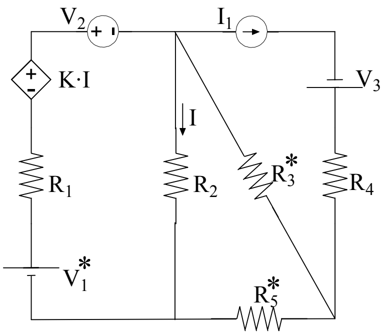
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR de INGENIEROS de TELECOMUNICACIÓN
CONVOCATORIA ESPECIAL. DICIEMBRE DE 2002

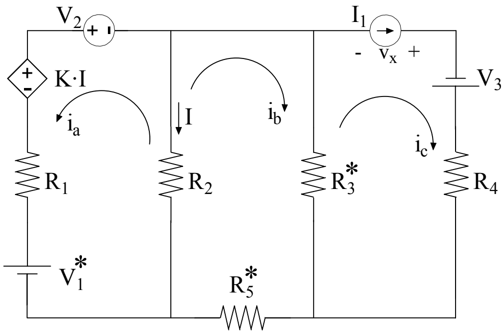
SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

3) En el circuito de la figura calcula:
   a) la potencia **entregada** por los elementos indicados con asterisco.
   b) el circuito equivalente Norton visto por la resistencia R_4.
   c) si V_2 fuese una variable, calcula y representa la curva V_2-I.

   Datos: V_1=10 V, V_2=5 V, V_3=2 V, I_1= 1 A, R_1= 10 Ω, R_2= 5 Ω, R_3= 4 Ω, R_4= 10 Ω, R_5= 16 Ω, K= 2.



a) Resolvamos el circuito mediante el método de análisis por mallas.



Malla a:

$$-V_2 + KI + R_1 i_a + V_1 + R_2(i_a + i_b) = 0 \qquad I = -i_a - i_b \Rightarrow i_a = -I - i_b$$

Malla b:

$$R_5 i_b + R_2(i_a + i_b) + R_3(i_b - i_c) = 0 \qquad i_c = I_1$$

Malla c:

$$-V_X - V_3 + R_4 i_c + R_3(i_c - i_b) = 0 \qquad i_c = I_1$$

Con estas ecuaciones resulta el siguiente sistema en las incógnitas I, i_b y V_X

$$\left.\begin{aligned} (K - R_1 - R_2)I - R_1 i_b &= V_2 - V_1 \\ -R_2 I + (R_3 + R_5) i_b &= R_3 i_c \\ -V_X - R_3 i_b &= V_3 - (R_3 + R_4) I_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 13I + 10 i_b &= 5 \\ 5I - 20 i_b &= -4 \\ V_X + 4 i_b &= 12 \end{aligned}\right\} \Rightarrow i_a = -0.44\text{ A}, i_b = 0.25\text{ A}, i_c = 1\text{ A}, I = 0.19\text{ A}, V_X = 11.01\text{ V}$$

La potencia entregada por un elemento se define por: P=-VI (con I "entrando" por el terminal +); por lo tanto:

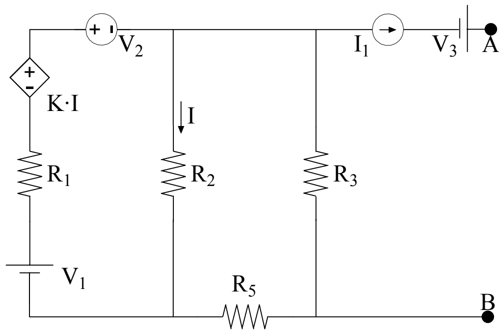
$$P_{V_1} = -V_1 i_a = -10(-0.44) = +4.4\text{ W},$$

$$P_{R_3} = -(i_b - i_c)^2 R_3 = -(0.25 - 1)^2 4 = -2.25\text{ W},$$

$$P_{R_5} = -i_b^2 R_5 = -1\text{ W}$$

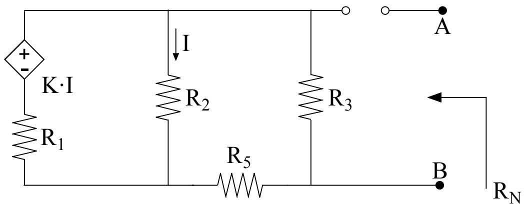
los signos indican que la fuente entrega potencia y las resistencias la disipan.

b) el circuito equivalente Norton visto por la resistencia R_4 se calcula según el procedimiento habitual. En primer lugar hallaremos la corriente Norton.



La corriente Norton es muy fácil de evaluar. Si se establece un cortocircuito entre los terminales de salida, la corriente que fluye por el mismo es I_1. Por lo tanto I_N=I_1.

La resistencia equivalente "vista" por R_4 se obtendrá anulado todas las fuentes independientes. El circuito resultante tiene el siguiente esquemático asociado:

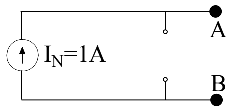


siendo la resistencia equivalente (R_N) la asociación en serie de:

- la resistencia equivalente al circuito que contiene R_1, R_2, R_3 y R_5, y
- el circuito abierto producido al anular I_1.

Por lo tanto $R_N \rightarrow \infty$ (circuito abierto).

De modo que el circuito equivalente Norton es



c) Retomando el sistema de ecuaciones del apartado a), escribimos

$$(K - R_1 - R_2)I - R_1 i_b = V_2 - V_1$$

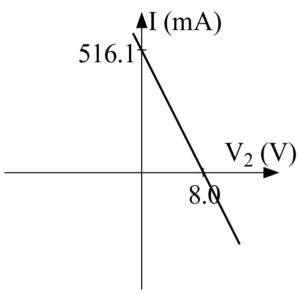
$$- R_2 I + (R_3 + R_5) i_b = R_3 i_c \Rightarrow i_b = \frac{R_3 i_c + R_2 I}{R_3 + R_5}$$

$$I = \frac{(R_3 + R_5)(V_2 - V_1) + R_1 R_3 i_c}{(R_3 + R_5)(K - R_1 - R_2) - R_1 R_2}$$

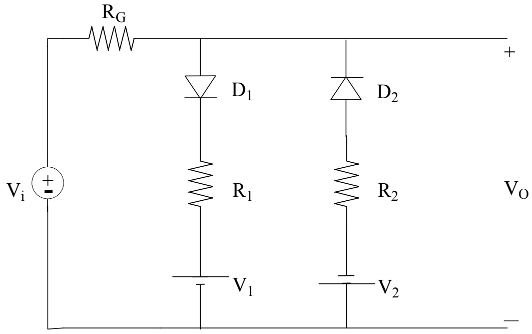
Que resulta ser la relación pedida. Con los datos indicados en el enunciado:

$$I = -64.5 \cdot V_2 + 516.1 \quad \text{(mA)}$$

Se trata, por lo tanto, de una relación lineal:



4) Representa, indicando algunos valores relevantes, la forma de onda de salida del circuito de la figura.
Datos: R_G=1 kΩ, R_1=2 kΩ, R_2=4 kΩ, V_1=4 V, V_2=3 V, D_1(V_γ= 0.7 V, V_z= 15 V, R_s= 10 Ω, R_z= 1 Ω), D_2(V_γ= 0.7 V, V_z= 3 V, R_s= 5 Ω, R_z= 0 Ω), V_i=9 sen(1000t) V.

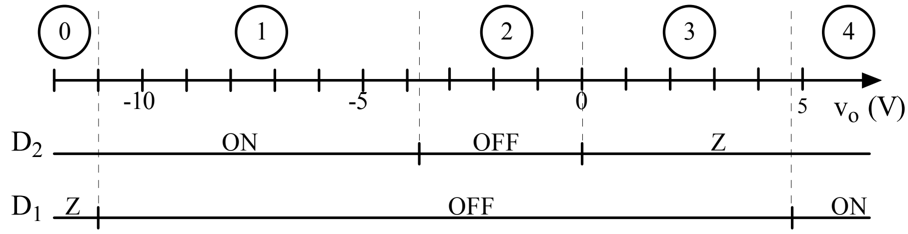


Consideraciones previas (aproximadas, realizadas por inspección teniendo en cuenta parte de los datos):

D_1 opera en la región Zener si $v_o \le -11$ V
D_1 opera en corte si $-11 < v_o \le 4.7$ V
D_1 opera en conducción si $4.7 < v_o$

D_2 opera en la región Zener si $v_o \ge 0$ V
D_2 opera en corte si $-3.7 \le v_o < 0$ V
D_2 opera en conducción si $v_o \le -3.7$ V

Resumiendo, el circuito presenta hasta cinco regiones de operación:

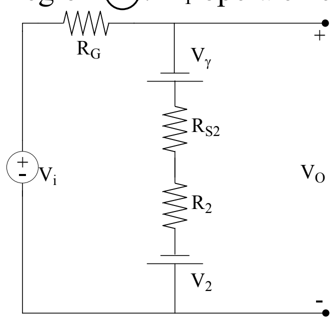


la indicada con 0 no se alcanzará dado que la señal de entrada no es inferior a -9 voltios, y por tanto no podrá serlo la de salida.
De modo que es preciso analizar las cuatro regiones de operación siguientes:

1	2	3	4
$v_{omin} < v_o \le -3.7$ V	$-3.7 \le v_o < 0$ V	$0 < v_o \le 4.7$ V	$4.7 < v_o$

Donde $v_{omín}$ representa el mínimo valor que alcanza la señal de salida (será calculado más adelante).

Región 1: D_1 opera en corte y D_2 en conducción. El circuito equivalente es el siguiente



Por el divisor de tensión generalizado:

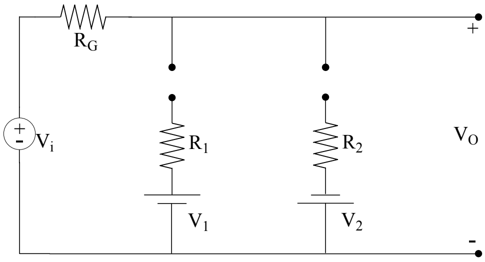
$$v_o = \frac{R_{s2} + R_2}{R_{s2} + R_2 + R_G}(v_i + V_2 + V_\gamma) - V_2 - V_\gamma = 0.8v_i - 0.74 \text{ V} \quad (1)$$

Además, cuando v_i toma su valor mínimo v_o pasa a ser $v_{omín}$:

$$v_{omín} = 0.8\cdot(-9) - 0.74 = -7.94 \text{ V}.$$

La cota final de la región, en términos de v_i, se obtiene despejando v_i en la ecuación (1): $v_i = 1.25v_o + 0.92$ V, junto a la condición v_o=-3.7 V. Así, esta región se extiende hasta v_i=-3.71 V
Luego la región 1 se define por $-9 < v_i \le -3.71$ V; $-7.94 < v_o \le -3.7$ V

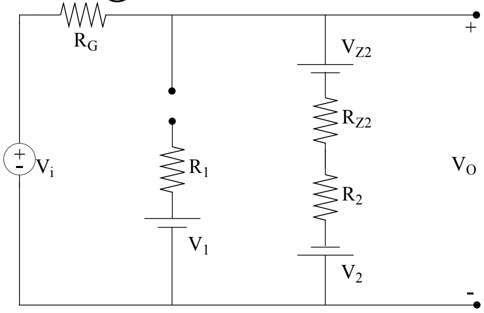
Región 2: D_1 y D_2 operan en corte. El circuito equivalente es el siguiente



A la vista del circuito resulta: $v_o=v_i$ (2)

Esta región se extiende en: $-3.7<v_i\leq 0$ V; $-3.7<v_o\leq 0$ V.

Región (3): D_1 opera en corte y D_2 en la región Zener. El circuito equivalente es:



Por el divisor de tensión generalizado:

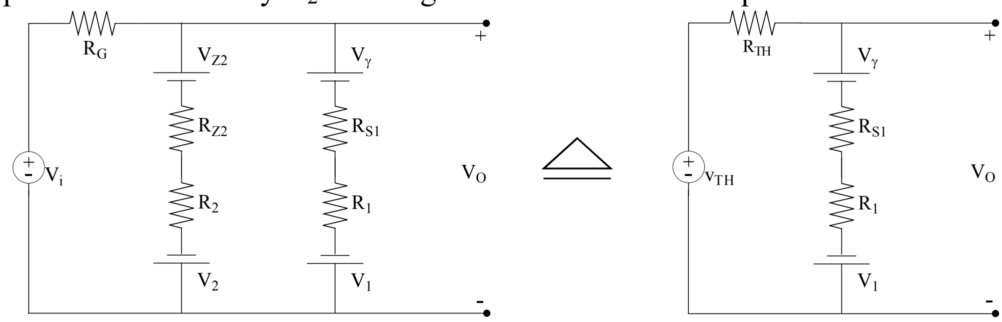
$$v_o = \frac{R_{z2}+R_2}{R_{z2}+R_2+R_G}(v_i - V_{z2} + V_2) - V_2 + V_{z2} = 0.8v_i \quad (3)$$

Cuando v_o toma su valor máximo en la región v_i pasa a ser:

$$v_i = \frac{v_o}{0.8} = 1.25v_o \Rightarrow v_{imáx} = 1.25\cdot 4.7 = 5.88 \text{ V}.$$

Luego la región (3) se define por $0<v_i\leq 5.88$ V; $0<v_o\leq 4.7$ V.

Región (4): D_1 opera en conducción y D_2 en la región Zener. El circuito equivalente es:



Se sustituye la primera malla por su equivalente Thèvenin. v_{TH} se calcula como el divisor de tensión del apartado anterior y R_{TH} es $R_G//(R_{z2}+R_2)$:

$$v_{TH} = 0.8vi; \quad R_{TH} = 0.8k\Omega$$

A la vista del circuito equivalente se tiene que

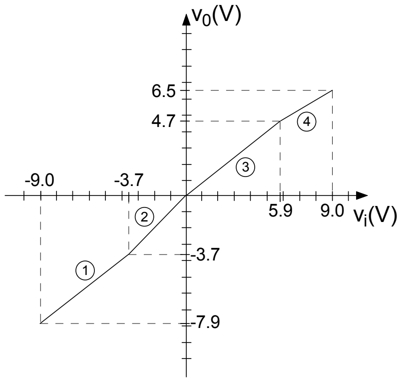
$$v_o = \frac{R_1+R_{s1}}{R_1+R_{s1}+R_G}(v_{TH} - V_1 + V\gamma + V_1 + V\gamma = 0.57v_i + 1.34 \text{ V} \quad (4)$$

Y de ésta se calcula $v_{omáx}$ para $v_{imáx}=9$ V: $v_{omáx}=6.47$ V.
Luego esta región (4) se define por $5.88<v_i\leq 9$ V; $4.7<v_o\leq 6.47$ V.

A modo de resumen de los resultados obtenidos se pueden escribir, agrupadas, las ecuaciones (1), (2), (3) y (4):

$$v_o = \begin{cases} 0.8v_i - 0.74, & -9 < v_i \leq -3.7 \text{ V} \\ v_i, & -3.7 < v_i \leq 0 \text{ V} \\ 0.8v_i, & 0 < v_i \leq 5.9 \text{ V} \\ 0.57v_i + 1.34, & 5.9 < v_i \leq 9 \text{ V} \end{cases}$$

Cuya representación gráfica es la siguiente:

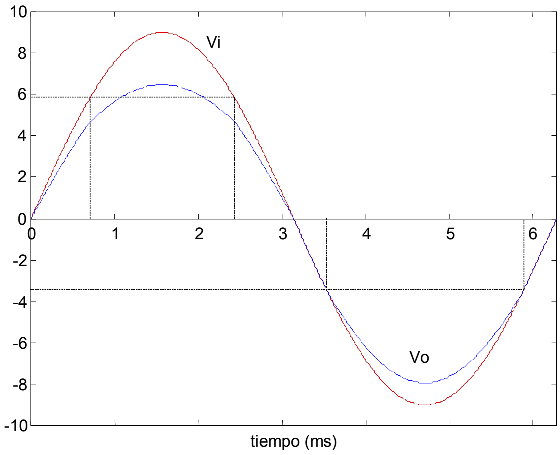


Para expresar v_o en función del tiempo se calculan los instantes en los que v_i va alcanzando los valores de las cotas: -9, -3.7, 0, 5.88, y 9 V. Esto se hace teniendo en cuenta la definición de v_i=9sen(1000t) V, expresando el tiempo en ms queda v_i=9 sen(t) V. Se restringirá la búsqueda a un periodo de v_i: [0, 2π] ms. Operando queda:

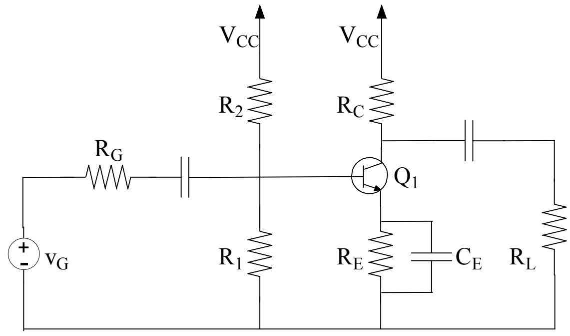
v_i (V)	-9	-3.7	0	5.88	9
t* (ms)	3π/2	3.56 y 5.86	0, π y 2π	0.71 y 2.43	π/2

Con esto v_o(t) resulta ser:

$$v_o = \begin{cases} 7.2\,\text{sen}(t)\ \text{V}, & 0 < t \le 0.71\ \text{ms} \\ 5.13\,\text{sen}(t) + 1.34\ \text{V}, & 0.71 < t \le 2.43\ \text{ms} \\ 7.2\,\text{sen}(t)\ \text{V}, & 2.43 < t \le 3.14\ \text{ms} \\ 9\,\text{sen}(t)\ \text{V}, & 3.14 < t \le 3.56\ \text{ms} \\ 7.2\,\text{sen}(t) - 0.74\ \text{V}, & 3.56 < t \le 5.86\ \text{ms} \\ 9\,\text{sen}(t)\ \text{V}, & 5.86 < t \le 6.24\ \text{ms} \end{cases}$$

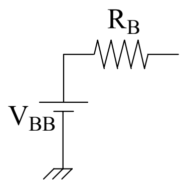


5) Para una determinada aplicación se requiere un amplificador cuya ganancia sea superior a 2000. Estudia si con el circuito de la figura se alcanzará dicho valor.
Datos: R_G=10 Ω, R_1=30 kΩ, R_2=120 kΩ, R_C=50 kΩ, R_E=2 kΩ, R_L=12 kΩ, V_{CC}=5 V, v_G=0.5sen(50t) V, Q_1(β_F= 200, el resto de valores son los típicos).



Cálculo del punto de operación (régimen estático en el que los condensadores son circuitos abiertos):

- la red V_{CC}-R_1-R_2 equivale (Thèvenin) al circuito siguiente:



donde:

$$V_{BB} = V_{TH} = \frac{R_1 \cdot R2}{R1 + R2} V_{CC} = 1\text{ V}$$

$$R_B = R_{TH} = R1//R2 = \frac{R_1 \cdot R2}{R1 + R2} = 24\text{ k}\Omega$$

- la malla de entrada resultante se describe, utilizando la ley de Kirchoff de las tensiones por:

$$V_{BB} = I_B^Q R_B + V_{BE}^Q + I_E^Q R_E$$

- si el transistor opera en zona activa directa:

$$I_E^Q = (\beta_F + 1) I_B^Q;\ V_{BE}^Q = V_{BEon} = 0.7\text{ V};\ V_{CE}^Q > V_{CEsat} = 0.2\text{ V}$$

y operando sobre la ecuación de malla propuesta:

$$I_B^Q = \frac{V_{BB} - V_{BEon}}{R_B + (\beta_F + 1) R_E} = \frac{1 - 0.7}{24 + 201 \cdot 2} = 0.704\ \mu\text{A} \Rightarrow I_E^Q = (\beta_F + 1) I_B^Q = 0.14\text{ mA};\ I_C^Q = \beta_F I_B^Q = 0.14\text{ mA}$$

- la ecuación asociada a la malla de salida arroja:

$$V_{CC} = I_C^Q R_C + V_{CE}^Q + I_E^Q R_E \Rightarrow V_{CE}^Q = V_{CC} - I_C^Q R_C - I_E^Q R_E = 5 - 0.14 \cdot 50 - 0.14 \cdot 2 = -2.32\text{ V} < V_{CEsat}$$

Por tanto el transistor **no opera en zona activa directa** y ¡el amplificador propuesto no amplificará la señal!.

(Hay otras razones que permiten asegurar que con esta configuración no se logra la ganancia requerida)