Problemas Movimiento Armónico Simple

1. Una partícula describe un M.A.S de pulsación w=2π rad/s. En un instante dado se activa el cronómetro. En ese momento la elongación que tiene un sentido de recorrido hacia elongaciones positivas, es la mitad de la máxima elongación y la velocidad es de 10 cm/s. Calcula:
   a) la fase inicial
   b) la aceleración en el instante t=0,1 s

$$\omega = 2\pi \frac{rad}{s} \quad ,, \quad 10 \frac{cm}{s} = 0{,}1 \frac{m}{s}$$

$$t = 0 \;==> \quad x_0 = \frac{A}{2} \quad ,, \quad v = 10 \frac{cm}{s}$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \;==> \quad \frac{A}{2} = A \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\frac{1}{2} = \sin \varphi_0 \;==> \quad \varphi_0 = 30º = \frac{\pi}{6}\, rad$$

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \;==> \quad v(0) = A\omega \cos \varphi_0$$

$$0{,}1 = A \cdot 2\pi \cos \frac{\pi}{6} \;==> \; 0{,}1 = A \cdot 2\pi \frac{\sqrt{3}}{2} \;==> \; \boldsymbol{\frac{0,1}{\sqrt{3}\pi} m = A}$$

$$x = \frac{0{,}1}{\sqrt{3}\pi} \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$t = 0{,}1s \implies x = \frac{0{,}1}{\sqrt{3}\,\pi}\sin\left(2\pi \cdot 0{,}1 + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x = 0{,}01679 \ldots \implies a = -\omega^2 x$$

$$a = -4\pi^2 \cdot 0{,}01679\ \frac{m}{s^2} \implies a = -0{,}663\,\frac{m}{s^2}$$

2. Una partícula de 300 g de masa está unida a un muelle elástico de constante k=43.2 N/m y describe un movimiento armónico simple de 20 cm de amplitud. Sabiendo que el instante t=0 se encuentra a 10 cm del origen moviéndose hacia la izquierda, determinar:

a) Las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.
b) Las energías potencial, cinética y total en el instante inicial y en cualquier instante.
c) Valores de t en los que la partícula pasa por el origen

m=0,3 kg K=43,2 N/m

A=0,2 m t=0 ➔ x=0,1 m

X=0,1

X= A sen ($\omega t+\varphi_0$)

V= Aω cos ($\omega t+\varphi_0$)

$\longleftarrow$ 0,3 kg

$$F_r = -kx = ma \quad ==> \quad -kx = m(-\omega^2 x) \quad ==> \quad k = m\,\omega^2$$

$$\Rightarrow 43{,}2 = 0{,}3 \cdot w^2 \quad ==> \frac{43{,}2}{0{,}3} = w^2 \quad ==> \quad 144 = w^2 \quad ; \quad w = 12$$

t=0 $\Rightarrow$ $x = 0{,}2 \cdot Sen\left(12 \cdot 0 + \varphi_0\right) \quad \Rightarrow \quad 0{,}1 = 0{,}2 \cdot Sen\,\varphi_0 \Rightarrow$

$$\frac{1}{2} = \sin\varphi_0 \quad ==> \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \; rad$$

$$x(t) = \; A \cdot Sen\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\boldsymbol{x(t) = 0,2 \; \sin\left(12t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

$$v(t) = 0{,}2 \cdot 12 \; \cos\left(12t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\boldsymbol{v(t) = 2,4 \; \cos\left(12t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

$$a(t) = \; -2{,}4 \cdot \left[\sin\left(12t + \frac{\pi}{6}\right)\right] \cdot 12$$

$$\boldsymbol{a(t) = -28{,}8\ \sin\left(12t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

$$E_c = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = \frac{1}{2}\ k\ (A^2 - x^2)$$

➔ $mv^2 = m \cdot \omega^2(A^2 - x^2)$ ==> $v = \omega\sqrt{(A^2 - x^2)}$

Demostración Energía total elástica

$$* \ \frac{1}{2}\ kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

➔ $\frac{1}{2}\ kx^2 + \frac{1}{2}\ m \cdot \left[\omega\sqrt{A^2 - x^2}\right]^2$ ==> $\frac{1}{2}\ kx^2 + \frac{1}{2}\ m\ \omega^2\ (A^2 - x^2)$

➔ $\boldsymbol{E_{total} = \frac{1}{2}\ k\ A^2}$

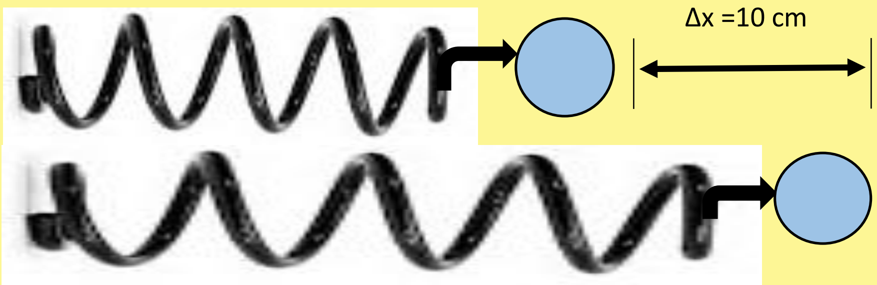
c).- En el origen x=0 ➔

$\boldsymbol{0 = Asen(12t + \frac{\pi}{6})}$,,A $\neq \boldsymbol{0}$ ==> $\boldsymbol{sen\left(12t + \frac{\pi}{6}\right)} = 0$ ==> $\boldsymbol{12t + \frac{\pi}{6} = \pm\pi n}$ ==> $\boldsymbol{t = \frac{\pm n\pi - \frac{\pi}{6}}{12}}$

3. Un cuerpo de 2 g, está unido a un muelle horizontal de constante k=5 N/m. El muelle se alarga 10 cm y se suelta en el instante inicial t=0.Hallar:

a) La frecuencia, el período y la amplitud del movimiento. Escribir la ecuación MAS.
b) ¿En que instante pasa el cuerpo por primera vez por la posición del equilibrio?

$$m = 2g \quad ,, \quad k = 5\frac{N}{m} \quad ,, \quad A = 10\ cm$$



$$F = -kx = ma = -m \cdot \omega^2 \cdot x$$

$$k = m\,\omega^2 \quad ==> \quad \frac{k}{m} = \omega^2 \quad ==> \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad ==> \quad \omega = \sqrt{\frac{5}{2 \cdot 10^{-3}}}$$

$$\omega = \sqrt{2500} \quad ==> \quad \omega = 50\ \frac{rad}{s} \quad ==> \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad ==> \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{\pi}{25}\ s \quad ==> \quad f = \frac{25}{\pi}\ hertz$$

A=10 cm ➔ A=0,1 m

La ecuación del MAS, será

$$x = A\ \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = 0{,}1 \sin\left(50t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Posición de equilibrio: x=0 ➔

$$\left(50t + \frac{\pi}{2}\right) = \pi \quad ==> \quad 50t = \pi - \frac{\pi}{2} \quad ==> \quad \boldsymbol{t = +\frac{\pi}{100}\ s}$$

4. Un muelle elástico de constante k=0,4 N/m está unido a una masa de m=25g.En el instante inicial su posición es x=5cm y su velocidad v=-20√3cm/s. Calcular:

a) Período de la oscilación
b) Las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración de este MAS.
c) El (los) instante (s) en el que el móvil pasa por el origen, x=0, y su velocidad.

$$k = 0{,}4\,\frac{N}{m} \quad ==> \quad m = 25g = m = 25 \cdot 10^{-3} kg$$

$$t = 0 \;==>\; x = 5 \cdot 10^{-2}\,m \;\;,, \qquad v = 20\sqrt{3}\;cm/s$$

$$(*)\begin{cases} x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0) \;\;,, \;\; x(0) = \\ \qquad v(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$$

Ley de Hoocke

$$F = -kx = ma ==> F = -kx = m(-\omega^2 x) \;==> k = m\omega^2$$

Por lo tanto: $0{,}4 = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 \;\; ==> \frac{0{,}4}{25\cdot 10^{-3}} = \omega^2 \;\; ==> \frac{0{,}4\cdot 10^{3}}{25} = \omega^2$

$$==> \frac{400}{25} = \omega^2 \;\; ==> \;\; \omega = \frac{20}{5} \;\; ==> \;\; \boldsymbol{\omega = 4\,\frac{rad}{s}}$$

$$v_o = 20\sqrt{3}\ \frac{cm}{s} \quad ==> \ v_o = 0{,}2\sqrt{3}\ \frac{m}{s}$$

De (*)

$$\begin{cases} x(0) = A\sin\varphi_0 \ ==> \ 5\cdot\omega^{-2} = A\sin\varphi_0 \\ v(0) = A\omega\sin\varphi_0 \ ==> \ 0{,}2\sqrt{3} = A\omega\cos\varphi_0 \end{cases}$$

$$\frac{5\cdot 10^{-2}}{20\cdot\sqrt{3}\cdot 10^{-2}} = \frac{A\sin\varphi_0}{A\omega\cos\varphi_0}$$

$$==> \ \frac{1}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{4}\ tg\ \varphi_0 \ ==> tg\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \ ==> \ \varphi_0 = 30º \ ==> \varphi_0 = \frac{\pi}{6}\ rad$$

$$x(t) = A\sin\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$v(t) = A\omega\cos\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$t = 0 \ ==> \ 5\cdot 10^{-2} = A\sin\frac{\pi}{6} ==> 5\cdot 10^{-2} = A\cdot\frac{1}{2} \ ==> A = 0{,}1\ m$$

$$t_{origen} ==> 4t + \frac{\pi}{6} = \pm n\pi \quad ==> 4t = \pm n\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$t = \frac{\pm n\pi - \frac{\pi}{6}}{4}$$

5. Un cuerpo de 10 g de masa se desplaza con un MAS de 80 Hz de frecuencia y con de 1m de amplitud. Calcula:

a) La energía potencial cuando la elongación es igual a 70 cm.

b) El módulo de la velocidad cuando se encuentra en esa posición.

c) El módulo de la aceleración en esa posición.

$$m = 10g \quad ==> \quad m = 10 \cdot 10^{-3}\ kg \quad ==> m = 10^{-2}\ kg$$

$$f = 80\ Hz \quad ,, \quad A = 1\ m$$

$$¿\, E_p(x = 0{,}7)? \quad v(x = 0{,}7) \ ,, \quad a(x = 0{,}7)$$

Resolución

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad ==> \omega = 2\pi f \quad ==> \quad \omega = 2\pi \cdot 80$$

$$\omega = \frac{160\ \pi\ rad}{s} \quad ==> \quad k = m \cdot \omega^2 \quad ==> \quad k = 10^{-2} \cdot (160\pi)^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}\,k\,x^2 \quad ==> E_{p(x=0,7)} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}\,(160\pi)^2 \cdot 0{,}7^2$$

$$==> E_{p(x=0,7)} = 1263{,}3\ julios$$

a) $E_{p(A)} = \frac{1}{2}\,k \cdot A^2 ==> \ E_{p(A)} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}(160\pi)^3 \cdot 1$

$$E_{p(A)} = 1804{,}72$$

b) $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad ==> \quad v = 160\pi\sqrt{1^2 - 0{,}7^2}$

$$v = 358{,}97\,\frac{m}{s}$$

6. Un punto material de 20 g de masa oscila con un MAS de amplitud 2 cm y frecuencia 10 oscilaciones/s coincidiendo el inicio de los tiempos con el punto donde la velocidad es nula. Calcular:

a) Velocidad y aceleración máximas
b) Velocidad y aceleración en el instante t=1/120s
c) Energía mecánica en ese instante

$m = 20gr \quad ==> \quad m = 20 \cdot 10^{-3}\ kg$

$A = 20\ cm \quad ==> \quad A = 0{,}2\ m$

$f = 10\ oscilaciones/s ==> T = \dfrac{1}{f} ==> T = \dfrac{1}{10}\ s\ ,, T = 0{,}1s \quad (período)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} ==> \quad \omega = \frac{2\pi}{0{,}1} \quad ==> \quad \omega = 20\pi\ \ rad/s$

$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$

$t = 0\ , v\ es\ nula\ . En\ x = A$

$A = A\sin(20 \cdot 0 + \varphi_0) \quad ==> \quad 1 = \sin\varphi_0 \quad ==> \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}\ rad$

➔ $x = 0{,}2\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

a) Velocidad y aceleración máximas

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}2 \cdot 20\pi\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v_{max} = 4\pi\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0{,}2 \cdot (20\pi)^2 \cdot \sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad ==> \quad a_{max} = 80\pi^2\frac{m}{s^2}$$

b) Velocidad y aceleración en el instante t=1/120s

$$v\,(t) = 4\pi\ \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\rightarrow v\left(\frac{1}{120}\right) = 4\pi \cos\left(\frac{20\pi\cdot 1}{120} + \frac{\pi}{2}\right) \quad ==> \quad v\left(\frac{1}{120}\right) = 4\pi \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\rightarrow v\left(\frac{1}{120}\right) = 4\pi \cos\ \frac{4\pi}{6} \ ==> v\left(\frac{1}{120}\right) = 4\pi \cos\ \frac{2\pi}{3}$$

$$\rightarrow v\left(\frac{1}{120}\right) = -2\pi \frac{m}{s}$$

$$a\,(t) = \frac{dv}{dt} = \ -4\pi \cdot 20\pi^2\ \sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a\left(\frac{1}{120}\right) = \ -80\pi^2\ \sin\left(20\pi \cdot \frac{1}{120} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a\left(\frac{1}{120}\right) = \ -80\pi^2\ \sin\frac{2\pi}{3} \quad ==> \quad \boldsymbol{a\left(\frac{1}{120}\right) = \ -40\sqrt{3}\,\pi^2\ \ \frac{m}{s^2}}$$

c.) Energía mecánica : $\qquad E_{mec} = \frac{1}{2}\, KA^2$

$\rightarrow K = m \cdot \omega^2 ==> \quad K = 2 \cdot 10^{-2} \cdot (20\pi)^2$

$\rightarrow K = 8\pi^2 \frac{N}{m} \qquad \rightarrow E_{mec} = \frac{1}{2}\, 8\pi^2 \cdot 0{,}2^2 \ julios$

$\rightarrow \qquad \boldsymbol{E_{mec} = 0,16\pi^2\ j}$

7. Un punto material de 500 g describe un MAS de 10 cm de amplitud realizando 2 oscilaciones completas cada segundo. Calcular:

a.) La elongación de dicho punto en el instante 0,5 s después de alcanzar la máxima separación.
b.) La velocidad y aceleración de 0,5 s después de alcanzar la máxima separación.
c.) Energía cinética que tendrá el móvil al pasar por la posición de equilibrio.

$m = 500\ g \quad ==> \quad m = 0{,}5\ kg$

$A = 10\ cm \quad ==> \quad A = 0{,}1\ m$

$f = 2\ oscilaciones/segundo \ ==> \quad T = \frac{1}{2}\ s$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad ==> \quad \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \quad ==> \quad \omega = 4\pi\ \ rad/seg$

$t = 0 \quad ==> \quad x = A \quad ==> \quad x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$

$A = A\sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \quad ==> 1 = \sin\varphi_0 \quad ==> \ \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$

a) La elongación de dicho punto en el instante 0,5 s después de alcanzar la máxima separación.

$$x = 0{,}1\ \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad ==> \quad x\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}1\ \left(\sin 4\pi \cdot \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{x\left(\frac{1}{2}\right) = 0,1\ m}$$

b) La velocidad y aceleración de 0,5 s después de alcanzar la máxima separación.

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}1 \cdot 4\pi\ \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

➔ $v(0{,}5) = 0{,}4\pi\cos\left(4\pi \cdot 0{,}5 + \frac{\pi}{2}\right) \ \ ==> \ \ v(0{,}5) = 0\,\frac{m}{s} \quad (\textit{está en el extremo})$

➔ $a\ (t) = \frac{dv}{dt} = -0{,}4\pi \cdot 4\pi\ \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

$\rightarrow a(0{,}5) = -1{,}6\pi^2 \sin\left(4\pi \cdot 0{,}5 + \frac{\pi}{2}\right) \quad ==> \quad \boldsymbol{a(0,5) = -1,6\,\pi^2 \frac{m}{s}}$

c).- Energía cinética que tendrá el móvil al pasar por la posición de equilibrio.

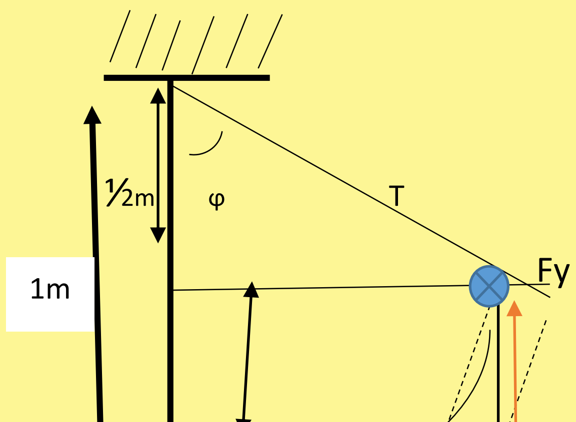
$$V_{max} \qquad ==> E_c = \frac{1}{2}\ mv^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot (0{,}4\pi)^2\ julios$$

$$\boldsymbol{E_c = 0,04\pi^2\ j}$$

8. Un péndulo tiene una longitud de 1m y un cuerpo colgado en su extremo de 1 kg, es desviado de su posición de equilibrio quedando suelto a medio metro de altura. Calcula:

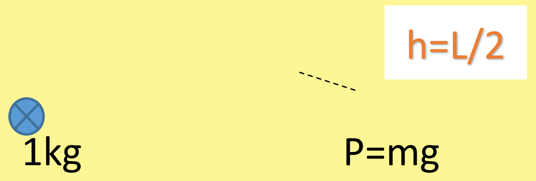
a.) Su velocidad en el punto más bajo aplicando el principio de conservación de la energía mecánica.



$$\cos\varphi = \frac{\frac{l}{2}}{l} ==> \cos\varphi = \frac{1}{2}$$

$$==> \varphi = 60º = \frac{\pi}{3}\ rad$$

$$F_{y=T}$$



En el punto más alto:

$$E_{p_0 =}\ mgh \quad ==> \quad E_{p_0} = 1 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 \quad ==> \quad E_{p_0} = 4{,}9\ j$$

$$E_{c_0} = 0 \quad ,, \qquad E_{total} = 4{,}9\ j$$

En el punto más bajo:

$$h = 0 \quad ,, \quad E_p \quad ==> \quad E_c = \frac{1}{2}\,mv^2 \quad ==> \quad \frac{1}{2} \cdot 1v^2 = 1gh$$

➔ $v^2 = 2gh \quad ==> \quad v = \sqrt{2gh} \quad ==> \quad v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{1}{2}}$

➔ $\boldsymbol{v = \sqrt{9,8}\ \frac{m}{s}}$ como consecuencia del principio de la conservación de la energía mecánica: en la máxima altura energía potencial. Y en la mínima energía cinética.

b.) su velocidad valorando la aplicación de las ecuaciones del MAS

$$A = \varphi \cdot l \implies A = \frac{\pi}{3} \cdot 1 \implies A = \frac{\pi}{3}\ m$$

$$F_j = T\ (tensión\ del\ cable)$$

$$F_x = P \sin \varphi \implies F_x = mg \sin \varphi = ma \implies mg \sin \varphi = m(-\omega^2 x)$$

Para ángulos φ, pequeños el $\sin \varphi \cong \varphi \implies -mg\varphi = -m\omega^2 x$

$$\implies \frac{g}{l} = \omega^2 \implies \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \implies x = \frac{\pi}{3} \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\ t + \frac{\pi}{3}\right)$$

b) $x = \frac{\pi}{3} \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\ t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T} \implies T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \implies v = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{g}{l}} \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\ t + \frac{\pi}{2}\right)$$

En el punto más bajo, tenemos el máximo valor de v, lo que alcanzamos cuando el coseno valga 1.

Siendo entonces $v = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{g}{l}} \quad ==> v = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{g}{l}} \quad al\ ser\ l = 1$

Que es lo que teníamos casi por energías.

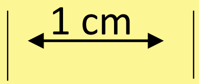
Nos daba allí $v = \sqrt{g}\ \frac{m}{s}$ y como MAS ,, $v = \frac{3{,}14}{3}\sqrt{\frac{g}{l}}$

$$==> v = 1{,}05\sqrt{\frac{g}{l}}\frac{m}{s} \quad ==> \quad \frac{\pi\sqrt{g}}{3\sqrt{l}} = \sqrt{g} ==> \quad \frac{\pi}{3} = \sqrt{l} ==> \boldsymbol{l = \frac{\pi^2}{9}\ m}$$

9. En el sistema de la figura, un cuerpo de 2 kg se mueve m/s sobre un plano horizontal.

a.) Determinar la velocidad del cuerpo al comprimirse 1 cm en el resorte, de constante k=10000 $N.m^{-1}$ (sin fricción).

$$K = 10.000\ N.m^2$$



$$E_{c_0} = \frac{1}{2}\, m v_0^2 \;\; ==> \;\; E_{c_0} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \;==>\; E_{c_0} = 9\, julios$$

La energía cinética inicial se transforma en energía potencial elástica total al comprimir el resorte:

$$b) \quad E_{c_0} = E_{pot.total} = \frac{1}{2}\, K \cdot A^2 \;\; ==> 9 = \frac{1}{2} \cdot 10.000 \cdot A^2$$

$$==> \frac{18}{10.000} = A^2 ==> \;\; A = \frac{3\sqrt{2}}{100} \;\; m$$

a.) a.) Determinar la velocidad del cuerpo al comprimirse1 cm en el resorte, de constante k=10000 N.m^{-1} (sin fricción).

$$E_{cx} + E_{px} = E_{total}$$

$$E_{cx} + \frac{1}{2}\, k \cdot x^2 = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2 ==> E_{cx} = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2 - \frac{1}{2}\, k \cdot x^2$$

$$==> E_{cx} = \frac{1}{2}\, k\, (A^2 - x^2) \;==>\; E_{cx} = \frac{1}{2}\, 10000 \left(\frac{9 \cdot 2}{10000} - \frac{1}{10000}\right)$$

$$E_{cx} = \frac{5000}{10000}\,(18 - 1) ==> E_{cx} = \frac{1}{2} \cdot 17\, j$$

$$E_{cx} = \frac{17}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2 \;==> v = \sqrt{\frac{17}{2}\,\frac{m}{s}} ==> \;\; v = \frac{1}{2}\sqrt{34}\;\;\frac{m}{s}$$

c.)¿A qué distancia se igualan las energías cinética y potencial del resorte?

$$E_c + E_{pe} = E_{total} \;\;,, \qquad E_c = E_{pe}$$

$$2E_c = 9 \;\; ==> \;\; E_c = E_{pe} = 4{,}5\, j$$

$$E_{pe} = 4{,}5 = \frac{1}{2}\, 10000 \cdot x^2 \;\; ==> \;\; \frac{9}{10000} = x^2 \;\; ==> x = \frac{3}{100}\, m$$

$x = 0{,}03\, m$ tiene igualadas las energías cinética y potencial.

10. Un objeto de 1,4 kg de masa se une a un muelle de constante elástica 15 N/m. Calcula la velocidad máxima del objeto cuando el sistema vibra con una amplitud de 2,0 cm. ¿Cuál es el valor de las energías cinética y potencial elástica cuando el objeto se encuentra a 1 cm de la posición central de vibración?

K=15N/m

a) $E_{total} = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \quad ==> \ E_{total} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 0{,}02^2$

$$E_{total} = 0{,}0030j$$

$$E_c + E_p = E_{total} \quad ==> E_c = 0{,}0030 - \ \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 0{,}01^2$$

$$E_c = 3 \cdot 10^{-3} - 7{,}5 \cdot 10^{-4} = 30 \cdot 10^{-4} - 7{,}5 \cdot 10^{-4} ==> \ 22{,}5 \cdot 10^{-4}j$$

$$E_c = 22{,}5 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}4 \cdot v^2 \ ==> \frac{45 \cdot 10^{-4}}{1{,}4} = v^2$$

$$v = \sqrt{32{,}14 \cdot 10^{-4}} \quad ==> \quad \boldsymbol{v = \frac{5,67}{100} \frac{m}{s}}$$

b) $E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad ==> \quad \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (10^{-2})^2 = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\, j$

$E_c = 0{,}0030 - 7{,}5 \cdot 10^{-4} \quad ==> \quad E_c = 0{,}00225\, j$

11. Un péndulo está calibrado para realizar una oscilación completa 1 s en un lugar en el que la aceleración de la gravedad es g=9,8 m/s^2. ¿Cuánto retrasará o adelantará al cabo de un día cuando se traslade a un lugar en el que la aceleración de la gravedad es g=9,7 m/s^2?

1 seg en una oscilación completa

$T = 1 \quad período$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad ==> \quad 1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{9{,}8}} \quad ==> \quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{9{,}7}}$$

$$\frac{T'}{1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{9,7}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{9,8}}} \quad ==> \quad T' = \sqrt{\frac{9,8}{9,7}}$$

Error: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{9,7}}$

$$\sqrt{\frac{9,8}{9,7}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{9,7}} \quad ==> \quad \frac{\sqrt{9,8}}{2\pi} = \sqrt{l} \quad ==> \quad l = \frac{9,8}{4\pi^2}\ m$$

Error: $T' - 1 \quad en\ cada\ oscilación$

E total ➔ $\left(\sqrt{\frac{9,8}{9,7}} - 1\right) \cdot 24h \cdot \frac{3600s}{h} \quad ==> \quad e = \left(\sqrt{\frac{9,8}{9,7}} - 1\right) \cdot 86400$

$\boldsymbol{e = 444,22\ s}$