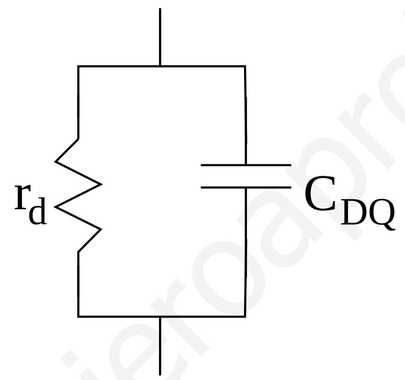
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Electrónica. Prueba parcial 1999-2000

JUEVES, 9 DE DICIEMBRE DE 1999

Apellidos:	Nombre:

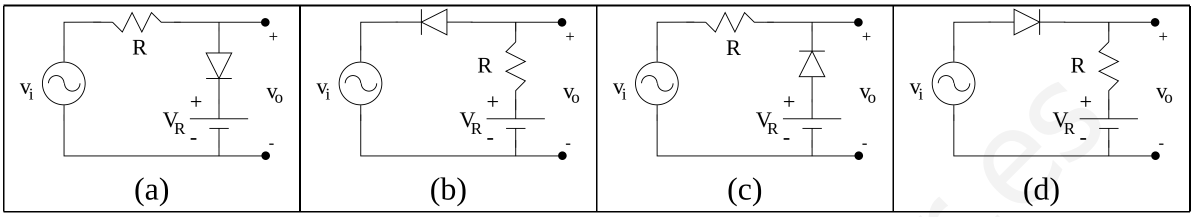
<u>Cuestión 1</u> Dibujar el esquemático del modelo en pequeña señal de un diodo. Indicar para qué se utiliza. (*1,5 puntos*)

Solución El esquemático en pequeña señal es

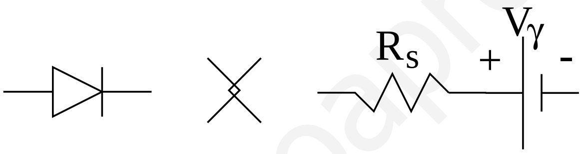


este esquemático se utiliza para calcular la relación funcional entre los incrementos de corriente y de tensión entre los terminales del diodo cuando las variaciones son pequeñas y nos permite separarlas de los valores de tensión y corriente continuas del circuito.

Cuestión 2 Para cada uno de los circuitos de la figura la tensión de entrada es $v_i(t) = A\sin(wt)$ y $|V_R| < A$. Considerar que $V_\gamma = 0.7V$ y dibujar, cualitativamente, la forma de onda de salida de cada uno de ellos. (*1,5 puntos*)



Solución En todos los circuitos anteriores teniendo en cuenta que no tenemos el dato de V_z podemos suponer que el diodo nunca estará en la región zener y por tanto el circuito equivalente del diodo en directa será



y cuando esté en inversa será como siempre un circuito abierto, por tanto en cada uno de los circuitos deberemos ver cuando está en directa y en inversa.

Empecemos por el circuito (a). La tensión de salida será

$$v_o = v_i$$

cuando el diodo no esté conduciendo ya que la corriente será cero y por tanto no cae tensión en la resistencia y

$$v_o = iR_s + V_\gamma + V_R$$

cuando el diodo conduzca. El valor de v_i para el que se produce el cambio de conducción a corte será cuando $v_d = V_\gamma$ ya que en ese momento no hay corriente, por tanto si resolvemos la malla del circuito nos queda

$$v_i = V_R + V_\gamma$$

para tenciones en el generador superiores a esa el diodo estará en conducción y para valores menores estará en corte, así pues

$$\left.\begin{array}{r} v_o = v_i \\ v_o = iR_s + V_\gamma + V_R \end{array}\right\} \begin{array}{l} \forall v_i < V_R + V_\gamma \\ \forall v_i \geq V_R + V_\gamma \end{array}$$

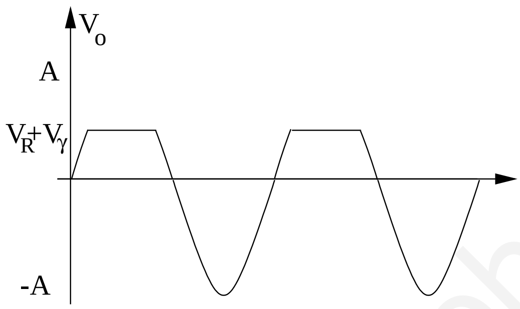
la forma de onda de salida está clara cuando estamos en corte ¿y cuando estamos en conducción?. Si calculamos la corriente que circula por el circuito es este caso tenemos que

$$i = \frac{v_i - V_R - V_\gamma}{R + R_s}$$

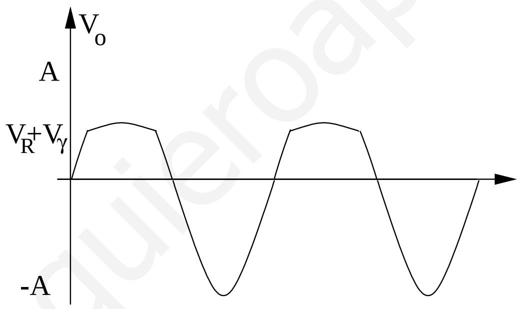
y si sustituimos

$$v_o = \frac{v_i - V_R - V_\gamma}{R + R_s} R_s + V_\gamma + V_R$$

si R_s es mucho menor que R que es lo habitual el primer termino desaparece y la forma de onda queda



si R_s no es tan pequeño entonces tenemos un divisor de tensión que se quedará con parte de la tensión que cae en la resistencia R con lo cual la forma de onda será



Cualquiera de las dos soluciones se da como válida.

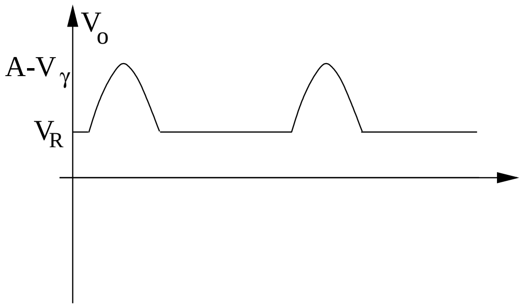
El resto de los circuito una vez hecho este son inmediatos, en el caso del (d) vemos que los componentes son los mismos y el diodo está en la misma dirección en la malla por tanto los valores de v_i para conducción y corte del diodo serán los mismos. ¿Cuanto vale v_o?. Pues en este caso.

$$\left.\begin{array}{c} v_o = V_R \\ v_o = iR + V_R = \frac{v_i - V_R - V_\gamma}{R + R_s} R + V_R \end{array}\right\} \begin{array}{l} \forall v_i < V_R + V_\gamma \\ \forall v_i \geq V_R + V_\gamma \end{array}$$

por tanto cuando el diodo esté en corte la tensión de salida es V_R y cuando está en conducción ($R \gg R_s$)

$$v_o = v_i - V_\gamma$$

la forma de onda queda



en caso de que R_s no sea tan pequeño tenemos igual el divisor de tensión y el pico de señal sería un poco más bajo pero la forma de onda sería la misma.

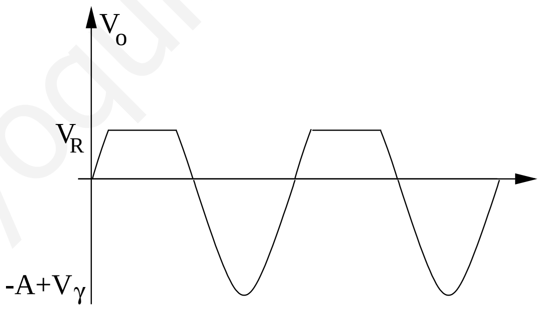
Veamos ahora el circuito (b), es como el (d) salvo que el diodo está puseto en la dirección opuesta, así pues la solución será como en el (d) pero cambiando el signo de $V\gamma$ y las zonas de conducción y corte, así pues

$$\left.\begin{array}{c} v_o = V_R \\ v_o = iR + V_R = \frac{v_i - V_R + V_\gamma}{R+R_s}R + V_R \end{array}\right\} \begin{array}{l} \forall v_i > V_R - V_\gamma \\ \forall v_i \leq V_R - V_\gamma \end{array}$$

por tanto cuando el diodo esté en corte la tensión de salida es V_R y cuando está en conducción $(R \gg R_s)$

$$v_o = v_i + V_\gamma$$

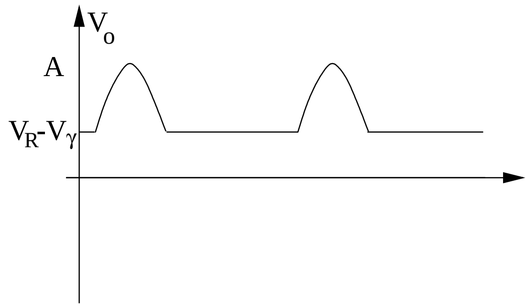
la forma de onda queda



Finalmente queda el circuito (c) y será como el (a) pero cambiando también los signos de V_γ y las zonas de conducción y corte. de forma que nos queda

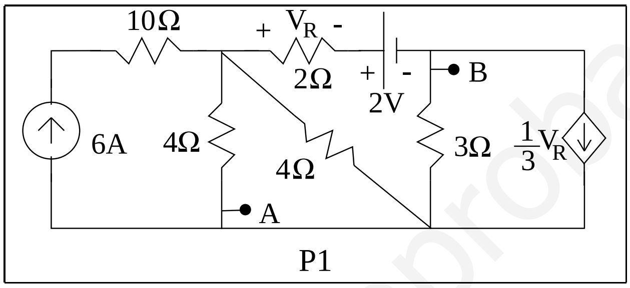
$$\left.\begin{array}{c} v_o = v_i \\ v_o = iR_s - V_\gamma + V_R \end{array}\right\} \begin{array}{l} \forall v_i > V_R - V_\gamma \\ \forall v_i \leq V_R - V_\gamma \end{array}$$

si R_s es mucho menor que R la forma de onda queda


V
o
A
V
R
-V
γ

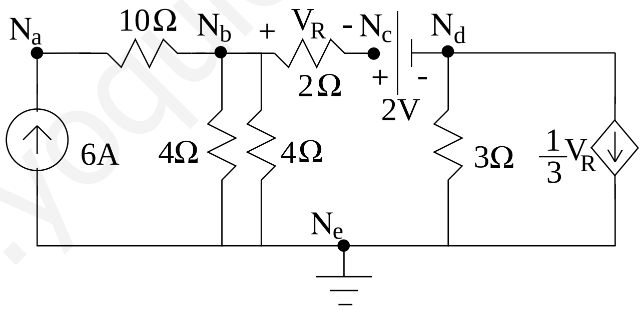
<u>Problema 1</u> Para el circuito de la figura, calcular:

1. Las tensiones en todos los nodos. (*1 punto*)
2. El equivalente Thévenin visto desde los terminales AB. (*1 punto*)
3. La potencia entregada por todos los elementos del circuito. Indicar si se conserva la energía por unidad de tiempo. (*1 punto*)

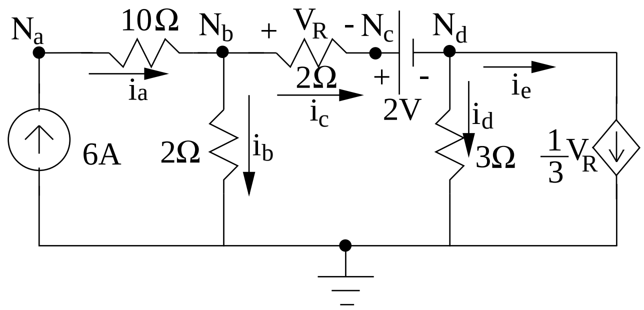


Solución Cálculo de las tensiones en todos los nodos.

Para calcular las tensiones en todos los nodos vamos a definir los nodos y a decidir cual es nuestro nodo de referencia, podemos verlo en la siguiente figura



donde el N_e lo vamos a poner como referencia. En la figura también hemos redibujado una resistencia para apreciar bien que hay dos resistencias de 4Ω en paralelo. Vamos a calcular los valores de las tensiones, para ello inicialmente vamos a asociar las dos resistencias de 4Ω en paralelo resultando una de 2Ω. Además vamos a resolver el problema mediante la ley de nudos (para ello los hemos puesto), por lo que damos nombre a las corrientes



y planteamos las ecuaciones de los nodos N_b y N_d que son los únicos en los que confluye más de una corriente y además una ecuación adicional por la existencia de una fuente independiente

$$i_a = i_b + i_c$$
$$i_c = i_d + i_e$$
$$V_R = i_c \cdot 2\Omega = V_{N_b} - V_{N_c}$$

sustutituimos cada corriente por su valor y nos queda

$$\begin{array}{c} 6 = \frac{V_{N_b}-0}{2\Omega} + \frac{V_{N_b}-V_{N_c}}{2\Omega} = \frac{V_{N_b}}{2\Omega} - \frac{V_R}{2\Omega} \\ \frac{V_R}{2\Omega} = \frac{V_{N_d}-0}{3\Omega} + \frac{V_R}{3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} 12 = V_{N_b} - V_R \\ V_R = 2V_{N_d} \end{array}$$

tenemos dos ecuaciones con tres incognitas pero podemos poner otra relación

$$V_{N_b} - V_{N_d} = V_R + 2V$$

si despejamos obtenemos que

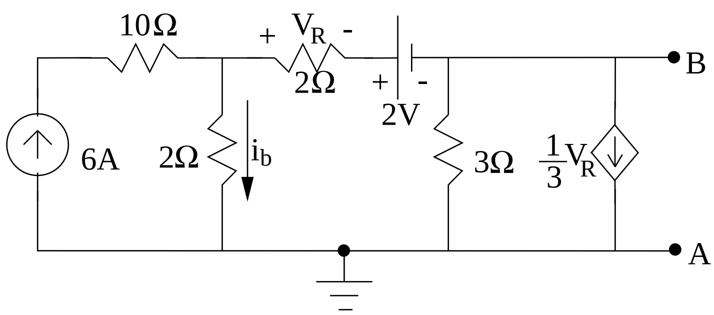
$$\begin{aligned} V_{N_d} &= 2V \\ V_{N_b} &= 8V \end{aligned}$$

y de aquí sacamos el resto de los valores

$$V_{N_c} = V_{N_d} + 2V = 4V$$
$$V_{N_a} = V_{N_b} + i_a \cdot 10\Omega = 68V$$

Equivalente Thévenin

Para este cálculo necesitamos V_{th} y R_{th}, el circuito que tenemos si reorganizamos la gráfica es el que sigue



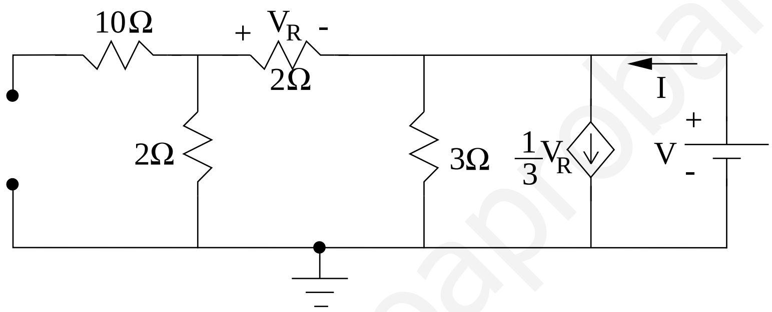
así que tenemos que la V_{th} es la tensión que hay entre los nodos AB (vamos a calcular por simplicidad la tensión BA ya que la referencia la elegimos en A), pero ya conocemos la tensión del nodo B respecto a A, ya que lo calculamos en el apartado anterior, este nodo es el que antes llamamos N_d y por tanto

$$V_{th} = V_B = V_{N_d} = 2V$$

nos queda la R_{th} para calcularla anularemos las fuentes independientes y

$$R_{th} = V/I$$

donde V e I están expresadas en la figura



por la resistencia de 10Ω no va a pasar corriente y por tanto no influye en nuestro circuito, si aplicamos la ley de Kirchoff para las corrientes para el nodo con tensión V

$$I = \frac{1}{3}V_R + \frac{V}{3\Omega} + \frac{V}{4\Omega}$$

además tenemos que hay una relación entre V_R y V dadas por un divisor de tensión entre las dos resistencias de 2Ω

$$V_R = \frac{2\Omega}{2\Omega + 2\Omega}V = \frac{V}{2}$$

y por tanto si sustituimos en la ecuación anterior tenemos

$$I = \frac{1}{3}\frac{V}{2} + \frac{V}{3\Omega} + \frac{V}{4\Omega} = \frac{18}{24}V$$

$$\frac{V}{I} = R_{th} = \frac{24}{18}\Omega = \frac{4}{3}\Omega$$

si hubiesemos calculado los valores entre los nodos AB tendríamos que V_{th} tendría el signo cambiado pero R_{th} valdría lo mismo.

Finalmente nos queda el cálculo de las potencias para cada uno de los componentes y ya que conocemos las tensiones de todos los nodos es simple el cálculo[1]

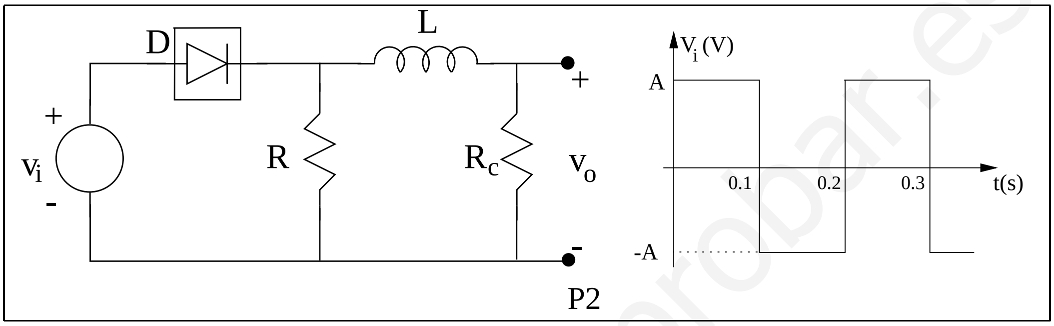
[1]Todas las tensiones han sido consideradas positivas, el signo de la corriente dependerá de si la corriente entra por el terminal positivo (positiva) o por el negativo (negativa)

Componente	Resistencia	Tensión	Corriente	P. entregada	P. Consumida
Fuente de 6A	-	N_a 68V	-6A	408W	
R. de 10Ω	10Ω	$N_a - N_b$ 60V	6A		360W
1ª R. de 4Ω	4Ω	N_b 8V	2A		16W
2ª R. de 4Ω	4Ω	N_b 8V	2A		16W
R. de 2Ω	2Ω	$N_b - N_c$ 4V	2A		8W
R. de 3Ω	3Ω	N_d 2V	0.66A		1.33W
Fuente de 2V		2V	2A		4W
Fuente dependiente		N_d 2V	1.33A		2.66W
Potencia total				408W	408W

como vemos las potencias entregadas y y consumidas son iguales y por tanto se conserva la energía por unidad de tiempo.

Problema 2 En el circuito rectificador de la figura se pide:

1. La expresión matemática de la señal de salida $V_o(t)$. (*3 puntos*)
2. Dibujar la forma de onda de $V_o(t)$. (*1 punto*)
   Los valores de los componentes son: Diodo ideal, L=50mH; $R = R_c = 10\Omega$

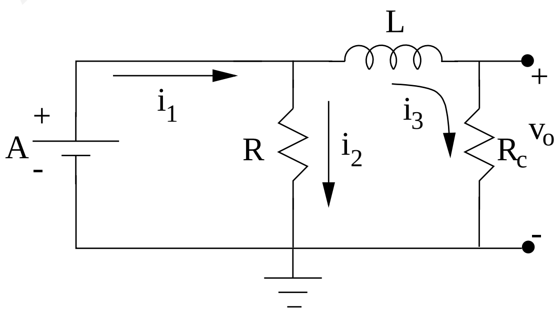


Solución En este problema tratamos la carga y descarga de corriente en una bobina y para ello tenemos que conocer las corrientes iniciales y finales para cada carga o descarga y los valores de la resistencia a través de la que se producirá esta carga o descarga. Veamos cuales con las condiciones iniciales y finales del circuito para cada valor de tensión.

En el instante t=0 la corriente por la bobina será 0, ya que el sistema está en reposo, las condiciones iniciales son pues

$$i_L = 0$$

cuando el generador de tensión tiene un valor $v_i = A$ el diodo estará en directa, ya que la corriente circula en la dirección de conducción del diodo, y como es ideal será un cortocircuito, así pues el circuito queda como



la tensión sobre la resistencia R es A ya que comparte el nodo con la fuente de tensión, así pues la corriente que pasa por la bobina (i_3) es la misma que pasa por la resistencia R_c y cuando lleguemos al regimen estacionario la corriente será

$$i_L = i_3 = \frac{A}{R_c}$$

ya que la bobina se comportará como un cortocircuito, la ecuación para el tramo de tiempo entre 0s y 0.1s será

$$i_L(t) = i_L(t_f) - (i_L(t_o) - i_L(t_f)) \exp\left(\frac{t - t_o}{L/R_c}\right)$$

$$i_L(t) = \frac{A}{R_c} - (0 - \frac{A}{R_c}) \exp\left(\frac{t - 0}{L/R_c}\right) = \frac{A}{10\Omega}\left(1 - \exp\left(\frac{t}{5ms}\right)\right)$$

las condiciones finales de este tramo son simples ya que como la constante de tiempo es $\tau = 5ms$ tenemos que la carga completa se realizará en $4\tau = 20ms$ que es mucho menos que 0.1s, así pues

$$i_L(t_f) = i_L(0.1s) = \frac{A}{R_c}$$

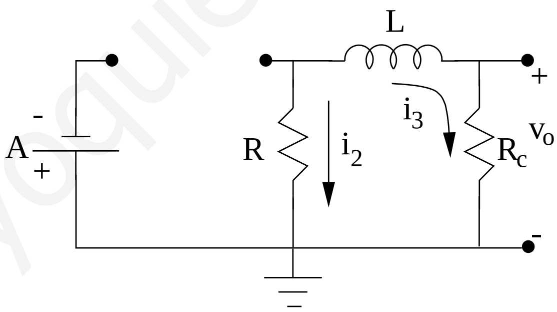
y entonces conocemos la tensión de salida

$$v_0(t) = i_L(t)R_c = \frac{A}{10\Omega}\left(1 - \exp\left(\frac{t}{5ms}\right)\right) = A\left(1 - \exp\left(\frac{t}{5ms}\right)\right)$$

y

$$v_o(t_f) = v_o(0.1) = A$$

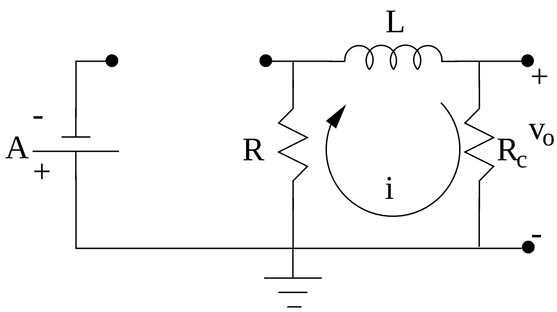
Ahora vamos a por el tramos desde 0.1 a 0.2s, ya conocemos las condiciones iniciales, veamos ahora el circuito que tenemos. Como la corriente de la fuente ahora cambia de sentido ya que cambia su polaridad el diodo estará cortado y se comportará como un circuito abierto, el circuito que nos queda es pues



ahora i_2 e i_3 son las únicas corrientes y según la ley de Kirchoff de las corrientes tenemos

$$i_3 + i_2 = 0$$

así pues podemos pintar el circuito de la siguiente forma



podemos ver que los tres elementos (la bobina y las dos resistencias) están recorridos por la misma corriente lo que significa que están en serie. Ademá conocemos la corriente inicial (que la final del otro tramo) y la final de este que es de 0A ya que no hay alimentación. Así pues la ecuación de la corriente en la bobina será

$$i_L(t) = 0 - (\frac{A}{R_c} - 0)\exp\left(\frac{t-0.1}{L/(R+R_c)}\right) = \frac{A}{10\Omega}\exp\left(\frac{t-0.1}{2.5ms}\right)$$

las condiciones finales de este tramo son simples ya que como la constante de tiempo es $\tau = 2.5ms$ tenemos que la carga completa se realizará en $4\tau = 10ms$ que es mucho menos que 0.1s, así pues

$$i_L(t_f) = i_L(0.2s) = 0$$

y entonces conocemos la tensión de salida

$$v_0(t) = i_L(t)R_c = \frac{A}{10\Omega}\exp\left(\frac{t-0.1}{2.5ms}\right)10\Omega = A\exp\left(\frac{t}{5ms}\right)$$

y

$$v_o(t_f) = v_o(0.2) = 0$$

Ahora ya podemos representar la gráfica