Examen nº 5 de MATEMÁTICAS I (COU) del libro_96_97

Como libro_96_97 entendemos:
Pruebas de Acceso a la Universidad
Propuestas de Exámenes 1996_97
Universidades Andaluzas
I.S.B.N.:84-7647-757-0
Páginas: 176-182

Debes elegir **DOS** ejercicios de **Análisis** (cada uno de ellos vale 3 puntos) y, por otro lado, **UN** ejercicio de **Álgebra Lineal y Geometría** (que vale cuatro puntos). **Contesta las preguntas de forma razonada**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. Por favor, **escribe de forma ordenada y con letra clara**. Se permite el uso de calculadoras.

Análisis

Ejercicio 1 (1) [1 punto]. Enuncia el teorema del valor medio de Lagrange.
(2) [0'5 puntos]. Define el concepto de función monótona creciente en un intervalo.
(3) [1'5 puntos]. Aplica el teorema del valor medio de Lagrange para probar que la función $f:R \to R$, definida por $f(x) = e^x + x^3 + x$, es monótona creciente en todo su dominio.

Ejercicio 2. Dada la función $f:R \to R$ definida por $f(x) = 33x + 32$, se pide:
(1) [1 punto]. Halla la función derivada de *f.*
(2) [1 punto]. Halla la derivada de f en el punto x = 31.
(3) [1 punto]. Halla $\int_0^1 [\,33\cdot f(x)\,]dx$.

Ejercicio 3. [3 puntos]. Desde una casa situada en el punto P = (7, 0) se quiere hacer un camino recto para conectarla con una carretera cuyo trazado viene dado por la curva de ecuación $y = \sqrt{1 + 2x + 2x^2}$.
¿Con qué punto de la carretera conecta el camino más corto posible?

Ejercicio 4. [3 puntos]. Haciendo el cambio de variable $1 - x = t^6$, halla $\int_{-63}^{0} \frac{dx}{\sqrt{1-x} + \sqrt[3]{1-x}}$

Álgebra Lineal y Geometría

Ejercicio 5. Dado α de R, sea r la recta del espacio tridimensional que pasa por el punto P = (1, 2,3) y cuyo vector director es $\mathbf{v} = (\alpha - 1, 2\alpha + 4, 3\alpha - 6)$.
(1) [1 punto]. Escribe las ecuaciones de las rectas obtenidas, respectivamente, para los valores $\alpha=0$ y $\alpha=1$.
(2) [3 puntos]. Prueba que todas las rectas obtenidas como se ha descrito, variando α en R*,* están contenidas en un plano y determina la ecuación de dicho plano.

Ejercicio 6. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:
(1) [1 punto]. Estudia si existe y, si es así, calcula la inversa de *A.*
(2) [1 punto]. Estudia si existe y, si es así, calcula la inversa de B.
(3) [2 puntos]. Determina una matriz X que verifique $(2\cdot A + I)\cdot B = B + AXA$.