

Examen nº 4 de MATEMÁTICAS I (COU) del libro_96_97

Como libro_96_97 entendemos:
Pruebas de Acceso a la Universidad
Propuestas de Exámenes 1996_97
Universidades Andaluzas
I.S.B.N.:84-7647-757-0
Páginas: 176-182

Debes elegir **DOS** ejercicios de **Análisis** (cada uno de ellos vale 3 puntos) y, por otro lado, **UN** ejercicio de **Álgebra Lineal y Geometría** (que vale cuatro puntos). **Contesta las preguntas de forma razonada**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. Por favor, **escribe de forma ordenada y con letra clara**. Se permite el uso de calculadoras.

Análisis

Ejercicio 1 (1) [1 punto]. Sea f la función definida por $f(x) = e^x$. Dibuja la región limitada por la gráfica de la función f , la gráfica de su función inversa, la recta de ecuación $x = 1$ y la recta de ecuación $x = 2$.

(2) [2 puntos]. Calcula el área de dicha región.

Ejercicio 2 [3 puntos]. De una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(0) = 0$, que es derivable y que la gráfica de su función derivada es la recta que pasa por el punto $P = (1,1)$ y es paralela a la recta de ecuación $y = 2x+2$. Halla f , es decir, para cada x di cual es el valor de $f(x)$.

Ejercicio 3. Sea f la función definida para $x > 0$ por $f(x) = x \cdot (\ln(x))^2$, donde $\ln(x)$ denota el logaritmo neperiano de x .

(1) [1 punto]. Calcula el límite lateral de f cuando $x \rightarrow 0$ por la derecha, o sea, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) [2 puntos]. Halla, si es que existen, los extremos relativos y absolutos de f .

Ejercicio 4. [3 puntos]. Dadas las funciones $f_1, f_2, f_3 : [-2,3] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas, respectivamente, por las relaciones $f_1(x) = (x-1) \cdot (x+1)$, $f_2(x) = |x-1| \cdot (x+1)$, $f_3(x) = |x-1| \cdot |x+1|$, estudia su continuidad, su derivabilidad y determina sus respectivos extremos relativos y absolutos.

Álgebra Lineal y Geometría

Ejercicio 5. (1) [2 puntos]. Determina todos los puntos del plano $\pi : x + y = 3$ que equidistan (están a igual distancia) de los puntos $A = (1,0,-2)$ y $B = (-1,2,-1)$. ¿Qué representa geoméricamente dicho conjunto de puntos?

(2) [2 puntos]. Determina todos los puntos del plano $\pi_0 : x = 2$ que equidistan de los planos π_1 y π_2 dados, respectivamente, por $\pi_1 : -y + 2z - 3 = 0$ y $\pi_2 : -2x + y - 5 = 0$. ¿Qué representa geoméricamente dicho conjunto de puntos?

Ejercicio 6. Considera el sistema que depende de un parámetro real k :

$$3x+5y+kz=2,$$

$$5x+3y+kz=2,$$

$$kx+5y+3z=2.$$

(1) [2 puntos]. Estúdialo según los valores del parámetro k .

(2) [0'5 puntos]. Interpreta geoméricamente el sistema en cada uno de los casos obtenidos en el apartado (1).

(3) [1'5 puntos]. Resuélvelo para $k = 1$.