

## Examen nº 2 de MATEMÁTICAS I (COU) del libro\_96\_97

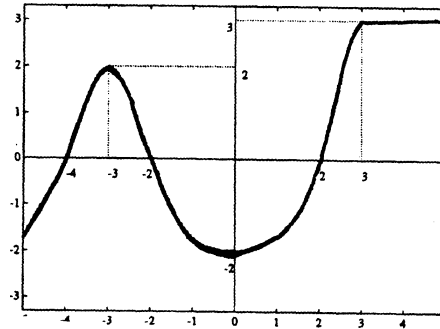
Como libro\_96\_97 entendemos:  
Pruebas de Acceso a la Universidad  
Propuestas de Exámenes 1996\_97  
Universidades Andaluzas  
I.S.B.N.:84-7647-757-0  
Páginas: 176-182

Debes elegir **DOS** ejercicios de **Análisis** (cada uno de ellos vale 3 puntos) y, por otro lado, **UN** ejercicio de **Álgebra Lineal y Geometría** (que vale cuatro puntos). **Contesta las preguntas de forma razonada**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. Por favor, **escribe de forma ordenada y con letra clara**. Se permite el uso de calculadoras.

### Análisis

**Ejercicio 1** (1) [1'5 puntos] Prueba que la ecuación  $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$  posee sólo una solución real.  
(2) [0'5 puntos]. Especifica un intervalo de longitud 0'5 que contenga dicha solución.

**Ejercicio 2.** De una función  $f : [-5,5] \rightarrow \mathbb{R}$  se sabe que la gráfica de su función derivada  $f'$  es la siguiente:



(1) [1 punto]. Determina de forma razonada los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .  
(2) [2 puntos]. Di cuáles son los puntos críticos de  $f$  y determina de forma razonada si en cada uno de ellos la función  $f$  alcanza un máximo o un mínimo relativo.

**Ejercicio 3** (1) [1 punto]. Si  $f$  es una función continua en un intervalo  $[a, b]$  y no es idénticamente nula en dicho intervalo, ¿puede ser  $\int_a^b [f(x)] dx = 0$ ? Pon un ejemplo que aclare la cuestión.  
(2) [2 puntos]. Dibuja la región limitada por la parábola de ecuación  $y^2 = 2x + 4$  y la recta que pasa por los puntos  $(-2, 0)$  y  $(6, 4)$  y calcula el área de dicha región.

**Ejercicio 4** [3 puntos]. Determina las coordenadas (abscisa y ordenada) de los puntos de inflexión de la curva cuya ecuación es  $y = 1 + \int_0^x [t \cdot e^t] dt$ .

### Álgebra Lineal y Geometría

**Ejercicio 5.** Dados los puntos  $P = (1, 2, 5)$ ,  $Q = (3, 2, -1)$  y  $R = (-1, 2, 3)$ , se pide:

(1) [1'2 puntos]. Demuestra que estos tres puntos son los vértices de un triángulo rectángulo.  
(2) [1'2 puntos]. ¿Cuál es la ecuación del plano que los contiene?  
(3) [1'8 puntos]. Halla un punto  $S$  tal que los cuatro puntos  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$  sean los vértices de un rectángulo.

**Ejercicio 6.** Sean  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $x$  números reales.

(1) [2 puntos]. Prueba, sin desarrollar el determinante, que 
$$\begin{vmatrix} a & a+x & a+2x \\ b & b+x & b+2x \\ c & c+x & c+2x \end{vmatrix} = 0$$

(2) [1 punto]. Enuncia alguna de las propiedades de los determinantes que utilices en el apartado anterior.

(3) [1 punto]. Halla, sin desarrollarlo, el valor del siguiente determinante: 
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$