

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapas inferior y superior, con capacidad de  $20\pi \text{ m}^3$ . El material para las tapas cuesta 10 euros cada  $\text{m}^2$  y el material para el resto del cilindro 8 euros cada  $\text{m}^2$ . Calcula, si existe, el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo.

**Ejercicio 2.-** Sea  $I = \int_0^8 \frac{1}{2 + \sqrt{x+1}} dx$ .

- a) **[1,25 puntos]** Expresa  $I$  aplicando el cambio de variable  $t = 2 + \sqrt{x+1}$ .
- b) **[1,25 puntos]** Calcula el valor de  $I$ .

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) **[0,5 puntos]** Comprueba que  $AA^t - 2A = I$  ( $A^t$  denota la traspuesta de  $A$  e  $I$  la matriz identidad).
- b) **[0,75 puntos]** Calcula  $A^{-1}$ .
- c) **[1,25 puntos]** Determina, si existe, la matriz  $X$  que verifica  $XA + I = 3A$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(-1, -2, -1)$  y  $B(1, 0, 1)$ .

- a) **[1,25 puntos]** Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos  $A$  y  $B$  son simétricos.
- b) **[1,25 puntos]** Calcula la distancia de  $P(-1, 0, 1)$  a la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B$ .

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Calcula  $a, b, c$  y  $d$  sabiendo que  $f$  tiene un extremo relativo en  $(0, 1)$  y su gráfica un punto de inflexión en  $(1, -1)$ .

**Ejercicio 2.-** Considera la región limitada por la gráfica de la función dada por  $f(x) = \sqrt{2x-2}$  para  $x \geq 1$ , la recta  $y = x - 5$  y el eje de abscisas.

- a) **[0,75 puntos]** Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte entre la gráfica de  $f$  y las rectas.
- b) **[0,75 puntos]** Expresa mediante integrales el área del recinto anterior.
- c) **[1 punto]** Calcula el área.

**Ejercicio 3.-** Sea  $A$  una matriz  $3 \times 3$  tal que  $\det(2A) = 8$ .

- a) **[0,5 puntos]** ¿Cuánto vale  $\det(A)$ ?
- b) **[0,75 puntos]** Siendo  $B$  la matriz que se obtiene de  $A$  multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale  $\det(B)$ ?
- c) **[1,25 puntos]** Determina los valores de  $x$  para los que la siguiente matriz  $A$  verifica que  $\det(2A) = 8$ ,

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(0, -2, 2)$ ,  $C(-1, 0, 2)$  y  $D(2, -1, -2)$ .

- a) **[1 punto]** Calcula el volumen del tetraedro de vértices  $A, B, C$  y  $D$ .
- b) **[1,5 puntos]** Determina la ecuación de la recta que pasa por  $D$  y es perpendicular al plano determinado por los puntos  $A, B$  y  $C$ .