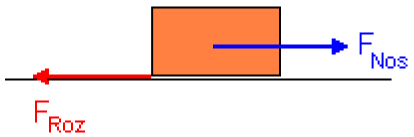
# TRABAJO Y ENERGÍA. CUESTIONES y PROBLEMAS

a) Un hombre rema en un bote contra corriente, de manera que se encuentra en reposo respecto a la orilla. ¿Realiza trabajo?
b) ¿Se realiza trabajo cuando se arrastra un mueble con velocidad constante?

a) El hombre realiza trabajo porque está ejerciendo una fuerza con los remos y además hay desplazamiento, lo que ocurre es que se mueve con la misma velocidad que la corriente del río y en sentido contrario y por tanto permanece en reposo respecto de un observador en la orilla. Dicho de otra forma, lo que el hombre avanza se lo hace retroceder la corriente y prueba de ello es que si dejase de remar el río lo arrastraría aguas abajo.

b) Naturalmente que sí, puesto que para arrastrarlo con velocidad constante (sin aceleración) es preciso que la fuerza resultante sobre el mueble sea nula, así que nosotros tendremos que hacer una fuerza igual y de sentido contrario a la de rozamiento máxima del mueble contra el suelo.




Sin embargo, el trabajo total, que es debido a la fuerza resultante, sí que es nulo porque el trabajo que realizamos nosotros para arrastrar el mueble ($W_{Nos}=F_{nos}\cdot s\cdot \cos 0$) es igual y de signo contrario al que realiza la fuerza de rozamiento ($W_{Roz}=F_{Roz}\cdot s\cdot \cos 180$).

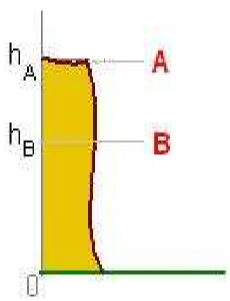
E1B.S2008

a) Principio de conservación de la energía mecánica.
b) Desde el borde de un acantilado de altura h se deja caer libremente un cuerpo. ¿Cómo cambian sus energías cinética y potencial? Justifique la respuesta.

a) Teoría

b) Si despreciamos el rozamiento contra el aire, se conservará la energía mecánica y si además consideramos que la altura del acantilado es despreciable frente al radio de la tierra, podemos tomar a la gravedad como una constante.

Cuando el cuerpo descienda del punto A al B, la variación de *Ec* y *Ep* que tendrá lugar será:




$$\Delta Ep = Ep_B - Ep_A = mgh_B - mgh_A = mg(h_B - h_A) < 0$$

$$\Delta Ec = Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) > 0$$

De acuerdo al principio de conservación de la energía mecánica, $\Delta Ep \downarrow + \Delta Ec \uparrow = 0$, la disminución de energía potencial (porque al caer va disminuyendo) debe ser igual al aumento de la energía cinética para que sigan sumando cero

E3B.S2004

a) ¿Qué se entiende por fuerza conservativa? Explique la relación entre fuerza y energía potencial.
b) Sobre un cuerpo actúa una fuerza conservativa. ¿Cómo varía su energía potencial al desplazarse en la dirección y sentido de la fuerza? ¿Qué mide la variación de energía potencial del cuerpo al desplazarse desde un punto A hasta otro B? Razone las respuestas.

a) Las fuerzas conservativas son aquellas que:

- No merman la capacidad de realizar trabajo de un cuerpo
- Aquellas que al llevar un cuerpo de un punto A hasta otro B, realizan un trabajo que no depende el camino seguido: $W_{A\to B,c1} = W_{A\to B,c2}$, sino que solamente de la posición de los puntos inicial y final.
- Aquellas que al recorrer una trayectoria cerrada hacen un trabajo nulo: $\oint \vec{F} \bullet d\vec{r} = 0$

Precisamente porque el trabajo que realiza la fuerza F conservativa, solo depende de la posición de los puntos inicial y final, se define una energía asociada a la posición que llamamos energía potencial. Por definición, el trabajo realizado <u>por la fuerza conservativa</u> para llevar una partícula desde un punto A hasta otro B es igual al a “menos” incremento de energía potencial.

$$W_{\substack{A\to B \\ F.Conservativa}} = -\Delta Ep$$

O lo que es igual: “El trabajo que hacemos nosotros para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro B, contra las fuerzas del campo y sin aceleración, es igual a la variación de energía potencial entre esos puntos”

$$W_{\substack{A\to B \\ nosotros}} = Ep_B - Ep_A = \Delta Ep = -W_{\substack{A\to B \\ F.Conserv.Campo}}$$

b1) Disminuye. Supongamos que la fuerza conservativa sea constante (aunque el resultado sería igual si no lo fuera). Al ser constante podemos utilizar la expresión particular para el trabajo y poner que $W_{A\to B,F.Conservativa} = F_{Conserv} \cdot s \cdot \cos\alpha = F_{Conserv} \cdot s \cdot \cos 0 = +$ donde hemos tenido en cuenta que como el cuerpo se desplaza "en la dirección y sentido de la fuerza conservativa" $\alpha$=0 y en consecuencia el trabajo que hace la fuerza conservativa es positivo.

Ahora, teniendo en cuenta que por definición el trabajo que hace una fuerza conservativa para llevar un cuerpo desde un punto a otro es igual a "menos" la variación de energía potencial entre esos puntos:

$$W_{\substack{A\to B \\ F.Conservativa}} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B = + \quad \Rightarrow \quad Ep_A > Ep_B$$

Es el caso de una piedra que cae en el vacío. Obviamente el ángulo formado por la fuerza peso (que es conservativa) y el desplazamiento es cero y su coseno 1, por tanto $W_{A\rightarrow B,F.Conservativa} = F_{Conserv} \cdot s \cdot \cos 0 = +$ y la piedra se mueve desde el punto de mayor Ep hasta el de menor Ep.

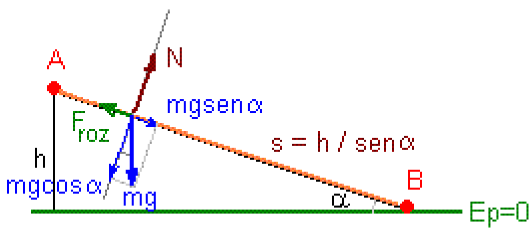
De acuerdo con la definición $W_{A\rightarrow B,F.Conservativa} = -\Delta Ep$ el signo menos se interpreta como que la fuerza conservativa realiza trabajo real (trabajo positivo) cuando desplaza el cuerpo desde los puntos de mayor energía potencial a los puntos con menor energía potencial, es decir la Ep disminuye cuando desplaza al cuerpo en la dirección y sentido de la fuerza conservativa.

b2) Hemos dicho que $W_{A\rightarrow B,F.Conserv} = -\Delta Ep$. Como el trabajo que hacemos nosotros para llevar un cuerpo de un punto a otro es igual, con el signo cambiado, al que hace la fuerza conservativa (porque la fuerza que debemos hacer es igual y de sentido opuesto a la conservativa) $W_{A\rightarrow B,F.Conserv} = -\Delta Ep = -W_{A\rightarrow B,nosotros}$, que nos dice que la variación de energía potencial entre dos puntos es igual al trabajo que hacemos nosotros para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro B, contra las fuerzas del campo y sin aceleración.
Por otro lado, si todas las fuerzas son conservativas se conservará la energía mecánica, $\Delta Ec + \Delta Ep = 0$ por tanto, la variación de energía potencial es igual a la variación de energía cinética con el signo cambiado.

E1B.S2009

a) Explique el principio de conservación de la energía mecánica y en qué condiciones se cumple.
b) Un automóvil desciende por un tramo pendiente con el freno accionado y mantiene constante su velocidad. Razone los cambios energéticos que se producen.

a) Teoría
b) En este caso, obviamente, no se conserva la energía mecánica, ya que la energía cinética no varía y entones la disminución de la energía potencial se transforma en trabajo realizado contra la fuerza de rozamiento, que no es conservativa, y que finalmente se transforma en calor.




Aplicando el principio de conservación de la energía total entre los puntos A y B, tendremos:

$$Ec_A + Ep_A + W_{\substack{A\rightarrow B \\ F.NoConservat}} = Ec_B + Ep_B$$

- En este caso la fuerza no conservativa es la fuerza de rozamiento
- De acuerdo con la segunda ley de Newton, si el automóvil baja con velocidad constante, la suma de todas las fuerzas sobre él debe ser cero y, como se deduce de

la figura, la fuerza de rozamiento debe ser igual a la componente del peso en la dirección del plano: $F_{roz} = mg\,sen\alpha$ y lleva sentido contrario al movimiento. En forma de vector sería $\vec{F}_{roz} = mg\,sen\alpha\,(-\vec{i})$

- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es negativo, precisamente porque tiene sentido contrario al desplazamiento, es decir forma ángulo de 180 con el desplazamiento. Teniendo en cuenta que el espacio recorrido es s=h/senα :

$$W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = W_{roz} = F_{roz}\cdot s\cdot \cos 180 = -F_{roz}\cdot s = -mg\,sen\alpha\cdot\frac{h}{sen\alpha} = -mgh$$

$$W_{roz} = \int_A^B \vec{F}_{roz}\bullet d\vec{r} = \int_A^B -mg\,sen\alpha\,\vec{i}\bullet dx\,\vec{i} = \int_{x_A=0}^{x_B=s} -mg\,sen\alpha\,dx = -mg\,sen\alpha\cdot[x]_0^s = -mg\,sen\alpha\cdot s = -mgh$$

Sustituyendo en la expresión de la conservación de la energía total, y teniendo en cuenta que si la velocidad no varía la energía cinética es la misma en los puntos A y B, y tomando nivel cero de energía potencial en el punto B, tendremos que:

$$\cancel{Ec_A} + Ep_A - mgh = \cancel{Ec_B} + \cancel{Ep_B}$$

de donde se deduce que $Ep_A = mgh$, es decir, toda la energía potencial que tenía en el punto A se ha perdido en trabajo de rozamiento, es decir se ha disipado en forma de calor.

E3B.S2009

En un instante $t_1$ la energía cinética de una partícula es 30J y su energía potencial es 12J. En un instante posterior, $t_2$, la energía cinética de la partícula es 18J.
a) Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula ¿Cuál es su energía potencial en el instante $t_2$?
b) Si la energía potencial en el instante $t_2$ fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula?. Razone las respuestas.

a) Deduce el teorema de conservación de la energía mecánica. Del mismo se desprende que si sobre un cuerpo actúan solo fuerzas conservativas se conserva la energía mecánica:

$$Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B = E = const$$

$$30 + 12 = 18 + Ep \qquad \Rightarrow \qquad Ep = 24Julios$$

b) Deduce el teorema de conservación de la energía en su forma general, de él se deduce que:

$$Ec_A + Ep_A + W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = Ec_B + Ep_B$$

$$30 + 12 + W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = 18 + 6 \qquad \Rightarrow \qquad W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = -18Julios$$

Dependiendo del signo del trabajo de las fuerzas no conservativas la energía mecánica al final puede ser mayor o menor que la inicial. En el caso que nos ocupa la energía mecánica final (24J) es menor que la inicial (42J), seguramente debido a la existencia de fuerzas de rozamiento, ya que el trabajo que realizan es negativo (porque al llevar sentido contrario al desplazamiento el ángulo que forma la $F_{roz}$ y el desplazamiento es de 180, o si hiciéramos el tratamiento vectorial al realizar el producto escalar $\vec{F}_{Roz} \bullet d\vec{r}$ tendremos siempre, por ejemplo $-\vec{i} \bullet \vec{i} = -1$) la energía al final siempre será menor que la inicial.

E4B.S2010

a) Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea.
b) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? ¿Es igual a la variación de su energía potencial? Razone las respuestas.

a) Teoría

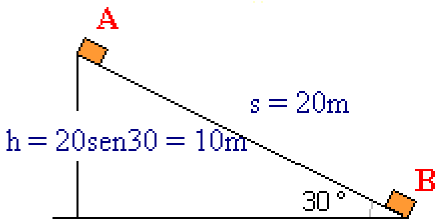
b) Sí, el Teorema de la Fuerzas Vivas dice: El trabajo realizado por todas las fuerzas es igual a la variación de su energía cinética.

La segunda parte es falso ya que, de acuerdo con la definición $W_{A\to B,F.Conserv} = -\Delta Ep$, solamente en el caso de que todas las fuerzas sean conservativas el trabajo realizado por las fuerzas es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo.

E5B.S2007
Un trineo de 100 kg parte del reposo y desliza hacia abajo por una ladera de 30º de inclinación respecto a la horizontal.
a) Explique las transformaciones energéticas durante el desplazamiento del trineo suponiendo que no existe rozamiento y determine, para un desplazamiento de 20 m, la variación de sus energías cinética y potencial.
b) Explique, sin necesidad de cálculos, cuáles de los resultados del apartado a) se modificarían y cuáles no, si existiera rozamiento.
$g = 10\ m\ s^{-2}$

a) Como no hay rozamiento y únicamente desliza bajo la acción de la fuerza peso, que es una fuerza central y por tanto conservativa, se conservará la energía mecánica: $\Delta Ec + \Delta Ep = 0$ Al descender y disminuir ΔEp debe aumentar ΔEc. Dicho de otra forma, si inicialmente se encuentra en reposo, toda la energía del trineo es potencial, debida a su posición en el campo gravitatorio. y por tanto al descender, la disminución de energía potencia será igual a lo que aumentará la energía cinética:

$$\Delta Ec + \Delta Ep = 0 \qquad \to \qquad Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B$$



Para un desplazamiento de 20m, sobre la pendiente de 30º, es decir para un descenso de 10m, el incremento de energía potencial

$$\Delta Ep = \cancel{Ep_B} - Ep_A = -mgh_A = -10000\,J$$

Como vinos en el ejercicio E3B.S2004, un cuerpo se mueve espontáneamente hacia donde su energía potencial es menor y por eso $\Delta Ep = -$
El incremento de energía cinética, teniendo en cuenta que $\Delta Ec = -\Delta Ep$ =+10000 J

$$\Delta Ec = Ec_B - \cancel{Ec_A} = +10000\,J$$

b) La energía potencial es una consecuencia de que el campo gravitatorio es conservativo y solamente depende de la posición, así que si los puntos A y B siguen siendo los mismos, la variación de energía potencial entre ellos seguirá siendo la misma. Sin embargo ahora no se conserva la energía mecánica, así que toda esa energía potencial que pierde no se transforma en incrementar su energía cinética, porque ahora una parte se desprenderá en forma de calor por efecto del rozamiento, ya que:

$$\Delta Ec + \Delta Ep = W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}}$$

Debes tener en cuenta que si la fuerza no conservativa es la de rozamiento el trabajo que realiza es negativo, ya que la fuerza de rozamiento y el desplazamiento forman 180º y su coseno es –1. Así, por ejemplo, si el $W_{Roz} = -2000J$, entonces $\Delta Ec = 8000J$.

E1A.S2003
Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
a) Si la energía mecánica de una partícula permanece constante, ¿puede asegurarse que todas las fuerzas que actúan sobre la partícula son conservativas?
b) Si la energía potencial de una partícula disminuye, ¿tiene que aumentar su energía cinética?

a) De acuerdo con el principio de conservación de la energía:

$$Ec_A + Ep_A + W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}} = Ec_B + Ep_B \quad \rightarrow \quad W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}} = \Delta Ec_{Mecánica}$$

resulta evidente que si la variación de energía mecánica es nula, el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo. No obstante eso no quiere decir que no las haya, aunque de haberlas el trabajo realizado por todas ellas debe ser nulo, sería el caso de un coche donde el motor ejerza una fuerza igual a la de rozamiento.

b) El principio de conservación de la energía también puede escribirse como:

$$\Delta Ec + \Delta Ep = W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}}$$

Como vemos, si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo entonces podemos decir que si disminuye la energía potencial deberá aumentar la energía cinética en la misma medida. Pero en el caso de que existan fuerzas no conservativas no puede asegurarse.

Un ejemplo sencillo lo tenemos en un cuerpo que desciende frenando por un plano inclinado. En tal caso la energía potencial disminuye y puesto que baja frenando también disminuye su energía cinética. No obstante, la energía total sigue conservándose ya que la disminución de energía mecánica será igual a la perdida en rozamiento.

E2B.S2001
Comente las siguientes afirmaciones:
a) Un móvil mantiene constante su energía cinética mientras actúa sobre él: i) una fuerza; ii) varias fuerzas.
b) Un móvil aumenta su energía potencial mientras actúa sobre él una fuerza.

a) El Teorema de la Fuerzas Vivas dice: El trabajo realizado por todas las fuerzas es igual a la variación de su energía cinética, $W_{A\to B} = \Delta Ec$, por tanto:
i) Falso. Una sola fuerza siempre dará lugar a una variación de energía cinética (aumentándola si la fuerza lleva la dirección del movimiento o disminuyéndola si lleva sentido contrario, como ocurre si un coche va acelerando o va frenando)
ii) Podría ser verdad, pero siempre que las dos fuerzas dieran resultante nula

b) Depende. Si solamente hay fuerzas conservativas sería Falso, porque una fuerza conservativa nunca hará que aumente la energía potencial, sino todo lo contrario, ya que por definición $W_{A\to B,F.Conservativa} = -\Delta Ep$ lo que quiere decir que la fuerza conservativa, de forma espontánea, llevará siempre al cuerpo desde el punto de mayor Ep al de menor Ep. (Así un cuerpo siempre cae hacia abajo o un resorte siempre tiende a su posición de equilibrio, pero no al revés.)

También sería Falso si el cuerpo se mueve por una superficie equipotencial, porque $\Delta Ep=0$. (que es lo que ocurre cuando sujetamos un cuerpo con la mano y lo desplazamos horizontalmente o cuando la luna gira alrededor de la tierra). En efecto, ya que $W_{A\to B,F.Conserv} = Ep_A - Ep_B = m(V_A - V_B)$ y al desplazarse entre dos putos del mismo potencial ($V_A=V_B$), la expresión anterior es igual a cero.
A la misma conclusión llegaríamos teniendo en cuenta que la intensidad de campo es un vector perpendicular a la superficie equipotencial, lo que implica que la fuerza también lo es, y por tanto el trabajo para un desplazamiento de un punto a otro de la superficie equipotencial es nulo porque $\vec{F} \perp d\vec{r}$.

No obstante puede ser cierto, si la fuerza en cuestión fuese no conservativa y tuviera la dirección y sentido del desplazamiento, ya que de acuerdo con el principio de conservación de la energía $\Delta Ec + \Delta Ep = W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}}$ podría aumentar su energía potencial, aunque no necesariamente, porque puede limitarse a aumentar la energía cinética o ambas. Serían los casos de un coche que sube una cuesta manteniendo la velocidad ($W_{F.NoConserv}=\Delta Ep\uparrow$), de un coche que acelera por una carretera horizontal ($W_{F.NoConserv} =\Delta Ec\uparrow$), o una mezcla de ambas situaciones.

E3A.S2007
¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Y la energía potencial? En caso afirmativo explique el significado físico del signo.
b) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta.

a) La energía cinética no puede ser nunca negativa, ya que es la energía que una partícula que tiene como consecuencia de la velocidad. La energía potencial, sí que puede ser negativa como ocurre en el caso de dos masas y de dos cargas de distinto signo. El signo menos indica que una partícula es atraía hacia la otra.

b) Solamente es cierto en el caso de un campo de fuerzas conservativo y donde no existan otro tipo de fuerzas.
De acuerdo con el principio de conservación de la energía total:

$$\Delta Ec + \Delta Ep = W_{\substack{A\rightarrow B \\ F.NoConservat}}$$

Como puede verse, si hay fuerzas no conservativas, el aumento de $\Delta Ec$ no es igual a la disminución de $\Delta Ep$. Si las fuerzas no conservativas tienen sentido contrario al desplazamiento (como la de rozamiento) como su trabajo es negativo la energía mecánica final será menor que la inicial. Pero si se trata de fuerzas no conservativas que actúan en la dirección y sentido del desplazamiento (como la que ejerce el motor de un coche) la energía mecánica aumentará. Este último caso sería el de un coche que sube acelerando por una pendiente: $\Delta Ep$ aumenta y también $\Delta Ec$ y todo ello a costa del trabajo realizado por el motor.

E6A.S2007
Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?
b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?

a) La fuerza de rozamiento es una fuerza disipativa y por tanto no se le puede asociar una energía potencial, ya que el trabajo realizado para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro punto B depende del camino seguido y no exclusivamente de la posición de los puntos inicial y final. Eso no ocurre con las fuerzas conservativas, y por eso precisamente a esos puntos se le puede asociar una energía "que solamente depende de la posición" y que llamamos energía potencial.

b) Por definición, el trabajo que hace una fuerza conservativa para llevar un cuerpo desde un punto A hasta otro B es igual a menos la variación de energía potencial entre esos puntos: $W_{A\rightarrow B,F.Conserv.Campo} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B$. Por tanto, es evidente que, solamente tiene sentido hablar de variación de energía potencial entre dos puntos.

De hecho, la energía potencial en un punto realmente es también la diferencia de potencial entre dos puntos, solo que uno de ellos (por ejemplo el infinito) le asignamos por acuerdo energía potencial nula. Así:

$$W_{\substack{A\to\infty,\\ F.Conserv.Campo}} = -\Delta Ep = Ep_A - \cancel{Ep_\infty}$$

según esto, la energía potencial gravitatoria de una masa en un punto A es igual al trabajo que el campo gravitatorio debe hacer para llevar esa masa hasta el infinito, al que se le asigna $Ep_\infty = 0$ (También podemos definirlo como el trabajo que nosotros hemos de hacer para traer una masa desde el infinito hasta ese punto).

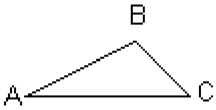
E5A.S2006

Una masa M se mueve desde el punto A hasta el B de la figura y posteriormente desciende hasta el C. Compare el trabajo mecánico realizado en el desplazamiento A→B→C con el que se hubiera realizado en un desplazamiento horizontal desde A hasta C.

a) Si no hay rozamiento.

b) En presencia de rozamiento.

Justifique las respuestas.




a) Si no hay rozamiento, puesto que el trabajo realizado por las fuerzas conservativas es independiente del camino seguido y solo depende de la posición inicial y final, es evidente que el trabajo realizado a través de la trayectoria ABC es el mismo que el realizado por la trayectoria AC. De acuerdo con la definición de energía potencial, el trabajo sería:

$$W_{\substack{A\to C\\ F.Conservat}} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_C$$

si lo hiciéramos nosotros

$$W_{\substack{A\to C\\ Nosotros}} = \Delta Ep = Ep_C - Ep_A$$

b) Al haber rozamiento el trabajo ya sí que depende del camino seguido, porque la fuerza de rozamiento no es conservativa. Como los puntos A y C son los mismos que antes, la variación de energía potencial sigue siendo la misma que antes, pero el trabajo de rozamiento, en valor absoluto, será mayor por el camino más largo porque el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es directamente proporcional al desplazamiento. Por tanto el trabajo a través de la trayectoria ABC será mayor que el realizado por la trayectoria AC.

E3B.S2008

a) Explique la relación entre fuerza conservativa y variación de energía potencial.

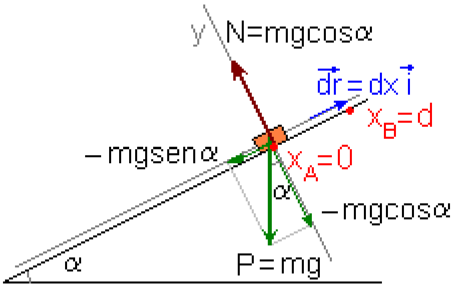
b) Un cuerpo desliza hacia arriba por un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Razone qué trabajo realiza la fuerza peso del cuerpo al desplazarse éste una distancia d sobre el plano.

c) Variación de energía potencial

d) Variación de energía cinética

a) Igual al E3B.S2004

b) Como puede verse en la figura, donde se han dibujado las fuerzas que hay sobre el cuerpo (peso y reacción del plano)




Teniendo en cuenta que la fuerza peso es una fuerza conservativa, y que por definición $W_{A\to B \atop F.Conservat} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B$. Si asignamos $Ep_A$=0 y teniendo en cuenta que $h_B$=d·senα, nos quedaría que:

$$W_{A\to B \atop F.Conservat(PESO)} = -\Delta Ep = \cancel{Ep_A} - Ep_B = -m\,g\,h_B = -m\,g\cdot d\,\text{sen}\alpha$$

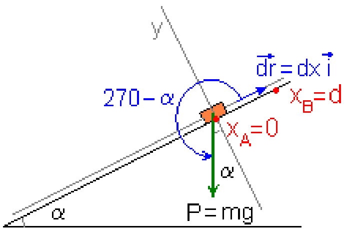
También podríamos calcular el trabajo que hace el peso aplicando la definición de trabajo: Teniendo en cuenta que el vector desplazamiento es $d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} = dx\vec{i}$ porque el cuerpo solamente se desplaza a lo largo del eje X:

$$W_{A\to B,peso} = \int_A^B \vec{P}\bullet d\vec{r} = \int_A^B (-mg\text{sen}\alpha\cdot\vec{i} - mg\cos\alpha\cdot\vec{j})\bullet dx\cdot\vec{i}$$

Teniendo en cuenta que $\vec{i}\bullet\vec{i} = 1$ y que $\vec{j}\bullet\vec{i} = 0$ porque forman 90º, nos queda que: (como ya se deduce de la figura $-mg\text{sen}\alpha\cdot\vec{i}$ es la única componente del peso que realiza trabajo porque es la que tiene la dirección del desplazamiento)

$$W_{A\to B,peso} = \int_A^B \vec{P}\bullet d\vec{r} = \int_{x=0}^{x=d} -mg\text{sen}\alpha\cdot dx = -mg\text{sen}\alpha\,[x]_o^d = -mg\text{sen}\alpha\,(d-0) = -mg\,d\,\text{sen}\alpha$$

A la misma conclusión habríamos llegado aplicando la definición particular de trabajo para el caso de fuerzas constantes. Pero mucho cuidado de no confundir los ángulos, que una cosa es el ángulo que el plano forma con la horizontal (α) y otra cosa el ángulo que la fuerza forma con el desplazamiento (270−α).




$$W_{A\to B,peso} = P\cdot s\cdot\cos(270-\alpha) = mg\cdot d\cdot\cos(270-\alpha)$$

Teniendo en cuenta que cos(270−α)=−senα

$$W_{A\to B,peso} = -mg\,d\,\text{sen}\alpha$$

También habríamos llegado a la misma conclusión teniendo en cuenta que solamente realiza trabajo la componente de la fuerza que lleva su misma dirección, esto es: la componente del peso $P_x$=mgsenα . Como esta componente forma 180º con el desplazamiento: $W_{A\to B,peso} = mg\text{sen}\alpha\cdot d\cdot\cos 180 = -mg\,d\,\text{sen}\alpha$ .

El signo menos del trabajo realizado por el peso al subir el cuerpo desde el punto A hasta el punto B indica que el peso realmente no hace trabajo. (Como sabes, ese trabajo se debe a la energía cinética que el cuerpo debe tener en el punto A)

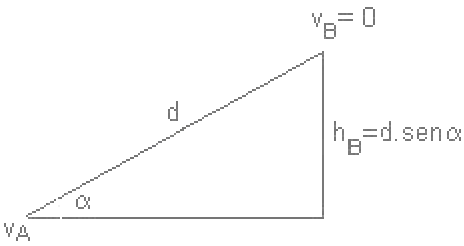
c) Como, por definición, el trabajo realizado por la fuerza conservativa (el peso en este caso) para llevar la partícula desde un punto A hasta otro B es igual al a "menos" incremento de energía potencial.

$$W_{A\rightarrow B,F.Conservativa} = -\Delta Ep = -mg\,d\,sen\alpha$$

Resulta que $\Delta Ep = mg\,sen\alpha \cdot d$ que es positiva, como es lógico, ya que está subiendo.

d) De acuerdo al principio de conservación de la energía mecánica, $\Delta Ec + \Delta Ep = 0$, por tanto $\Delta Ec = -mg\,d\,sen\alpha$ que es negativo, lo que indica que al ir subiendo va perdiendo velocidad.

De otra forma:




Si tomamos nivel cero de Ep en el punto A entonces

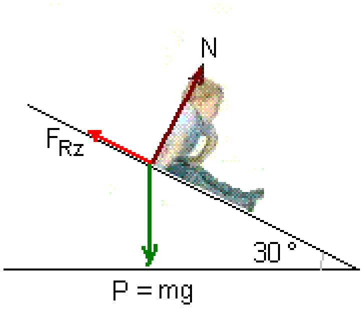
$$\Delta Ep = Ep_B - Ep_A = mgh_B - 0 = mg\,d\,sen\alpha$$

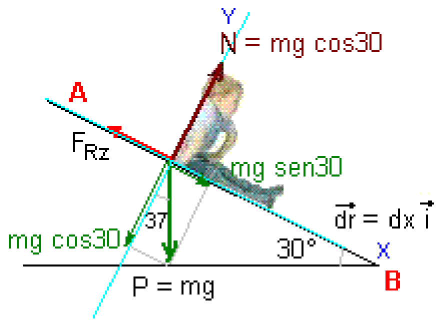
$$\Delta Ec + \Delta Ep = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta Ec = -mg\,d\,sen\alpha$$

TRABAJO Y ENERGÍA. PROBLEMAS

Un niño montado sobre un trineo de 50 Kg parte del reposo y desliza 20 m hacia abajo por una colina inclinada 30º respecto de la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre la ladera de la colina y el trineo es 0,2. Calcular:
a) Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria.
b) Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
c) Energía cinética ganada por el trineo.
d) Tiempo que tarda en recorrer los 20 m.

Las fuerzas que actúan sobre el trineo son el peso, la reacción del plano y la fuerza de rozamiento:




Vamos a resolver el ejercicio utilizando la expresión general del trabajo, aunque no es necesario al tratarse de fuerzas constantes. Elegimos para descomponer las fuerzas un SR con el eje X en la dirección del movimiento. Respecto de ese SR, las tres fuerzas que actúan sobre el trineo son:

$$\begin{aligned}\vec{P} &= mg\,sem30\,\vec{i} - mg\,\cos 30\,\vec{j}\\ \vec{N} &= \qquad\qquad\qquad mg\,\cos 30\,\vec{j}\\ \vec{F}_{Roz} &= -mg\,\cos 30\cdot\mu\,\vec{i}\end{aligned}$$

Por otro lado, el vector desplazamiento en su forma general se escribe como $d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$ . En el SR elegido el trineo solamente se desplaza a lo largo del eje X, por tanto el vector desplazamiento se reduce a $d\vec{r} = dx\vec{i}$

a) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria, es decir por la fuerza peso, será:

$$W_{Peso,A\to B} = \int_A^B \vec{P}\bullet d\vec{r} = \int_{x=0}^{x=20} (mg\,sen30\,\vec{i} - mg\,\cos 30\,\vec{j})\bullet dx\,\vec{i}$$

teniendo en cuenta al resolver el producto escalar que $\vec{i}\bullet\vec{i} = 1$ porque tienen la misma dirección y que $\vec{j}\bullet\vec{i} = 0$ porque son vectores perpendiculares y el cos90=0. Nos queda:

$$W_{Peso,A\to B} = \int_{x=0}^{x=20} mg\,sen30\cdot dx = mg\,sen30\,|x|_0^{20} = mg\,sen30\cdot 20 = 5000\,J$$

El trabajo realizado por el peso, al tratarse de una fuerza conservativa, podemos calcularlo también teniendo en cuenta que por definición $\underset{F.Conservat}{W_{A\to B}} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B$.

Si asignamos $Ep_B$=0 y teniendo en cuenta que $h_A$=20·sen30, nos quedaría que:

$$\underset{F.Conservat(PESO)}{W_{A\to B}} = -\Delta Ep = Ep_A - \cancel{Ep_B} = m g h_A = m g \cdot 20 sen30 = 5000\,J$$

Como hemos dicho, al tratarse de fuerzas constantes no es necesario utilizar la expresión general del trabajo y podríamos haber llegado a la misma conclusión aplicando la expresión particular del trabajo para este tipo de fuerzas, así:

$$W = Fs\cos\alpha = F_\tau s$$

donde $F_\tau$ es la fuerza en la dirección del desplazamiento, que es la única que realiza trabajo, que en este caso es la componente del peso: $mg\,sen30$

$$W = mg\,sen30 \cdot s = 50 \cdot 10 \cdot sen30 \cdot 20 = 5000\,J$$

Realmente, esta manera de resolver parece más corta, pero no es ni más ni menos difícil. Sin embargo, la forma general tiene la ventaja de que siempre es la misma para cualquier tipo de fuerza, mientras que esta última no nos valdría si la fuerza fuese variable, como por ejemplo en el caso de un resorte.

b) De la misma forma:

$$W_{Roz,A\to B} = \int_A^B \vec{F}_{Roz} \bullet d\vec{r} = \int_{x=0}^{x=20} - mg\cos 30 \cdot \mu\,\vec{i} \bullet dx\,\vec{i} = \int_{x=0}^{x=20} - mg\cos 30 \cdot \mu dx$$

$$W_{Roz,A\to B} = -mg\cos 30 \cdot \mu \left| x \right|_0^{20} = -50 \cdot 10\cos 30 \cdot 0{,}2 \cdot 20 = -1732\,J$$

Igualmente, al ser la fuerza de rozamiento una fuerza constante podemos aplicar la expresión particular del trabajo:

$$W_{Roz,A\to B} = F_{Roz} \cdot s \cdot \cos\alpha = (mg\cos 30 \cdot \mu) \cdot s \cdot \cos 180 = (50 \cdot 10\cos 30 \cdot 0{,}2) \cdot 20 \cdot \cos 180 = -1732\,J$$

c) Para calcular la variación de energía cinética del trineo aplicaremos el principio de conservación de la energía. (Ten en cuenta que, por definición, el trabajo que hace una fuerza conservativa (el peso en este caso) para llevar el cuerpo desde el punto A hasta el B es igual a "menos" la variación de energía potencial, así que ΔEp=−5000 J)

$$\Delta Ec + \Delta Ep = \underset{F.NoConservat}{W_{A\to B}}$$

$$\Delta Ec + (-5000) = -1732 \qquad \rightarrow \qquad \Delta Ec = 3268\,J$$

También podríamos calcular la variación de Ec aplicando teorema del trabajo y la energía cinética o teorema de las fuerzas vivas, que dice que “el trabajo total realizado sobre el trineo es igual a su variación de energía cinética”:

$$W_{A\rightarrow B,F.Resultante} = \Delta Ec = Ec_B - Ec_A$$

El trabajo total es la suma del trabajo realizado por las tres fuerzas que actúan sobre el trineo, y como la Normal no realiza trabajo por ser perpendicular al desplazamiento, nos queda que :

$$W_{A\rightarrow B,F.Resultante} = 5000 + (-1732) = 3268\,J$$

como el trineo en el punto A estaba en reposo, y por tanto su energía cinética inicial es cero, nos queda finalmente que:

$$3268 = \frac{1}{2} m\, v_B^2 \qquad \rightarrow \qquad v_B = 11{,}4\, m/s$$

d) Para poder calcular el tiempo sí que tenemos que utilizar las ecuaciones de la cinemática, lo que pasa es que podemos aprovechar que ya sabemos la velocidad final y plantearlas directamente:

$$\left.\begin{array}{l} v = v_o + a\,t \\ s = v_o t + \frac{1}{2} a\, t^2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 11{,}4 = a\,t \\ 20 = \frac{1}{2} a\, t^2 \end{array}\right\} \qquad a=3{,}26\ m.s^2, \quad t=3{,}5\ s$$

Al mismo resultado llegaríamos en los apartados c) y d) por métodos dinámicos, es decir, calculando la fuerza resultante sobre el trineo, aplicando la segunda ley de Newton para calcular la aceleración y por último aplicando las ecuaciones de la cinemática para el movimiento uniformemente acelerado. La fuerza resultante sobre el trineo, se deduce de la figura, que es:

$$F_{Resultante} = mg\,sen30 - F_{Roz} = 163{,}4\,N$$

aplicando la 2ª ley de Newton: $F = m\,a \quad \rightarrow \quad 163{,}4 = 50\,a \quad \rightarrow \quad a=3{,}26\ m.s^2$

Ecuaciones de la cinemática:

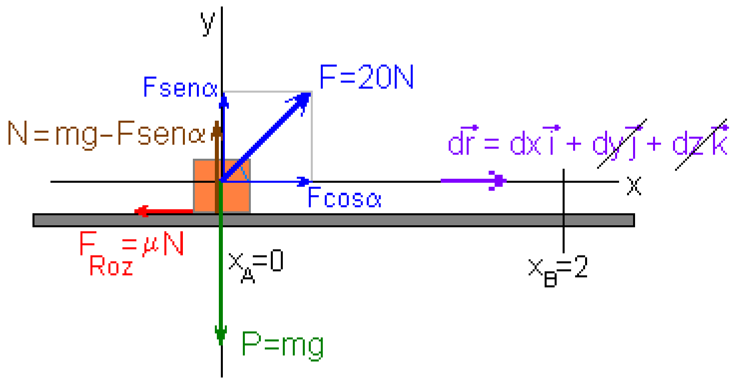
$$\left.\begin{array}{l} v = v_o + a\,t \\ s = v_o t + \frac{1}{2} a\, t^2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} v = 3{,}26\,t \\ 20 = \frac{1}{2} 3{,}26\, t^2 \end{array}\right\} \qquad v=11{,}4\ m/s, \quad t=3{,}5\ s$$

E6A.S2013

Un bloque de 5 kg se desliza con velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 60º sobre la horizontal.

a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.

b) Determine el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comente el resultado obtenido. $g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$




a) Las cuatro fuerzas que actúan sobre el cuerpo, respecto del SR elegido serían:

$$\vec{F} = 20\cos 60\,\vec{i} + 20\mathrm{sen}60\,\vec{j} \qquad = 10\,\vec{i} \quad + \quad 17{,}32\,\vec{j}$$
$$\vec{P} = \qquad -5\cdot 9{,}8\,\vec{j} \qquad = \qquad -49\,\vec{j}$$
$$\vec{N} = \qquad +(5\cdot 9{,}8 - 20\mathrm{sen}60)\,\vec{j} = \qquad +31{,}68\,\vec{j}$$
$$\vec{F}_{Roz} = -\,(5\cdot 9{,}8 - 20\mathrm{sen}60)\cdot\mu\,\vec{i} \qquad = -\,31{,}68\cdot\mu\,\vec{i}$$

---

$$\sum\vec{F} = (10 - 31{,}68\cdot\mu\,)\,\vec{i}$$

Aplicando la segunda ley de Newton $\sum\vec{F} = m\,\vec{a}$ y teniendo en cuenta que el bloque desliza “con velocidad constante” y que por tanto la aceleración debe ser nula, tenemos que:

$$\sum\vec{F} = (10 - 31{,}68\cdot\mu\,)\,\vec{i} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \mu = 10/31{,}68 = 0{,}32$$

b) El trabajo total podemos obtenerlo de tres formas:

- Teniendo en cuenta el teorema de las fuerzas vivas: El trabajo realizado por todas las fuerzas es igual a la variación de su energía cinética, $W_{A\rightarrow B} = \Delta Ec$. Como la velocidad es constante $\Rightarrow$ su energía cinética no varía $\Rightarrow$ W=0
- Es el trabajo que realiza la fuerza resultante, que como es nula, resulta que W=0
- Es la suma del trabajo realizado por cada una de las fuerzas. Podríamos calcular el trabajo que realiza cada fuerza por separado para desplazar el cuerpo 2m y sumar. Vamos a calcular los trabajo aplicando la definición general y laparticular:

  * Aplicando la definición general de trabajo: En este caso utilizamos la expresión vectorial de cada fuerza y tendremos en cuenta que como el cuerpo se mueve solamente a lo largo del eje X, el vector desplazamiento será $d\vec{r} = dx\,\vec{i}$

$$W_{A\rightarrow B,F} = \int_A^B \vec{F}\bullet d\vec{r} = \int_A^B (10\,\vec{i} + 17{,}32\,\vec{j})\bullet dx\,\vec{i} = \int_{x=0}^{x=2} 10\,dx = \left|10x\right|_o^2 = 10\cdot 2 - 10\cdot 0 = 20J$$

$$W_{A\rightarrow B,Peso} = \int_A^B \vec{P}\bullet d\vec{r} = \int_A^B -49\,\vec{j}\bullet dx\,\vec{i} = 0$$

$$W_{A\rightarrow B,Normal} = \int_A^B \vec{N}\bullet d\vec{r} = \int_A^B 31{,}68\,\vec{j}\bullet dx\,\vec{i} = 0$$

$$W_{A\rightarrow B,FRoz} = \int_A^B \vec{F}_{Roz}\bullet d\vec{r} = \int_A^B -31{,}86\cdot 0{,}32\,\vec{i}\bullet dx\,\vec{i} = \int_{x=0}^{x=2} -10\,dx = \left|-10x\right|_o^2 = -10\cdot 2 - (-10)\cdot 0 = -20J$$

* <u>Aplicando la particularización de trabajo para el caso de que la fuerza sea constante</u>: En este caso utilizamos el valor de los módulos de las fuerzas y además hay que tener en cuenta que α es el ángulo que forma cada fuerza con el desplazamiento.

$$W_{A\to B,F} = F\cdot s\cdot \cos\alpha = 20\cdot 2\cdot \cos 60 = 20J$$

$$W_{A\to B,Peso} = P\cdot s\cdot \cos\alpha = 49\cdot 2\cdot \cos 270 = 0$$

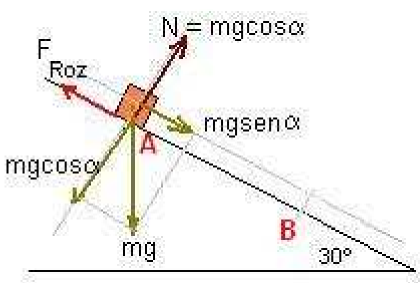
$$W_{A\to B,Normal} = N\cdot s\cdot \cos\alpha = 31{,}68\cdot 2\cdot \cos 90 = 0J$$

$$W_{A\to B,FRoz} = F_{Roz}\cdot s\cdot \cos\alpha = 10\cdot 2\cdot \cos 180 = -20J$$

E4B.S2008

Un bloque de 5 kg desciende por una rampa rugosa (μ=0,2) que forma 30º con la horizontal, partiendo del reposo.
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque y analice las variaciones de energía durante el descenso del bloque.
b) Calcule la velocidad del bloque cuando ha deslizado 3 m y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en ese desplazamiento.
$g = 10\ m\ s^{-2}$

a) Las fuerzas sobre el bloque son:




Puesto que hay rozamiento no se conservará la energía mecánica, aunque sí la energía total: $\Delta Ec + \Delta Ep = W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}}$

Teniendo en cuenta que en este caso la fuerza no conservativa es la de rozamiento y que el trabajo que hace siempre es negativo (porque la fuerza de rozamiento tiene la misma dirección del desplazamiento y sentido contrario ya que cos180=−1), la energía potencial que tiene en el punto A irá disminuyendo a medida que desciende y se irá transformando una parte en cinética y otra parte se disipará en rozamiento:

$$\cancel{Ec_A} + Ep_A + W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = Ec_B + Ep_B$$

como $W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = W_{Roz} = -$ sería como poner que $Ep_A = Ec_B + Ep_B + W_{perdido\ \ en\ roz}$

b) Cuando el bloque haya deslizado 3m sobre el plano:

- La energía cinética en A es cero, si inicialmente estaba en reposo

- la altura que habrá descendido es $h_A = 3sen30 = 1{,}5m$.
- La fuerza de rozamiento es $F_{Roz} = N\mu = mg\cos 30\mu$
- Tomamos nivel de Ep cero en el punto B, así que $Ep_B = 0$

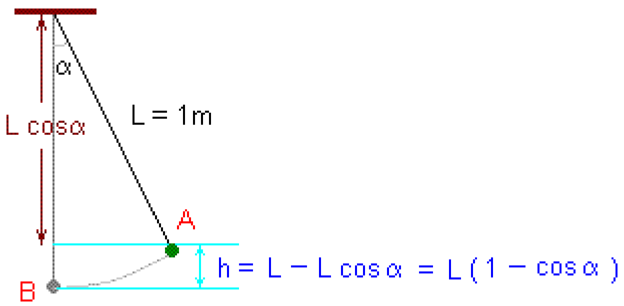
$$\cancel{Ec_A} + Ep_A + W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = Ec_B + \cancel{Ep_B}$$

$$mgh_A + F_{Roz}s\cdot\cos 180 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$5\cdot 10\cdot 3sen30 + 5\cdot 10\cdot\cos 30\cdot 0{,}2\cdot 3\cdot\cos 180 = \frac{1}{2}5v_B^2$$

$$v_B = 4{,}4m/s$$

Un hilo de 1 m de longitud del que pende una masa de 2 Kg se le desplaza 30º de su posición de equilibrio y luego se suelta. ¿Qué velocidad tendrá al pasar por la posición de equilibrio?




Si aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre A y B y tomamos el punto B como nivel cero de energía potencial, entonces tendremos que la energía potencial de la masa en el punto B se transformará completamente en cinética en el punto B:

$$\cancel{Ec_A} + Ep_A = Ec_B + \cancel{Ep_B}$$

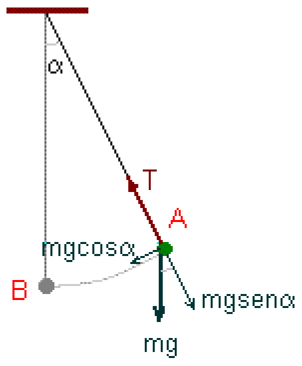
$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Como de la figura se deduce que $h_A = L(1–\cos\alpha)$, despejando la velocidad nos queda que:

$$v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$$

$$v_B = \sqrt{2\cdot 10\cdot 1\cdot(1-\cos 30)} = 1{,}6\,m/s$$

Para alumnos muy avanzados, y solamente con objeto de ver lo ventajoso que resulta resolver este tipo de ejercicios por métodos energéticos, porque se puede prescindir del tipo de fuerzas que actúan, vamos a resolver el mismo ejercicio por el método dinámico. Empezaremos por ver las fuerzas que actúan sobre la masa del péndulo:




Las únicas fuerzas que actúan sobre la masa son el peso y la tensión de la cuerda.

Descomponiendo el peso en un sistema con el eje Y en la dirección de la cuerda, como se indica en la figura, tendríamos que la tensión de la cuerda sería igual a la componente del peso en la dirección de la cuerda, anulándola. Así que la única fuerza que nos queda, y que será la responsable del movimiento del péndulo, sería:

$$F = mg\,\mathrm{sen}\alpha$$

Como vemos la fuerza responsable del movimiento es una fuerza variable, puesto que depende del ángulo que el péndulo forma con la vertical. Aplicando la segunda ley de Newton obtenemos la aceleración, que obviamente también será variable:

$$F = m\,a$$

$$mg\,\mathrm{sen}\alpha = m\,a \qquad \rightarrow \qquad a = g\,\mathrm{sen}\alpha$$

Teniendo en cuenta que la aceleración, por definición es igual a la variación de la velocidad respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a \cdot dt = g\,\mathrm{sen}\alpha \cdot dt$$

puesto que el ángulo varía con el tiempo,  para poder integrar debemos poner el ángulo en función del tiempo, o bien el tiempo en función del ángulo. Haremos lo último. Teniendo en cuenta que el ángulo y el tiempo están relacionados mediante la velocidad angular, que a su vez puede relacionarse con la velocidad lineal ( $v = \omega R$ ):

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \qquad \rightarrow \qquad dt = \frac{d\alpha}{\omega} = \frac{d\alpha}{v/R} = \frac{R}{v}\,d\alpha$$

ahora sustituyendo:

$$dv = g\,\mathrm{sen}\alpha \cdot \frac{R}{v}\,d\alpha$$

agrupando las variables:

$$v\,dv = gR\,\mathrm{sen}\alpha \cdot d\alpha$$

integrando entre la posición A y la B, para los que los límites de integración son: Para la velocidad $v_A=0$ y $v_B=v$ y para el ángulo $\alpha_A=0^o$ y $\alpha_B=30^o$

$$\int_0^v v\,dv = \int_0^{30} gR\,\mathrm{sen}\alpha\,d\alpha$$

$$\left[\frac{v^2}{2}\right]_0^v = gR\,[-\cos\alpha]_o^{30^\circ}$$

$$\frac{v^2}{2} = gR\ (\cos 0 - \cos 30)$$

como la R es igual a la longitud del péndulo, L, y cos0º=1, tenemos:

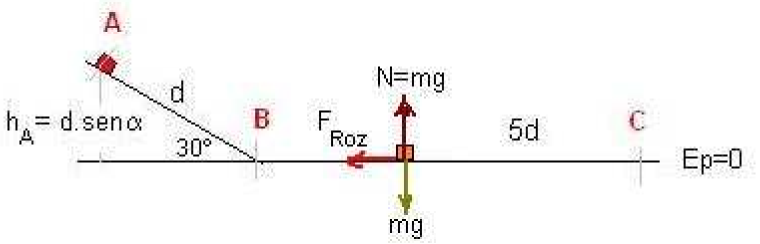
$$v = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$$

que es la misma expresión que antes obtuvimos de una manera muchísimo más fácil.

E2B.S2008

Un muchacho subido en un trineo desliza por una pendiente con nieve (rozamiento despreciable) que tiene una inclinación de 30º. Cuando llega al final de la pendiente, el trineo continúa deslizando por una superficie horizontal rugosa hasta detenerse.
a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar durante el desplazamiento del trineo.
b) Si el espacio recorrido sobre la superficie horizontal es cinco veces menor que el espacio recorrido por la pendiente, determine el coeficiente de rozamiento.
$g = 10\ m\ s^{-2}$

a) Como puede verse en la figura, y si tomamos el nivel cero de *Ep* en la horizontal:




- Cuando el muchacho está en el punto A toda la energía que tiene es potencial, como consecuencia de su posición.
- A medida que desliza por el plano, como no hay rozamiento se conservará la energía mecánica, va perdiendo energía potencial y ésta se va transformando en cinética: $\Delta Ec + \Delta Ep = 0 \;\Rightarrow$ Cuando llega al final del plano (B) toda la energía que tiene es cinética e igual a la potencial que tenía en el punto A
- A medida que desliza por el plano horizontal su energía potencial no varía, pero ahora ya no se conserva la energía mecánica porque hay rozamiento, que es una fuerza no conservativa. La energía cinética que tenía en B la va perdiendo en rozamiento hasta llegar a C con velocidad cero: $\Delta Ec + \Delta Ep = W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}}$

b) teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, podemos decir que:

$$\cancel{Ec_A} + Ep_A + W_{F.NoConserv(Roz)B\to C} = \cancel{Ec_C} + \cancel{Ep_C}$$

balanceando entre el principio y el final:

$$mgh_A + F_{Roz} \cdot s \cdot \cos\alpha' = 0$$

Teniendo en cuenta que:

- $h_A = d \cdot \text{sen}\alpha$
- $F_{Roz} = N\mu = mg\mu$
- $s = 5d$
- $\alpha' = 180^o$ y que $\cos 180 = -1$

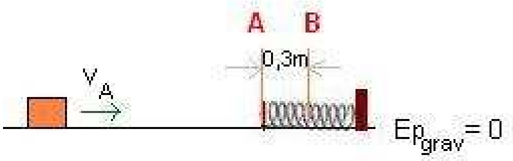
$$mg \cdot d \cdot \text{sen}30 + mg\mu \cdot 5d \cdot \cos 180 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \mu = \frac{\text{sen}30}{5} = 0{,}1$$

E5B.S2008

Un bloque de 2 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal sin rozamiento y choca contra el extremo de un muelle horizontal, de constante elástica 120 N $m^{-1}$, comprimiéndolo.
a) ¿Cuál ha de ser la velocidad del bloque para comprimir el muelle 30 cm?
b) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar considerando la existencia de rozamiento.

a) Si no hay rozamiento, la energía mecánica debe conservarse: $\Delta Ec + \Delta Ep = 0$.
La disminución de energía cinética debe ser igual al aumento de la energía potencial (en este caso la Ep se debe tanto a la gravitatoria como a la elástica). Así la cinética que tiene al chocar debe transformase íntegramente en energía potencial elástica, ya que al estar sobre una superficie horizontal la potencial gravitatoria antes y después es la misma.

$$Ec_A + \cancel{Ep_{A,grav}} + \cancel{Ep_{A,elast}} = \cancel{Ec_B} + \cancel{Ep_{B,grav}} + Ep_{B,elast}$$




$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} k x_B^2$$

de donde

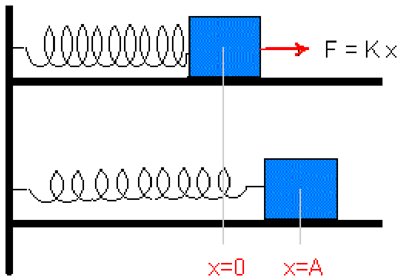
$$v_A = \sqrt{\frac{k x_B^2}{m}} = \sqrt{\frac{120 \cdot 0{,}3^2}{2}} = 2{,}3 m/s$$

b) Si hubiese rozamiento, sería lo mismo, solo que en este caso una parte de la energía cinética se disiparía en rozamiento, ya que $\Delta Ec + \Delta Ep = W_{F.NoConservat}$ y particularizando:

$$Ec_A + W_{F.NoConserv(Roz)A \rightarrow B} = Ep_{B,elast}$$

teniendo en cuenta que el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento siempre es negativo (porque la fuerza de rozamiento y el desplazamiento forman 180º y su coseno es –1), en realidad es como si tuviéramos que $Ec_A = Ep_{B,elast} + W_{perdido}$ por lo tanto en este caso la velocidad de la masa tendría que se mayor que antes para provocar la misma deformación en el muelle.

Un muelle horizontal de constante K = 1000 N.m$^{-1}$ tiene uno de sus extremos fijo y el otro sujeta a una masa de 0,2 Kg. Se deforma el muelle tirando de él una distancia de 8cm y se suelta. Hallar las energías potencial y cinética del sistema cuando el alargamiento vale: a) x=8cm, b) x=4cm, c) x=0




Al soltar el muelle éste ejecutará un movimiento vibratorio armónico simple (MAS). Al máximo desplazamiento de la posición de equilibrio lo llamaremos Amplitud (A=8cm)

Cuando nosotros deformamos el muelle (con velocidad constante), mediante una fuerza deformadora ($F_{Deform}$=Kx) igual y de sentido contrario a la recuperadora, estamos haciendo un trabajo. A medida que vamos alargando el muelle nuestro trabajo se va almacenando en el resorte en forma de energía potencial elástica. Así pues, en la máxima deformación todo nuestro trabajo es energía potencial elástica:

$$W_{0\to A,Nos} = \Delta Ep = Ep_A - \cancel{Ep_O} = \int_{x=0}^{x=A} F_{Nos} \cdot dx = \int_{x=0}^{x=A} K\,x \cdot dx = \frac{1}{2}K\left|x^2\right|_0^A = \frac{1}{2}K\,A^2$$

Naturalmente, puesto que en el lugar de máxima deformación la masa está parada, su energía cinética es nula, y en consecuencia tenemos que la energía Total del sistema es igual a la potencial máxima, es decir la que tiene en el punto A:

$$E = \cancel{Ec_A} + Ep_A = \frac{1}{2}K\,A^2$$

Cuando soltamos el resorte la fuerza recuperadora ($F_{Recup}$=−Kx el signo menos indica que la fuerza recuperadora apunta “siempre” hacia la posición de equilibrio) tira de la masa para llevarla a la posición de equilibrio. En la posición de equilibrio (x=0) la energía potencial es nula y por lo tanto ahora toda la energía será cinética

$$E = Ec_O + \cancel{Ep_O} = \frac{1}{2}K\,A^2$$

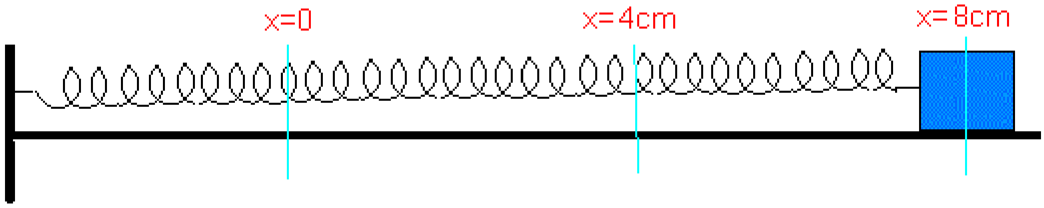
En cualquier posición intermedia entre la de equilibrio y la de máxima deformación tendremos que la energía total seguirá siendo la misma, pero ahora tendremos una parte cinética y una parte potencial:

$$E = Ec_x + Ep_x = \frac{1}{2} K A^2$$

o sustituyendo:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K A^2$$

en los puntos concretos del ejercicio, tendríamos que:




| | | |
|---|---|---|
| $Ep = 0$ | $Ep = \frac{1}{2} K x^2$ | $Ep = \frac{1}{2} K A^2$ |
| $Ec = \frac{1}{2} K A^2$ | $Ec = \frac{1}{2} K (A^2 - x^2)$ | $Ec = 0$ |

Sustituyendo:

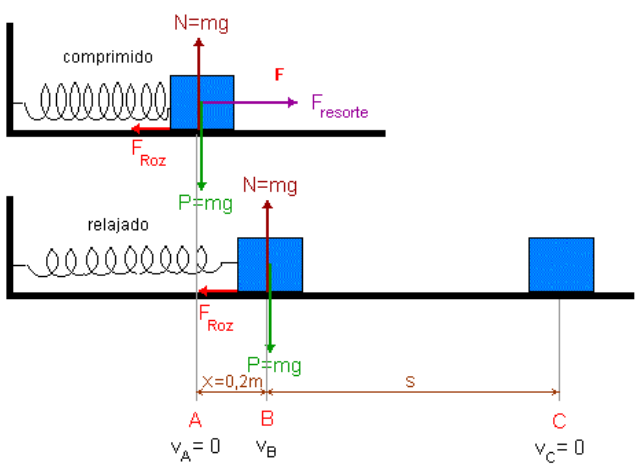
| | | |
|---|---|---|
| Ep=0 | Ep=0,8J | Ep=3,2J |
| Ec=3,2J | Ec=2,4J | Ec=0 |
| ------ | ------ | ------ |
| E = 3,2J | E = 3,2J | E = 3,2J |

E1B.S2007

Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica k = 150 N $m^{-1}$, comprimido 20 cm. Se libera el resorte de forma que el cuerpo desliza sobre el plano, adosado al extremo del resorte hasta que éste alcanza la longitud de equilibrio, y luego continúa moviéndose por el plano. El coeficiente de rozamiento es de 0,2.

a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar a lo largo del movimiento del bloque y calcule su velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio del resorte.

b) Determine la distancia recorrida por el bloque hasta detenerse. g = 10 m $s^{-2}$



a) En la posición A el bloque está comprimido y en reposo, por tanto su energía cinética es nula, mientras que su energía potencial es máxima (suma de la gravitatoria y la elástica). Al soltarlo $\Delta Ec + \Delta Ep = W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}}$ la energía potencial comienza a disminuir (la Ep gravitatoria no varía porque se mueve en la horizontal, pero su energía potencial elástica es cada vez menor). Esta disminución de Ep se emplea en aumentar su energía cinética y en rozamiento (transformándose en calor).

En el punto B, toda la energía que tenía acumulada el resorte en forma de potencial elástica menos la que se ha disipado en rozamiento se ha transformado en energía cinética.

$$\cancel{Ec_A} + \cancel{Ep_{A,gravit}} + Ep_{A,elastica} + W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}} = Ec_B + \cancel{Ep_{B,gravit}} + \cancel{Ep_{B,elastica}}$$

$$\frac{1}{2}Kx^2 + F_{Roz}x\cdot\cos 180 = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad\to\quad \frac{1}{2}150\cdot 0{,}2^2 + 0{,}2\cdot 20\cdot 0{,}2\cdot(-1) = \frac{1}{2}2\cdot v_B^2 \quad\to\quad v = 1{,}48\ \text{m/s}$$

b) Ahora toda la energía cinética que tiene en B se disipa en rozamiento.

$$Ec_B + \cancel{Ep_{B,gravit}} + W_{\substack{A\to B \\ F.NoConservat}} = Ec_C + \cancel{Ep_{C,gravit}}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + F_{Roz}s\cdot\cos 180 = 0 \quad\to\quad \frac{1}{2}2\cdot 1{,}48^2 + 0{,}2\cdot 20\cdot s\cdot(-1) = 0 \quad\to\quad s = 0{,}55\ \text{m}$$

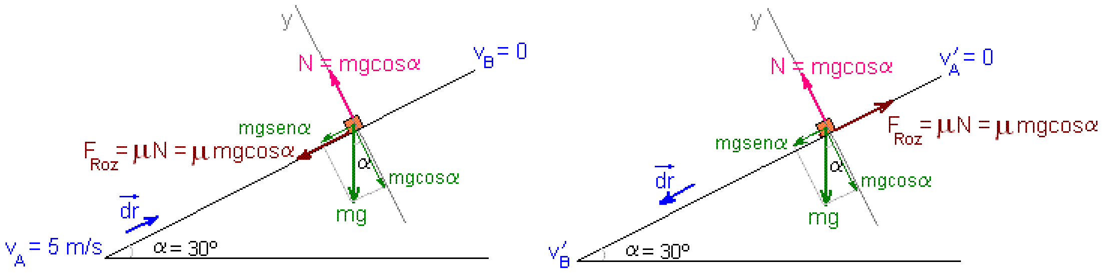
También podríamos balancear entre la posición inicial y final: Toda la energía potencial elástica que tiene en A se disipa en rozamiento, así que:

$$Ep_{A,elastica} + W_{\substack{A\to C \\ F.NoConservat}} = 0 \quad\to\quad \frac{1}{2}150\cdot 0{,}2^2 + 0{,}2\cdot 20\cdot s'\cdot(-1) = 0 \quad\to\quad s' = 0{,}75\ \text{m}$$

E1B.S2010

Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 Kg con una velocidad inicial de 5 m $s^{-1}$. Tras su ascenso por el plano inclinado, el bloque desciende y regresa al punto de partida con una cierta velocidad. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el bloque es 0,1.
a) Dibuje en dos esquemas distintos las fuerzas que actúan sobre el bloque durante su ascenso y durante el descenso e indique sus respectivos valores. Razone si se verifica el principio de conservación de la energía en este proceso.
b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso y en el descenso del bloque. Comente el signo del resultado obtenido.
g=10 m $s^{-2}$

a) Tanto cuando sube como cuando desciende sobre el cuerpo hay tres fuerzas que son el peso, la normal que es la reacción del plano y la fuerza de rozamiento. La única diferencia entre ambas situaciones está en que la fuerza de rozamiento tiene sentido contrario en cada caso porque su sentido es el opuesto al del movimiento:




Las fuerzas, en el sistema de referencia de la figura serían, en newton:

$$\vec{P} = -mgsen\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} = -10\cdot 10\cdot sen30\,\vec{i} - 10\cdot 10\cdot \cos 30\,\vec{j} = -50\,\vec{i} - 86{,}6\,\vec{j}$$

$$\vec{N} = \ mg\cos\alpha\,\vec{j} = 86{,}6\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_{Roz,sube} = \mu\cdot mg\cos\alpha\,(-\vec{i}) = -0{,}1\cdot 86{,}6\,\vec{i} = -8{,}66\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_{Roz,baja} = \mu\cdot mg\cos\alpha\,\vec{i} = +8{,}66\,\vec{i}$$

Puesto que hay fuerza de rozamiento, que es una fuerza no conservativa, la energía mecánica no se conserva, pero si se conserva la energía total:

$$Ec_A + Ep_A + W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = Ec_B + Ep_B$$

b) <u>Método energético</u>: Para calcular el trabajo que hace la fuerza de rozamiento primero debemos calcular el espacio que recorre sobre el plano, ya que

$$W_{roz} = F_{roz}\cdot s\cdot\cos 180 = -F_{roz}\cdot s = -\mu\, mg\ \cos\alpha\cdot s = -6{,}86\cdot s$$

Aplicando el principio de conservación de la energía tenemos que:

$$Ec_A + \cancel{Ep_A} + W_{\substack{A\to B\\ F.NoConservat}} = \cancel{Ec_B} + Ep_B$$

$$\frac{1}{2}10\cdot 5^2 - 6{,}86\cdot s = 10\cdot 10\cdot s\cdot sen30 \quad\rightarrow\quad s = 2{,}13\ \text{m}$$

por tanto, $W_{roz} = -6{,}86\cdot s = -18{,}45\,J$ y el mismo valor se perdería en rozamiento al bajar, así que en total el trabajo perdido en rozamiento sería 36,9 J.

El signo menos que resulta indica que la fuerza de rozamiento es una fuerza disipativa, y que por tanto la energía mecánica que el cuerpo tendrá al llegar al punto B es menor que la que tenía inicialmente en el punto A.

b) <u>Método dinámico</u>: Para calcular el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento primero debemos calcular el espacio que recorre sobre el plano hasta que se detiene, que será el mismo que recorre cuando baje. Para ello, primero calculamos la aceleración con que sube, aplicando la ley Newton, y después aplicamos las ecuaciones del movimiento acelerado para calcular el espacio.

Teniendo en cuenta que la componente del peso en dirección de eje Y y la normal se anulan, nos queda que cuando sube, la segunda ecuación de la dinámica sería, como se deduce de la primera figura:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

$$-mg\operatorname{sen}\alpha\,\vec{i} - \mu \cdot mg\cos\alpha\,\vec{i} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = -g\operatorname{sen}\alpha\,\vec{i} - \mu \cdot g\cos\alpha\,\vec{i} = -5{,}87\vec{i}$$

Resulta evidente que se trata de un movimiento uniformemente retardado y que terminará parándose, porque la velocidad y la aceleración tienen la misma dirección y sentido contrario, ya que el cuerpo que sube tiene dirección $+\vec{i}$ y la aceleración tiene sentido $-\vec{i}$ .

$$\left.\begin{aligned} v &= v_o + a.t \\ s &= s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} 0 &= 5 - 5{,}87\,t \\ s &= 5t - \frac{1}{2}5{,}87\,t^2 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} t &= 0{,}85\text{seg} \\ s &= 2{,}13\text{m} \end{aligned}$$

También podríamos calcular el espacio recorrido con la expresión que se obtiene eliminando el espacio entre esas dos expresiones: $v = \sqrt{v_o^2 + 2as}$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento: (para variar lo vamos a calcular aplicando la definición general de trabajo en lugar de la expresión particular para fuerzas constantes): Teniendo en cuenta que el vector desplazamiento (independientemente de para donde se mueva) es $d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} = dx\vec{i}$ porque el cuerpo solamente se desplaza a lo largo del eje X:

$$W_{roz} = \int_{x=0}^{x=2,13} \vec{F}_{roz} \bullet d\vec{r} = \int_{x=0}^{x=2,13} -\mu \cdot mg\cos\alpha\,\vec{i} \bullet dx\,\vec{i} = \int_{x=0}^{x=2,13} -\mu \cdot mg\cos\alpha \cdot dx = -\mu \cdot mg\cos\alpha\,[x]_{x=0}^{x=2,13}$$

$$W_{roz} = -\mu \cdot mg\cos\alpha \cdot 2{,}13 = -18{,}45\text{Julios}$$

De forma análoga podemos calcular el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento mientras desciende, solo que en este caso la $F_{roz}$ tiene sentido $+\vec{i}$ pero de acuerdo al mismo sistema de referencia anterior ahora la posición inicial es $x_{A'}$=2,13m y la final $x_{B'}$=0.

$$W_{roz} = \int_{x=2,13}^{x=0} \vec{F}_{roz} \bullet d\vec{r} = \int_{x=2,13}^{x=0} \mu \cdot mg\cos\alpha\,\vec{i} \bullet dx\,\vec{i} = \int_{x=2,13}^{x=0} \mu \cdot mg\cos\alpha \cdot dx = -18{,}45\text{Julios}$$

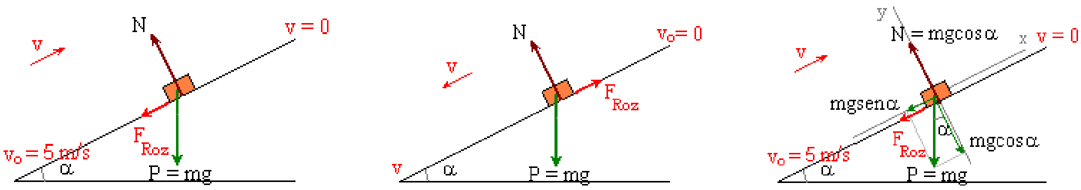
E4A.S2007

Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30º con la horizontal, con una velocidad inicial de 5 m $s^{-1}$. El coeficiente de rozamiento es 0,2.

a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano, y calcule la altura máxima alcanzada por el cuerpo.

b) Determine la velocidad con la que el cuerpo vuelve al punto de partida. $g = 10\ m\ s^{-2}$

a) Este ejercicio se resolvió en los ejemplos de dinámica. Ahora lo resolveremos desde el punto de vista de la energía. Tanto si el cuerpo está subiendo como si está bajando sobre él hay tres fuerzas: el peso, la reacción del plano y la fuerza de rozamiento. La única diferencia es que la fuerza de rozamiento mientras sube y mientras baja tiene sentido opuesto, ya que siempre tiene sentido contrario al movimiento:




Cuando sube la fuerza de rozamiento máxima es: $F_{Roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg\cos 30$
El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento desde que comienza a ascender hasta que se para, es decir, para un recorrido $s = h/\text{sen}30$, es:

$$W_{roz} = F_{roz} \cdot s \cdot \cos 180 = -F_{roz} \cdot s = -\mu mg \cos 30 \cdot \frac{h}{\text{sen}30} = -0{,}2 \cdot 5 \cdot \cos 30 \cdot \frac{h}{\text{sen}30} = -1{,}73h$$

Aplicando el teorema de conservación de la energía, y teniendo en cuenta que si tomamos nivel cero de Ep en el punto más bajo, $Ep_A$=0, y que en el punto B la Ec es nula porque se detiene:

$$Ec_A + \cancel{Ep}_A + W_{\substack{A \to B \\ F.NoConservat}} = \cancel{Ec}_B + Ep_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + W_{Roz} = mgh_B \quad \to \quad \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 5^2 - 1{,}73h = 0{,}5 \cdot 10 \cdot h \quad \to \quad h=0{,}93\ m$$

b) Cuando vuelve a la posición de partida, después de haber subido y vuelto, ha recorrido el doble del trayecto, por tanto el trabajo perdido en rozamiento es el doble. Teniendo en cuenta que h=0,93 m, tenemos que :

$$W_{roz} = F_{roz} \cdot 2s \cdot \cos 180 = -2 \cdot 1{,}73h = -3{,}22\,\text{Julios}$$

La conservación de la energía entre el punto A al inicio y el punto A cuando está de vuelta es:

- La energía cinética en el punto A inicial y final son diferentes, ya que parte de la energía cinética inicial la ha perdido en rozamiento mientras ha subido y ha bajado. Por ese motivo la velocidad con que regresará será menor a la inicial.
- La energía potencial en el punto A inicial y final es exactamente la misma puesto que esta energía solamente depende de la posición

$$Ec_A + \cancel{Ep}_A + W_{\substack{A \to B \to A \\ F.NoConservat}} = Ec'_A + \cancel{Ep}_A$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + W_{Roz} = \frac{1}{2}mv'^2_A \quad \to \quad \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 5^2 - 3{,}22 = \frac{1}{2}0{,}5 \cdot v'^2 \quad \to \quad v'=3{,}49\ m/s$$

## TRABAJO Y ENERGÍA. Ejercicios similares con soluciones

E3A.S2006

Un bloque de 2 kg está situado en el extremo de un muelle, de constante elástica 500 N $m^{-1}$, comprimido 20 cm. Al liberar el muelle el bloque se desplaza por un plano horizontal y, tras recorrer una distancia de 1 m, asciende por un plano inclinado 30º con la horizontal. Calcule la distancia recorrida por el bloque sobre el plano inclinado.

a) Supuesto nulo el rozamiento

b) Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos es 0,1. g = 10 m $s^{-2}$

Soluciones: a) a) s= 1m b) s=0,68m

E5B.S2006

Un bloque de 3 kg, situado sobre un plano horizontal, está comprimiendo 30 cm un resorte de constante k = 1000 N $m^{-1}$. Al liberar el resorte el bloque sale disparado y, tras recorrer cierta distancia sobre el plano horizontal, asciende por un plano inclinado de 30º. Suponiendo despreciable el rozamiento del bloque con los planos:

a) Determine la altura a la que llegará el cuerpo.

b) Razone cuándo será máxima la energía cinética y calcule su valor. g = 10 m $s^{-2}$

Soluciones: a) h=1,5m b) $Ec_{máx}$=45J

E1B.S2005

Con un arco se lanza una flecha de 20 g, verticalmente hacia arriba, desde una altura de 2 m y alcanza una altura máxima de 50 m, ambas sobre el suelo. Al caer, se clava en el suelo una profundidad de 5 cm.

a) Analice las energías que intervienen en el proceso y sus transformaciones.

b) Calcule la constante elástica del arco (que se comporta como un muelle ideal), si el lanzador tuvo que estirar su brazo 40 cm, así como la fuerza entre el suelo y la flecha al clavarse. g =10 m $s^{-2}$

Soluciones: b) K=120N/m ; $F_{suelo}$=200,2N

E2B.S2005

a) ¿Por qué la fuerza ejercida por un muelle que cumple la ley de Hooke se dice que es conservativa?

b) ¿Por qué la fuerza de rozamiento no es conservativa?

E3A.S2005

Una partícula parte de un punto sobre un plano inclinado con una cierta velocidad y asciende, deslizándose por dicho plano inclinado sin rozamiento, hasta que se detiene y vuelve a descender hasta la posición de partida.

a) Explique las variaciones de energía cinética, de energía potencial y de energía mecánica de la partícula a lo largo del desplazamiento.

b) Repita el apartado anterior suponiendo que hay rozamiento.

Soluciones: a) Aplica la conservación de la energía mecánica: Puesto que $\Delta Ep=0$ (al volver al mismo punto) $\rightarrow \Delta Ec=0 \rightarrow$ regresa con la misma velocidad inicial. b) Aplica la conservación de la energía. $\Delta Ep=0 \rightarrow \Delta Ec=W_{Roz}$. Como $W_{Roz}=-$ $\rightarrow v_{final}<v_{inic}$

E3B.S2005

Un bloque de 500 kg asciende a velocidad constante por un plano inclinado de pendiente 30º, arrastrado por un tractor mediante una cuerda paralela a la pendiente. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,2.

a) Haga un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule la tensión de la cuerda.

b) Calcule el trabajo que el tractor realiza para que el bloque recorra una distancia de 100 m sobre la pendiente. ¿Cuál es la variación de energía potencial del bloque? g =10 m $s^{-2}$

Soluciones: a) T=3366N b) W=336600J ; ΔEp=249998J

E4A.S2005

Un bloque de 1 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal y choca contra el extremo de un muelle horizontal, de constante elástica 200 N $m^{-1}$, comprimiéndolo.

a) ¿Cuál ha de ser la velocidad del bloque para comprimir el muelle 40 cm?

b) Explique cualitativamente cómo variarían las energías cinética y potencial elástica del sistema bloque – muelle, en presencia de rozamiento. g = 10 m $s^{-2}$

Soluciones: a) v=5,66 m/s

b) $Ec_A + \cancel{Ep}_{A,gravit} + \cancel{Ep}_{A,elastica} + W_{\substack{A\rightarrow B \\ F.NoConservat}} = \cancel{Ec}_B + \cancel{Ep}_{B,gravit} + Ep_{B,elastica}$

E4B.S2005

a) Defina energía potencial a partir del concepto de fuerza conservativa.

b) Explique por qué, en lugar de energía potencial en un punto, deberíamos hablar de variación de energía potencial entre dos puntos. Ilustre su respuesta con algunos ejemplos.

E1A.S2004

Sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal se encuentra un bloque de 0,5 kg adosado al extremo superior de un resorte, de constante elástica 200N/m, paralelo al plano y comprimido 10 cm. Al liberar el resorte, el bloque asciende por el plano hasta detenerse y, posteriormente, desciende. El coeficiente de rozamiento es 0,1.

a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por el plano y calcule la aceleración del bloque.

b) Determine la velocidad con la que el bloque es lanzado hacia arriba al liberarse el resorte y la distancia que recorre el bloque por el plano hasta detenerse. g =10 m $s^{-2}$

Soluciones: a) a=–5,87 m/$s^2$ b) $v_B$=1,68 m/s ; s=0,34 m (desde la posición comprimida)

E2A.S2004

Se deja caer un cuerpo de 0,5 kg desde lo alto de una rampa de 2 m, inclinada 30º con la horizontal, siendo el valor de la fuerza de rozamiento entre el cuerpo y la rampa de 0,8 N. Determine:

a) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, al trasladarse éste desde la posición inicial hasta el final de la rampa.

b) La variación que experimentan las energías potencial, cinética y mecánica del cuerpo en la caída a lo largo de toda la rampa. g = 10 m $s^{-2}$

Soluciones: $W_{Peso}$=5J ; $W_{Roz}$=–1,6J b) ΔEp=–5J ; ΔEc=3,4J ; $ΔE_{mecánica}$=–1,6J

E4B.S2004

Un trineo de 100 kg desliza por una pista horizontal al tirar de él con una fuerza **F**, cuya dirección forma un ángulo de 30º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0,1.

a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el trineo y calcule el valor de F para que el trineo deslice con movimiento uniforme.

b) Haga un análisis energético del problema y calcule el trabajo realizado por la fuerza **F** en un desplazamiento de 200 m del trineo. $g = 10\ m\ s^{-2}$

Soluciones: a) F = 109,16N b) $W_F = 18907J = -W_{Roz}$

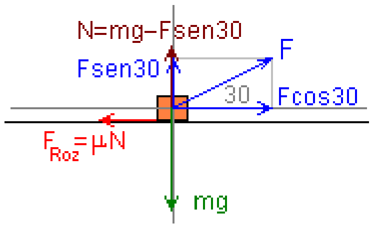
E4B.S2004

Un trineo de 100 kg desliza por una pista horizontal al tirar de él con una fuerza **F**, cuya dirección forma un ángulo de 30º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0,1.

a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el trineo y calcule el valor de F para que el trineo deslice con movimiento uniforme.

b) Haga un análisis energético del problema y calcule el trabajo realizado por la fuerza **F** en un desplazamiento de 200 m del trineo.

$g = 10\ m\ s^{-2}$




Sol. a) $\Sigma F=ma=0 \rightarrow -0,1(1000-F sen30)+F cos30=0 \rightarrow$ F=109,17New

b) $\Delta Ec+\Delta Ep=W_{FNC} \rightarrow$ Como $\Delta Ec=0$(v=cte) y $\Delta Ep=0$(pista horizontal) $\rightarrow W_{FNC}=0 \rightarrow$ El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, que es igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento + el trabajo realizado por la fuerza F debe ser cero.

$W_F=F\cdot s\cdot cos30=18908,8J$ (El trabajo realizado por la $F_{Roz}$ debe ser $-18908,8J$)