

Examen nº 3 de MATEMÁTICAS I (COU) del libro_96_97

Como libro_96_97 entendemos:
Pruebas de Acceso a la Universidad
Propuestas de Exámenes 1996_97
Universidades Andaluzas
I.S.B.N.:84-7647-757-0
Páginas: 176-182

Debes elegir **DOS** ejercicios de **Análisis** (cada uno de ellos vale 3 puntos) y, por otro lado, **UN** ejercicio de **Álgebra Lineal y Geometría** (que vale cuatro puntos). **Contesta las preguntas de forma razonada**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. Por favor, **escribe de forma ordenada y con letra clara**. Se permite el uso de calculadoras.

Análisis

Ejercicio 1 (1) [1 punto]. Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$, ¿se puede afirmar que existe algún punto c del intervalo $[1,4]$ tal que $f(c) = 3$? Razona la respuesta.

(2) [1 punto]. Enuncia algún teorema que hayas usado en el apartado anterior.

(3) (1 punto). Dibuja la región plana limitada por las curvas de ecuaciones $y = 2 - x^2$ e $y = |x|$ y halla su área.

Ejercicio 2 [3 puntos]. Prueba que entre todos los rectángulos inscritos en una circunferencia de radio $r > 0$ existe al menos uno de perímetro máximo y determina las dimensiones de un tal rectángulo.

Ejercicio 3 [3 puntos]. Determina a , b y c para que la función f definida por

$$f(x) = x^3 / (ax^2 + bx + c)$$

tenga las siguientes propiedades: la recta de ecuación $y = x - 2$ es una asíntota de la gráfica de f y en $x = -3$ la función presenta un extremo relativo.

Ejercicio 4 (1) [2 puntos]. Halla una primitiva de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por la relación $f(x) = |x - 2| + x \cdot \sin(x)$.

(2) [1 punto]. Halla una función derivable $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $F'(x) = |x - 2| + x \cdot \sin(x)$ y $F(0) = 0$.

Álgebra Lineal y Geometría

Ejercicio 5 (1) [2 puntos]. De todos los planos que contienen a la recta r de ecuaciones r :

$$x + y - z + 3 = 0$$

$$2x - 3y + z - 8 = 0$$

halla el que pasa por el punto $P = (-3, 2, -1)$.

(2) [2 PUNTOS]. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Halla su producto de manera que obtengamos una matriz cuadrada de orden 3 y razona si existen valores de m para los que dicha matriz producto tiene inversa.

Ejercicio 6 Dado el sistema que depende de un parámetro real a

$$x + ay + z = a + 2,$$

$$x + y + az = -2(a + 1),$$

$$ax + y + z = a.$$

(1) [1'5 puntos]. ¿Para qué valores del parámetro a tiene el sistema infinitas soluciones?

(2) [1'5 puntos]. Para los valores de a hallados en el apartado anterior, determina las correspondientes soluciones.

(3) [1 punto]. Interpreta geoméricamente lo obtenido en los apartados anteriores.