

Examen nº 6 de MATEMÁTICAS I (COU) del libro_96_97

Como libro_96_97 entendemos:
Pruebas de Acceso a la Universidad
Propuestas de Exámenes 1996_97
Universidades Andaluzas
I.S.B.N.:84-7647-757-0
Páginas: 176-182

Debes elegir **DOS** ejercicios de **Análisis** (cada uno de ellos vale 3 puntos) y, por otro lado, **UN** ejercicio de **Álgebra Lineal y Geometría** (que vale cuatro puntos). **Contesta las preguntas de forma razonada**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. Por favor, **escribe de forma ordenada y con letra clara**. Se permite el uso de calculadoras.

Análisis

Ejercicio 1 (1) [1'5 puntos] Enuncia el teorema del valor medio de Lagrange.

(2) [2 puntos]. Sea $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + x + 10$. Determina todos los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica de f es paralela a la recta que pasa por los puntos $A = (-1, f(-1))$ y $B = (2, f(2))$. ¿Cuál de ellos es el predicho por el teorema del valor medio de Lagrange al aplicarlo a la función f en el intervalo $[-1, 2]$?

Ejercicio 2 (1) [0'5 puntos] Dibuja a arco de la curva de ecuación $y = \frac{1}{8}x^2\sqrt{2-x}$ que está contenido en el

primer cuadrante ($\sqrt{\quad}$ representa la función raíz cuadrada positiva).

(2) [2'5 puntos]. Calcula el volumen del sólido engendrado al girar dicho arco alrededor del eje OX.

Ejercicio 3 (1) [1 punto] Explica en que consiste el método de integración por cambio de variable.

(2) [2 puntos]. Haciendo el cambio de variable $t = e^x$, aplica dicho método para calcular $\int \frac{e^x}{e^{2x} + e^x - 2} dx$.

Ejercicio 4. Sea, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función polinómica definida por $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$

(1) [2'5 puntos] Prueba que f tiene una única raíz en el intervalo $[0, 1]$.

(2) [0'5 puntos] Dicha raíz, ¿está mas cerca de 0'3 o de 0'7?. Justifica la respuesta.

(3) [1 punto] Enuncia algún teorema que hayas usado en los apartados anteriores.

Álgebra Lineal y Geometría

Ejercicio 5. Dados dos números reales α y β , considera la recta r y el plano π dados por

$$r : \begin{cases} x - 2y - 2z = 1, \\ x + 5y + z = 0; \end{cases} \quad \pi : 3x + y + \alpha x = \beta.$$

Calcula los valores de α y β en cada uno de los casos siguientes:

(1) [3 puntos], r está contenida en π .

(2) [1'4 puntos], r es paralela a π .

(3) [1'3 puntos]. r y π se cortan sólo en un punto.

Ejercicio 6. Sean a y b dos constantes reales. Se sabe que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ ax + y = b \end{cases}$$

es compatible indeterminado (es decir admite más de una solución).

(1) [1'5 puntos]. Halla las soluciones del sistema.

(2) [1'5 puntos]. Halla los valores de a y b .

(3) [1 punto]. Halla unas ecuaciones paramétricas de la recta del plano XOY cuya ecuación es $3x - 2y = 1$.