

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(0.5 puntos)** Si A es una matriz de dimensión $m \times n$, indique la dimensión de una matriz X si se verifica que $(A^t \cdot A) \cdot X = I_n$.

b) **(1.25 puntos)** Calcule dicha matriz X en el caso en que $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

c) **(0.75 puntos)** Calcule, si es posible, el producto $A \cdot (A^t \cdot A)$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + a & \text{si } x > 2 \end{cases}$, con $a > 0$.

a) **(1.3 puntos)** Calcule el valor del parámetro a para que la función sea continua en su dominio. En este caso, ¿sería derivable en su dominio?

b) **(1.2 puntos)** Para el valor $a = 4$, represente gráficamente la función y halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 3

Disponemos de tres monedas: 1 dólar, 1 libra y 1 euro.

La moneda de 1 dólar está trucada y la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga cruz. La moneda de 1 libra también está trucada y tiene dos caras y la de 1 euro es correcta. Se escoge una de las tres monedas al azar y se lanza.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?

b) **(1 punto)** Sabiendo que salió cruz, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda lanzada fuera la de 1 dólar?

EJERCICIO 4

Para estudiar el número de personas que van al cine mensualmente en una ciudad, se ha seleccionado una muestra aleatoria de 10 meses y se ha registrado el número de entradas al cine vendidas en cada mes. Los datos son los siguientes:

682 553 555 666 657 649 522 568 700 552

a) **(2 puntos)** Suponiendo que el número de entradas vendidas mensualmente sigue una distribución Normal con desviación típica 50 entradas, calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 95%, para el número medio de personas que van al cine mensualmente en esa ciudad.

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el error máximo que se comete al estimar esta media con este intervalo?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1 punto)** Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y en dichos casos calcule el resultado: $A \cdot B$, $B \cdot A$, $B \cdot C$ y $C^t \cdot B^t$.
- b) **(1.5 puntos)** Calcule la matriz X en la ecuación $A \cdot X + B^t = 4C$.

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x} & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de esta función.
- b) **(1 punto)** Estudie su monotonía y su curvatura para $x > 0$.

EJERCICIO 3

De los alumnos que se presentaron a las pruebas de selectividad de una provincia, 1150 se examinaron de Geografía; de estos, 598 eligieron la opción A. Se sabe que aprobaron esa asignatura el 78% de los que eligieron la opción A y el 74% de los que eligieron la opción B. Se ha escogido al azar uno de los alumnos que se examinaron de Geografía.

- a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que este alumno haya aprobado esta asignatura?
- b) **(1 punto)** Si se sabe que este alumno ha aprobado Geografía, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido la opción A?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) La proporción de nacimientos que ocurren con luna llena en los hospitales de una ciudad se consideraba no inferior a 0.45, pero un estudio afirma que en la actualidad esta proporción ha descendido. Para contrastar esta hipótesis se han elegido al azar, en estos hospitales, a 200 recién nacidos, de los cuales 70 nacieron con luna llena. Decida mediante un contraste de hipótesis, con $H_0: p \geq 0.45$, si la afirmación del estudio es correcta con un nivel de significación del 1%, indicando la región de rechazo.