9 g/cm^3. ¿Cuál es la relación entre los volúmenes sumergidos en cada líquido? Suponer el sólido completamente sumergido.

Solución: $V_2 = 3\ V_1$

37.- Un vaso de 1 kg de masa contiene 2 kg de agua y descansa sobre una balanza. Un bloque de 2 kg de aluminio (ρ=2.7 g/cm^3) suspendido de un dinamómetro se sumerge en el vaso. Determinar las lecturas de la balanza y el dinamómetro. Solución: dinamómetro: 12.34 N balanza: 36.66 N

38.- El depósito de la figura, que contiene agua y está abierto a la atmósfera, tiene un desagüe cilíndrico en el fondo, de 6 cm de diámetro interno en el que existe el vacío. Dicho desagüe está obturado por un tapón de corcho, de 10 cm de altura y 0.3 g/cm^3 de densidad, que ajusta perfectamente y que está unido mediante un hilo fino y resistente a un bloque de forma cúbica de 40 cm de lado, también de corcho de la misma densidad, que flota en el agua. La parte superior del tapón está a 40 cm de profundidad. ¿Cuánto tiene que estar sumergido el bloque, como mínimo, para que el tapón se desprenda?

Solución: 0.31 m



DINÁMICA DE FLUIDOS

1.- En un determinado punto de una tubería vertical, la velocidad del fluido es de 1 m/s y la presión de $3 \cdot 10^5$ Pa. Halla la presión en un segundo punto de la tubería situado 20 m por debajo del primero, si la sección transversal en este segundo punto es la mitad que la del primero. El fluido de la tubería es agua.

Solución: $P_2 = 4.945 \cdot 10^5$ Pa

2.- El ala de un avión tiene 4 metros cuadrados de superficie y 300 kg de masa. La velocidad del aire en la cara superior es de 70 m/s y debajo de la cara inferior de 50 m/s. ¿Cuál es la fuerza de sustentación del ala? ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre ella?. Densidad del aire 1.29 kg/m^3

Solución: $F_{susten} = 6192$ N $F_{neta} = 3252$ N

3.- Por un tubo circula agua con un gasto de 500 lit/s. Calcula la diferencia de presiones en dos puntos situados a una distancia vertical de 10 m, sabiendo que la sección del tubo en la parte más alta es doble que la correspondiente al punto más bajo (200 cm^2). Solución: $P_{arriba} - P_{abajo} = 136375$ Pa

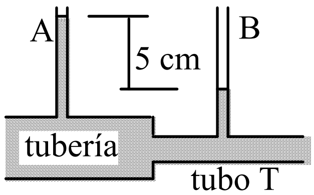
4.- Una corriente de agua circula por cierta conducción que termina en otra de diámetro mitad, formando el conjunto un ángulo de 30° con la horizontal. Un manómetro nos señala una diferencia de presión de 10 cm de Hg entre dos puntos situados un metro antes y después de la unión de ambos tubos. ¿Qué diferencia presentará la velocidad del agua en tales puntos?

Solución: $v_{antes} = 0.68$ m/s $v_{después} = 2.72$ m/s $\Delta v = 2.04$ m/s

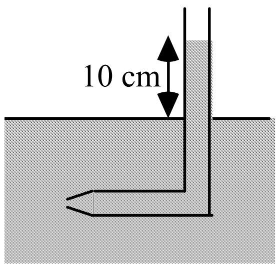
5.- Un jardinero emplea para riego una manga cuya embocadura tiene forma de tronco de cono cuyas secciones de las bases son: 5 cm^2 y 1 cm^2. La diferencia de presiones en las bases es de 1 atm, estando dicha embocadura inclinada 30°. ¿Hasta dónde alcanzará el agua?. Despreciar la diferencia de presión debida a la altura Solución: Alcance del agua= 18.65 m

6.- ¿Por qué es peligroso estar cerca del paso de un tren que va a gran velocidad? Explícalo físicamente.

7.- Para saber la velocidad del agua en una tubería empalmamos en ella un tubo T de menor sección. Colocamos dos tubos manométricos A y B uno en la tubería y el otro en el tubo T, y medimos la diferencia de altura entre los niveles superiores del líquido en tales tubos, que resulta ser de 5 cm. Sabiendo que la sección de T es 10 veces menor que la de la tubería, calcula la velocidad del líquido en ésta. Solución: $v_{tubería} = 0.1$ m/s



8.- Para medir la velocidad de las aguas de un río se introduce en él un tubo acodado en ángulo recto con un pequeño orificio en su extremo, como indica la figura. El agua asciende en el tubo una altura h = 10 cm. Calcula la velocidad del río. Solución: v= 1.4 m/s= 140 cm/s.



9.- Un depósito de agua, cuyo nivel se mantiene constante a una altura de 10 m, tiene un orificio en la parte más baja de su superficie lateral, por el que fluye el líquido. La sección de dicho orificio es de 1 dm^2. En un plano horizontal situado 1 m por debajo del fondo del depósito se quiere colocar un tubo que recoja el chorro. Calcular: a) la distancia horizontal del tubo al depósito; b) el ángulo α que tiene que formar el tubo con la horizontal para que el líquido no choque con sus paredes; c) la mínima sección para que el agua no se derrame. Despreciar el rozamiento con el aire. Solución: a) 6.32 m b) $\alpha = 17.5°$ c) 0.953 dm^2.

10.- Un depósito de gran sección cerrado contiene agua y sobre ella aire comprimido ejerciendo una presión de 5 kp/cm^2. A una distancia vertical de 2 m bajo la superficie libre del líquido hay practicado un orificio circular de 0.4 cm de diámetro situado a 1 m sobre el suelo. Calcula: a) La velocidad de salida del agua. b) El gasto teórico. c) El alcance horizontal del agua. d) La velocidad del líquido al llegar al suelo. e) El ángulo que forma tal velocidad con la horizontal. La presión atmosférica es de 1 kp/cm^2.

Solución: a) $v= 28.7$ m/s b) Gasto teórico= $3.6 \cdot 10^{-4}$ m^3/s= 360 cm^3/s
c) Alcance horizontal= 12.96 m c) v_x= 28.7 m/s v_y= 4.43 m/s
v= 29.04 m/s d) Angulo con la horizontal= - 8.77°= - 8° 46'

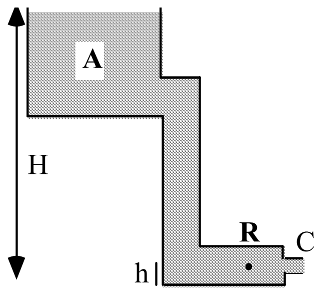
11.- El agua fluye con un gasto de 30 ml/s a través de una abertura que se encuentra en el fondo de un depósito que contiene líquido hasta un altura de 4m. Calcula el gasto a través de la abertura si se le añade en la superficie libre del líquido una presión de 50 kPa. Solución: gasto= $4.52 \cdot 10^{-5}$ m^3/s = 45.2 ml/s

12.- En un recipiente de sección muy grande S_1 se echa agua a razón de 0.2 litros por segundo. ¿Qué diámetro debe de tener el orificio que hay en el fondo del recipiente para que el agua se mantenga en él a un nivel constante de h = 8.3 cm? Solución: 1.41 cm.

13.- Un recipiente de sección muy grande S_1 está lleno de líquido hasta una altura h. A qué altura del fondo hay que abrir un orificio de sección muy pequeña para que el chorro corte al plano del fondo en un punto tal que su distancia a la pared del recipiente sea la misma que la altura del orificio sobre el plano del fondo. Solución: Hay que abrirlo a una altura del fondo igual a 4h/5.

14.- En la pared lateral de un depósito lleno de agua hasta una altura que se puede considerar constante de 180 cm, hay dos orificios situados en la misma vertical. Abiertos los dos, se observa que el alcance horizontal de las dos venas es el mismo. Calcula la distancia del orificio superior a la superficie libre, sabiendo que el inferior dista 40 cm del fondo del depósito. Solución: distancia= 0.4 m = 40 cm

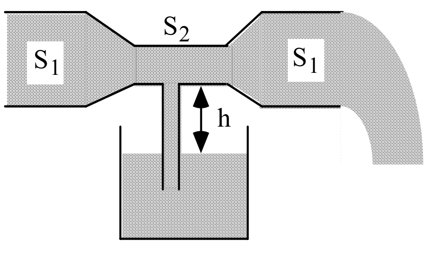
15.- De un depósito abierto A de sección muy grande sale agua continuamente a través de una tubería por el orificio C, como indica la figura. El nivel del agua en A se supone constante y a una altura H = 12m. La altura del orificio C es de h = 1.2 m. El área de la sección de la tubería es de 450 cm^2 y la del orificio C es de 225 cm^2. Calcula: a) La velocidad del agua y la presión en el punto R de la tubería. b) El gasto del caudal circulante en litros/segundo. Solución: a) v_R= 7.275 m/s
P_R= 180688.4 Pa = 1.783 atm b) G = 327.4 lit/s



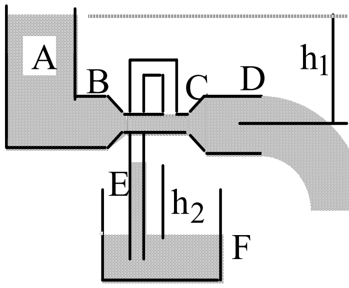
16.- Un recipiente cilíndrico de diámetro D = 0.5 m tiene en su fondo un orificio circular de diámetro d = 1 cm. Hallar la velocidad v con que baja el nivel de agua en este recipiente en función de la altura h de dicho nivel. Hallar el valor numérico de esa velocidad para la altura h = 0.2 m. Suponer el líquido incompresible.

Solución: Como D>>d $v(h)=\dfrac{d^2}{D^2}\sqrt{2\,g\,h}$ Para h= 0.2m $v= 7.92 \cdot 10^{-4}$ m/s

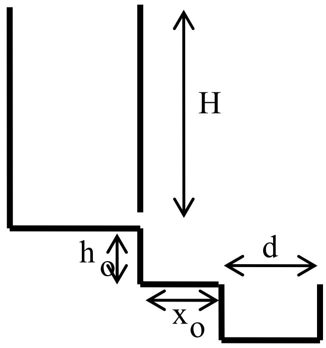
17.- En la tubería horizontal de la figura, de secciones S_1 = 10 cm^2 y S_2 = 5 cm^2, circula agua con un caudal de 1 dm^3/s. Calcula la alura máxima h que debe tener la turbería sobre el depósito abierto a la atmósfera para que el agua pueda ascender hasta la turbería horizontal.
Solución: h_{max}= 15.3 cm



18.- Los dos depósitos abiertos, A y F, de la figura tienen una sección muy grande y contienen agua. Un tubo horizontal BCD, que tiene un estrechamiento en C, descarga agua del fondo del depósito A, y un tubo vertical E se abre en C en el estrechamiento y se introduce en el agua del depósito F. Si la sección transversal en C es la mitad que en D, y si D se encuentra a una distancia h_1 por debajo del nivel del líquido en A, ¿qué altura h_2 alcanzará el líquido en el tubo E? Expresa la respuesta en función de h_1 y desprecia las variaciones de la presión atmosférica con la altura. Solución: h_2= 3 h_1



19.- Si disponemos de un montaje como el de la figura, averigua las alturas máxima y mínima del agua que contiene el depósito, para que al salir ésta por el orificio del fondo caiga dentro del canal de anchura d. ¿Qué masa de agua ha caído en el canal? El depósito tiene una gran sección S y la densidad del agua es ρ.



Solución: $H_{max} = \dfrac{(x_o + d)^2}{4\,h_o}$ $\qquad H_{min} = \dfrac{x_o{}^2}{4\,h_o}$

$$\text{masa de agua} = \frac{S\,\rho\,d\,(d + 2x_o)}{4\,h_o}$$

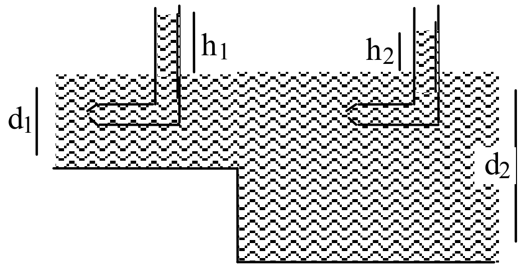
20.- Un recipiente cilíndrico tiene 0.1 m de diámetro y 0.2 m de altura. En su base se abre un orificio de 1 cm^2 de sección transversal. Se deposita agua en el recipiente a razón de $1.4 \cdot 10^{-4}$ m^3/s. a) Calcula a qué altura H llegará el nivel de agua en el recipiente. b) Después de alcanzar dicha altura, se detiene el flujo de agua hacia el recipiente. Halla el tiempo necesario para que el recipiente quede vacío.

Solución: a) H = 0.1m $\qquad$ b) t = 11.22 s

21.- Un depósito cilíndrico de altura h = 1 m está lleno de agua hasta los bordes. a) ¿Cuánto tiempo tardará en salir todo el agua a través de un orificio situado en el fondo del depósito? El área de la sección transversal del orificio es 400 veces menor que el de la sección transversal del depósito. b) Comparar ese tiempo con el que sería necesario para que saliera una cantidad igual de agua si el nivel de ésta en el depósito se mantuviera constantemente a la altura de 1 m sobre el orificio.

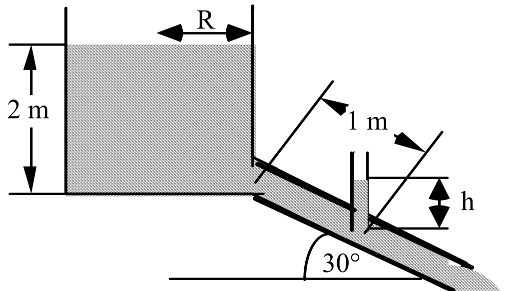
Solución: a) t = 180.7s $\qquad$ b) t = 90.35s , es decir, la mitad de tiempo.

22.- Un canal conductor de agua de sección rectangular variable tiene, en una cierta zona, una profundidad que varía según la figura. Disponemos de dos tubos acodados en ángulo recto con un pequeño orificio en su extremo, que se introducen, respectivamente, en la zona ancha y poco profunda y en la zona estrecha y profunda. El agua asciende en los tubos una altura h_1 y h_2, respectivamente. Calcular, en función de d_1, d_2, h_1 y h_2, la razón (cociente x_1/x_2) entre las anchuras x_1 y x_2 del canal en las zonas consideradas.



Solución: $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{d_2}{d_1}\sqrt{\dfrac{h_2}{h_1}}$

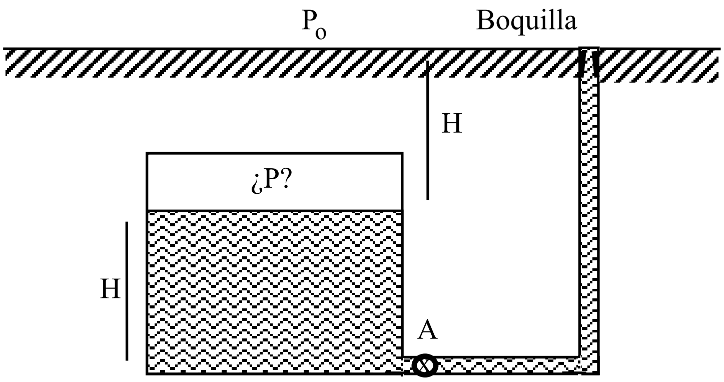
23.- Se sabe que en la pared interna de la tubería de desagüe de un depósito cilíndrico de agua de radio R = 3 m, se está formando una capa de cal que está estrechando el diámetro de dicha tubería. Para averiguar cuánto es este estrechamiento se coloca un tubito como indica la figura subiendo el agua por él hasta una altura de h = 10 cm. Si la velocidad con la que baja el agua en el depósito es de v_1 = 10 cm/minuto , ¿cuál es el grosor de la capa de cal en la tubería? Datos: Diámetro interior inicial D = 10 cm. $\qquad$ Solución: grosor = 0.3 cm



24.- Un tubo cilíndrico vertical de 100 cm^2 de sección tiene en su parte superior un émbolo de 4 kg que ajusta sin rozamiento con dicho cilindro. En la parte inferior tiene un orificio de 10 cm^2 . El tubo está lleno de un líquido cuya densidad es de 1.1 g/cm^3. Determinar la velocidad de salida del líquido en el instante en que la altura de éste es de 0.5 m. $\qquad$ Solución: v = 4.13 m/s

25.- Se quiere realizar un agujero en la pared de un recipiente cilíndrico lleno de agua hasta una altura H. ¿A qué altura L respecto al suelo debe taladrarse dicho agujero para que el agua arrojada alcance el suelo lo más lejos posible del cilindro? Suponer que el diámetro del depósito es mucho mayor que el diámetro del agujero. Solución: L = H/2

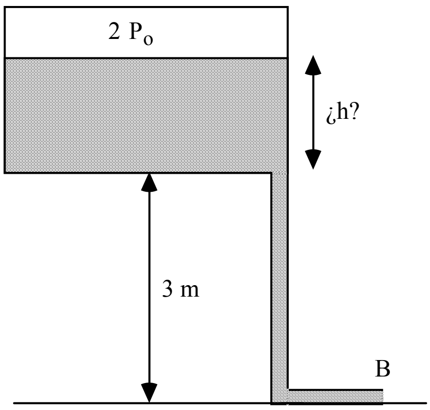
26.- Una fuente lanza un fino chorro de agua a una altura de 4 H sobre el suelo. La boquilla de salida está a nivel del suelo. La fuente está alimentada por un depósito cerrado de gran sección que se encuentra enterrado como indica la figura. La tubería que conecta el depósito con la salida tiene una sección cuatro veces mayor que la sección de la boquilla. Calcula: a) la presión P que tiene el aire encerrado en el depósito; b) la presión que soporta la llave A de salida del depósito cuando se halla abierta. Dar los resultados en función de densidad del agua ρ, la gravedad g, la altura H y de la presión atmosférica P_o.



Solución: a) $P = P_o + 5\ \rho\ g\ H$

b) $P_A = P_o + 23\ \rho\ g\ H/4$

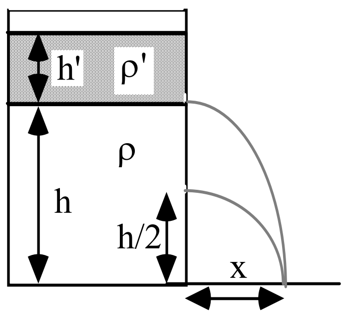
27.- La figura muestra un depósito elevado y de gran sección que contiene agua. El depósito desagua por la boca de riego B que se halla 3 m por debajo del fondo del depósito, como indica la figura. El depósito está cerrado y la presión del aire en su interior es el doble de la atmosférica, es decir, $2P_o$. El diámetro de la boca de riego B es de 3 cm. Calcula la altura h del nivel del agua dentro del depósito sabiendo que un recipiente de 20 litros tarda 1.63 segundos en llenarse en la boca B. Presión atmosférica P_o = 101300 Pa. Solución: h = 2.04 m



28.- Las dos alas de una avión tienen una superficie conjunta de A metros cuadrados. La masa del avión es de M kg. Cuando el avión vuela a una velocidad v_a m/s, la velocidad del aire en la cara superior del ala es $v_s = \alpha\ v_a$ y la velocidad del aire en la cara inferior del ala es $v_i = (1 - \alpha)\ v_a$, siendo α un parámetro que controla la posición de las alas respecto al viento. Con todas estas consideraciones, calcula el valor de α para que el avión viaje a una altura constante. Densidad del aire ρ. Da el resultado en función de M, g, A, ρ, y v_a.

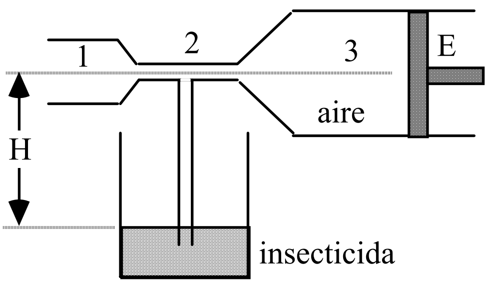
$$\text{Solución: } \alpha = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2\ M\ g}{A\ \rho\ v_a^2}\right)$$

29.- Un depósito de gran sección y abierto a la atmósfera contiene dos líquidos de densidades ρ y ρ' y tiene dos orificios como indica la figura. Conociendo h, calcula la altura h' para que la distancia x sea la misma para los dos líquidos. Da el resultado en función de h, ρ, y ρ'.



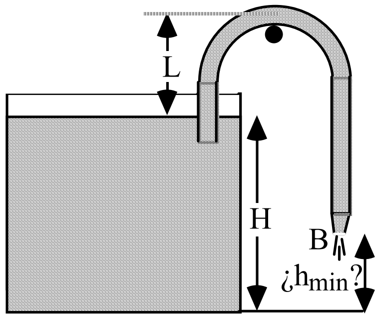
$$\text{Solución: } h' = \frac{\rho\ h}{2\ (2\rho - \rho')}$$

30.- El pulverizador de insecticida de la figura está formado por un tubo de tres tramos con secciones distintas 1, 2 y 3. El nivel del insecticida está a una altura H por debajo de la sección 2. La relación entre la densidad del aire y del insecticida es $\rho_i = 990\ \rho_a$. Las relaciones entre las áreas de las secciones 1, 2 y 3 son $A_3 = 8\ A_2$ y $A_3 = 3\ A_1$. a) Calcula la velocidad mínima con que debe moverse el émbolo E para que el aire que sale por el extremo del pulverizador contenga gotas de insecticida. Da el resultado en función de la gravedad g y H. b) Para esta situación, calcula



la presión del aire dentro de la sección 3 del tubo. Da el resultado en función de la presión atmosférica P_o, g, H y ρ_a. Solución: a) $v_3 = 6\sqrt{gH}$ b) $P_3 = P_o + 144\ \rho_a\ g\ H$

31.- Un tubo largo de plástico se usa como sifón para extraer agua de un depósito de gran sección como indica la figura. La sección de la boquilla final B del tubo es la mitad de la sección del tubo. El nivel del agua en el depósito es H= 4 m. La altura L del sifón sobre el nivel del depósito es fija y vale L=2m. Si en algún punto dentro del tubo la presión del agua es inferior a la presión atmosférica externa en más de 25 kPa, el tubo se rompe y la extracción de agua se detiene. Calcula hasta qué altura mínima, h_{min}, sobre el suelo podemos bajar la boquilla B sin que el tubo llegue a romperse. Solución: h_{min} = 1.79 m



32.- Un gran depósito de agua abierto de altura H=2 m tiene una tubería de desagüe sabierta a la atmósfera egún la figura. Dicha tubería tiene dos tramos de distintas secciones. El tramo más ancho tiene sección S_1 doble que el tramo más estrecho S_2. Un tubo manométrico que contiene agua indica una h=10 cm. Calcular la presión P_1 del agua en el tramo ancho de la tubería.

Solución: $P_1 = P_{atm}$ +19273.3 Pa