

**MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE Y ONDULATORIO.
LEY GRAVITACIÓN UNIVERSAL.
LEYES DE KEPLER.**

C1.- Una partícula de 250 g vibra con una amplitud de 15 cm y una energía mecánica de 12 J. Halla: a) Constante recuperadora. B) Frecuencia de vibración. C) Energía cinética y velocidad de la partícula cuando se encuentre a 5cm de la posición de equilibrio.

Masa $m=250\text{g}=0,25\text{ kg}$;

Amplitud $A=15\text{ cm}=0,15\text{ m}$;

Energía mecánica $E=12\text{ J}$

$$a) \quad E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (0,15)^2 \Rightarrow k = 1066,66 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) A partir de la constante elástica k del muelle se determina la pulsación y de la pulsación se deduce el valor de la frecuencia.

$$k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow 1066,66 = 0,25 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 65,32 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 65,32 = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = 10,4\text{ Hz}$$

c) La elongación es 5 cm, luego la energía potencial en ese punto es:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 = \frac{1}{2} \cdot (1066,66) \cdot (0,05)^2 = 1,33\text{ J}$$

$$E_c = E - E_p = 12 - 1,33 = 10,67\text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow 10,67 = \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot v^2 \Rightarrow v = 9,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

C2.- Responde a las siguientes cuestiones:

a) Demuestra que un sonido con un nivel de intensidad sonora de 70 dB tiene una intensidad 1000 veces mayor que la de un sonido con nivel de intensidad sonora 40 dB. Dato: $I_0=10^{-12}\text{ W/m}^2$

b) Una ambulancia con sirena de frecuencia 250 Hz se mueve con una velocidad de 30 m/s acercándose a un ciclista que se mueve en la misma dirección y sentido a 10 m/s. Halla la frecuencia que percibe el ciclista y explica el fenómeno que ha ocurrido.

Dato: velocidad del sonido 340 m/s.

a) Para el nivel de intensidad sonora $\beta_2=70\text{ dB}$ deducimos el valor de la intensidad I_2 :

$$\beta_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \Rightarrow 70 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right)$$

$$7 = \log\frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I_2}{10^{-12}} = 10^7 \Rightarrow I_2 = 10^{-5} \frac{W}{m^2}$$

Para el nivel de intensidad $\beta_1=40$ db, deducimos el valor de la intensidad I_1 :

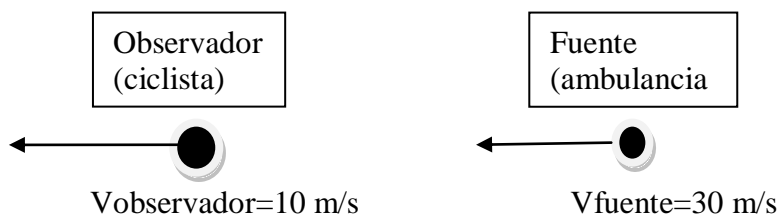
$$\beta_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow 40 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_1}{10^{-12}}\right)$$

$$4 = \log\frac{I_1}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I_1}{10^{-12}} = 10^4 \Rightarrow I_1 = 10^{-8} \frac{W}{m^2}$$

Notar que la relación $I_2/I_1=1000$.

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{10^{-5}}{10^{-8}} = 1000$$

B) Es un efecto Doppler.



El ciclista percibe una frecuencia diferente a la frecuencia que emite a la ambulancia porque están en movimiento relativo. Este fenómeno se llama efecto Doppler.

$$f' = f \cdot \frac{v - v_{\text{observador}}}{v - v_{\text{fuente}}} = 250 \cdot \frac{340 - 10}{340 - 30} = 266 \text{ Hz}$$

C3.- El cometa Halley se mueve en órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio el cometa está a $8,75 \cdot 10^7$ km del Sol y en el Afelio a $5,26 \cdot 10^9$ km. a) ¿En qué punto tiene más velocidad? ¿En qué punto tiene más aceleración? B) ¿En qué punto tiene mayor energía potencial? ¿Y mayor energía mecánica? Razona las respuestas.

La fuerza gravitatoria presente en el movimiento del cometa Halley alrededor del Sol es central y conservativa, por lo que hay dos magnitudes físicas que se conservan: el momento angular y la energía mecánica.

Puesto que se conserva el momento angular, el valor del mismo es igual en el afelio que en el perihelio. Luego:

$$L_{afelio} = L_{perihelio}$$

$$m \cdot v_{afelio} \cdot r_{afelio} = m \cdot v_{perihelio} \cdot r_{perihelio}$$

Como la distancia al afelio es mayor que la distancia al perihelio, para que se conserve el momento angular, **la velocidad en el perihelio tiene que ser mayor.**

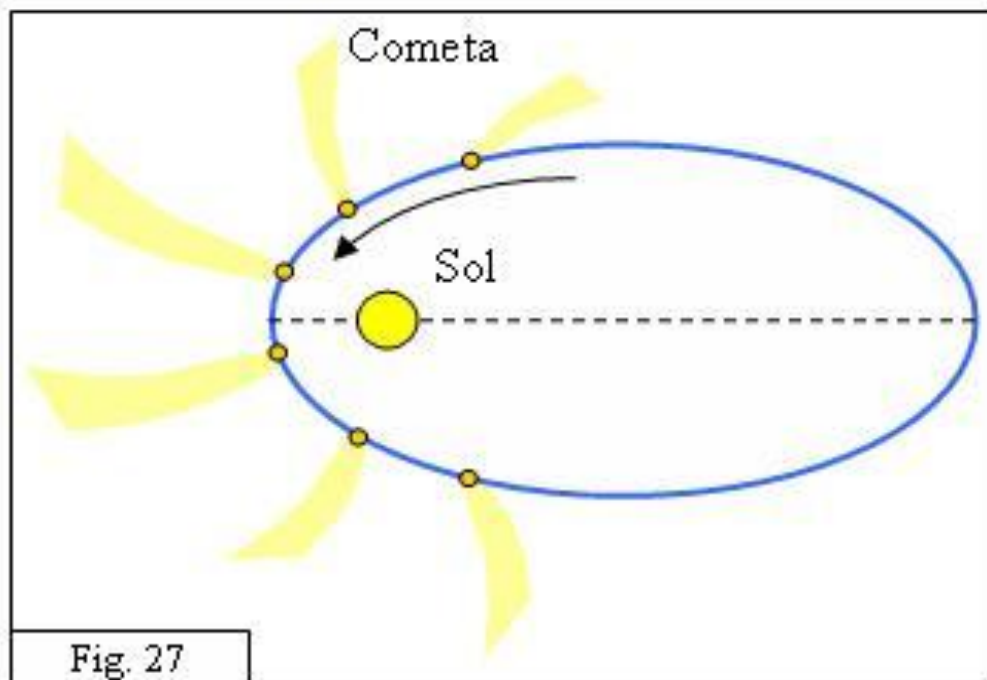
Por otra parte, cuanto mayor es la distancia más grande es la energía potencial de un sistema de masas. En el infinito, la energía potencial adquiere el mayor valor posible, cero.

$$E_p = -G \frac{M_{Sol} \cdot m_{Halley}}{r}$$

Cuanto más grande sea r, mayor es la energía potencial (porque es negativa, salvo en el infinito que es cero).

La energía mecánica es la misma en todos los puntos de la trayectoria del Halley dado que la fuerza gravitatoria es conservativa.

El campo gravitatorio, que es la aceleración del Halley, es mayor cuanto más cerca del Sol está, luego su valor es mayor en el perihelio.



C4.- La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda viene dada por $y(x,t)=10\text{sen}(\pi x/2)\text{sen}(50\pi t)$ en unidades S.I. Calcula la distancia entre dos vientres consecutivos y la velocidad de las ondas cuya superposición da lugar a la onda anterior.

$$w = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f = \frac{w}{2\pi} = \frac{50\pi}{\pi} = 25 \text{ Hz}$$

$$k = \frac{\pi}{2} \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f = (4) \cdot (25) = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Los vientres son puntos donde la amplitud de la onda estacionaria es máxima, es decir, 10 m.

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} x\right) = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} x = \frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}, 5\frac{\pi}{2}, 7\frac{\pi}{2} \dots (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} x = \frac{\pi}{2} (2n+1) \Rightarrow x = 2n+1$$

$$\text{Si } n = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ m}$$

$$\text{Si } n = 1 \Rightarrow x = 3 \text{ m}$$

$$\text{Si } n = 2 \Rightarrow x = 5 \text{ m}$$

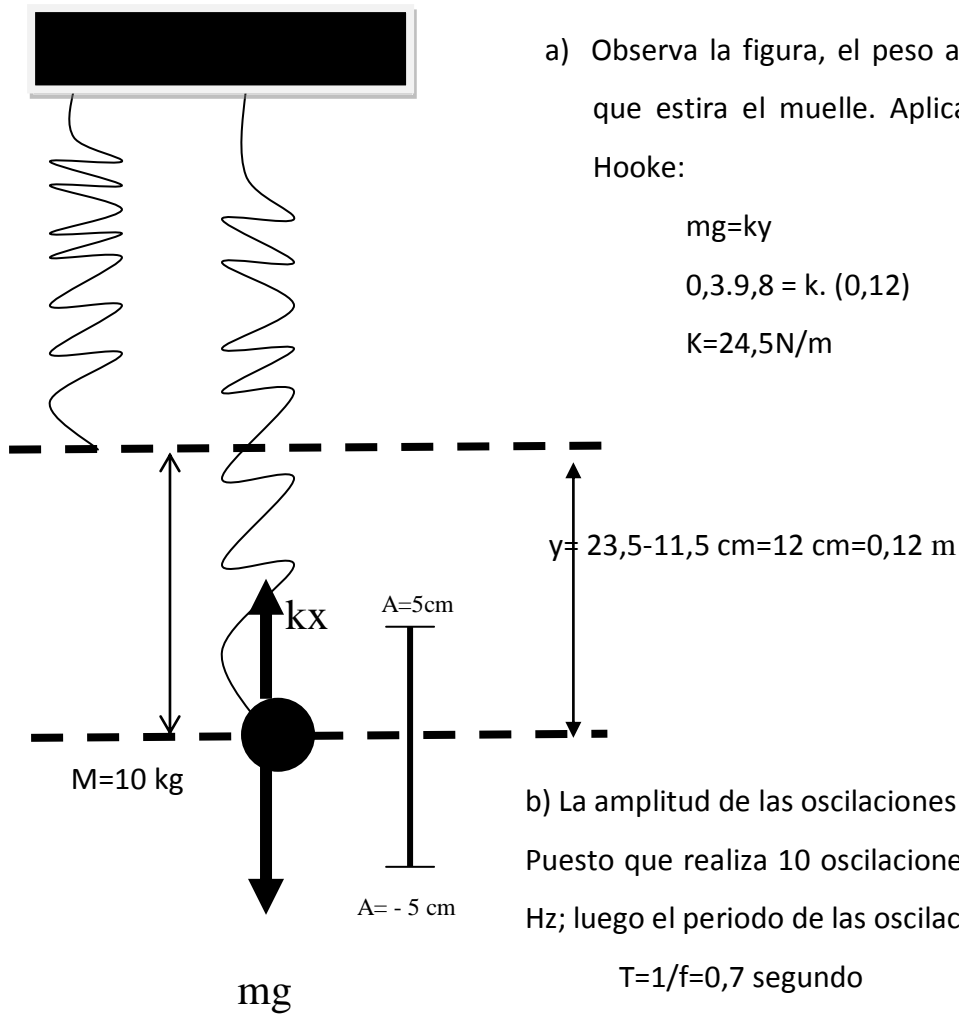
La distancia entre nodos es 2 metros, es decir, $\lambda/2$.

P1.- Un muelle de masa despreciable, suspendido de su extremo superior, mide 11,5 cm. Al colgar una masa de 300 g en el extremo libre, el muelle se estira hasta una posición de equilibrio en la cuál su nueva longitud es de 23,5 cm.

a) Halla la constante elástica del muelle.

b) Empujamos la masa 5 cm hacia arriba comprimiendo el muelle, y la soltamos. Medimos 10 oscilaciones en 7 segundos. Determina la expresión para la posición de la masa en función del tiempo.

(c) Halla de nuevo la constante elástica del muelle a partir del valor del periodo de oscilación. Halla el valor de la energía total de la masa mientras oscila. MURCIA 2010.



a) Observa la figura, el peso actúa de fuerza que estira el muelle. Aplicando la ley de Hooke:

$$mg = ky$$

$$0,3 \cdot 9,8 = k \cdot (0,12)$$

$$K = 24,5 \text{ N/m}$$

b) La amplitud de las oscilaciones es $A = 5\text{ cm} = 0,05\text{ m}$. Puesto que realiza 10 oscilaciones / 7 segundo, $f = 1,428\text{ Hz}$; luego el periodo de las oscilaciones es:

$$T = 1/f = 0,7\text{ segundo}$$

La pulsación, w , será:

$$w = 2\pi f = 8,97\text{ rad/s}$$

La ecuación del MAS será: $y = A \sin(\omega t + \phi)$, es decir:

$$y = 0,05 \sin(8,97t + \phi)$$

En el instante inicial, $t=0$, $y=0,05\text{ m}$; luego:

$$0,05 = 0,05 \sin(\phi) \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}$$

La ecuación del MAS es: $y = 0,05 \sin(8,97t + \frac{\pi}{2})$

c) La constante elástica del muelle es $k = m \cdot \omega^2$. Por ello:

$$k = 0,3 \cdot (8,97)^2 = 24,14 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot (24,5) \cdot (0,05)^2 = 0,030\text{ J}$$

P2. En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación expresada en el sistema internacional de unidades es:

$$y(x,t)=0,2\text{sen}(2t+4x+\pi/4)$$

Calcula:

- a) El periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación**
 - b) La velocidad y aceleración máxima de vibración de un punto cualquiera de la cuerda**
 - c) La diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados por una distancia de 50 cm.**
- UCLM JUNIO 2009**

A) Pulsación: $\omega=2$ rad/s

La frecuencia de la onda es: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{\pi}$ Hz. El periodo de la onda es $T=\pi$ segundos.

El número de onda es $k=4$ m⁻¹; luego la longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ m}$$

La velocidad de propagación de la onda será: $v = \lambda \cdot f = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\pi} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

B) La velocidad y la aceleración máximas vienen dadas por:

$$v_{\text{max}} = A \cdot \omega = (0,2) \cdot 2 = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{\text{max}} = A \cdot \omega^2 = (0,2) \cdot 2^2 = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

C) La fase de dos puntos x_1 y x_2 serán:

$$\varphi_1 = 2t + x_1 + \frac{\pi}{4}$$

$$\varphi_2 = 2t + x_2 + \frac{\pi}{4}$$

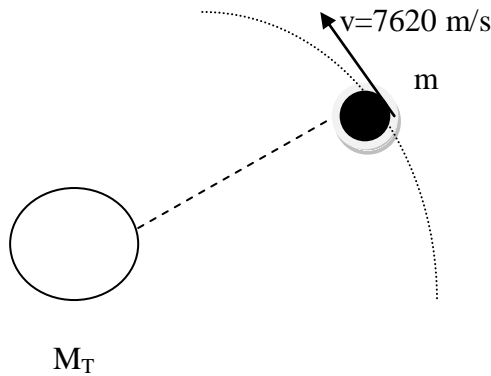
$$\varphi_1 - \varphi_2 = 4(x_1 - x_2) \text{ siendo } x_1 - x_2 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \text{ rad}$$

P3.- La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7,62 km/s.

- Halla la altura a la que se encontraba.
- Halla el periodo de rotación y el número de amaneceres que contemplaban cada 24 h los astronautas que viajaban en el interior de la nave.
- Si la masa de la nave es 700 kg, halla el momento angular del Discovery.

Datos: $M_{Tierra}=5,98.10^{24}$ kg; $R_{Tierra}=6370$ km



A) En primer lugar, se iguala la fuerza centrípeta a la ley de Gravitación universal, para deducir así una expresión para la velocidad orbital.

$$\frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{M_T}{r}$$

$$r = \frac{G \cdot M_T}{v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(7620)^2}$$

De esta forma $r=6,87.10^6$ m. Y como $r = R_T+h$

$$h = 6,87.10^6 - 6,37.10^6 = 4,99.10^5 \text{ m} = 499 \text{ km}$$

b) El periodo de rotación viene dado por:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6,87.10^6}{7620} = 5661,9 \text{ s} = 1,57 \text{ h}$$

El número de amaneceres será: $n = \frac{24}{1,57} = 15,28 \approx 15$ amaneceres

c) El momento angular es: $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$. Para órbitas circulares $L = mrv$. Por tanto:

$$L = 700 \cdot (6,87.10^6) \cdot 7620 = 3,66.10^{13} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$