

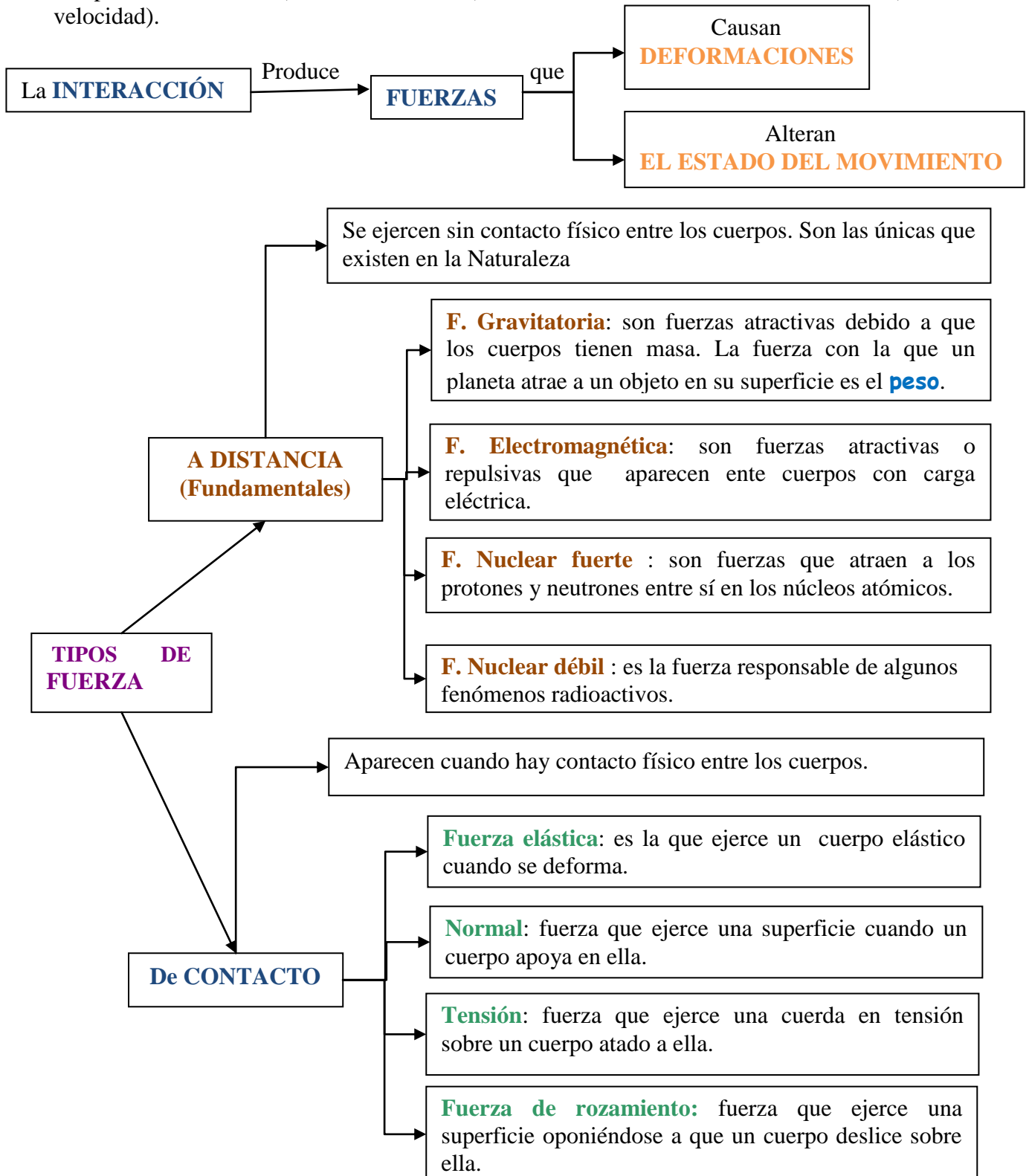


## UD 1 INTERACCIÓN GRAVITATORIA

### 1.1 LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

#### 1.1.1 Interacciones a distancia

Las fuerzas son el resultado de las interacciones entre los cuerpos, es decir, de la acción de un cuerpo sobre otro. Como resultado de que aparece una fuerza puede ocurrir que los cuerpos se deformen (cambien su forma) o cambien su estado de movimiento (varía su velocidad).





Pero todas las fuerzas de la naturaleza se reducen a cuatro interacciones fundamentales, que son a distancia (**fig 3.1 pág. 68**).

En este tema estudiaremos la interacción gravitatoria.

### 1.1.2 Antecedentes históricos apartado 3.2 pág. 69

### 1.1.3 Leyes de Kepler

#### Primera Ley de Kepler

*Los planetas giran alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas con el Sol en uno de los focos.* **fig 3.4 pág. 70**

#### Segunda Ley de Kepler

*Las áreas barridas por el radio vector que une al Sol con un planeta son directamente proporcionales a los tiempos empleados en barrerlas.* **figura 3.5 pág. 70**

#### Tercera Ley de Kepler

*Los cuadrados de los períodos de orbitales de los planetas alrededor del Sol son proporcionales al cubo de los semiejes mayores de las órbitas.* **fig 3.4 pág. 70**

En este curso consideraremos (siguiendo las pautas PAU) que las órbitas son circulares (excepto cuando nos lo digan expresamente, como por ejemplo aplicar la segunda ley. Esta simplificación no es muy equivocada pues la excentricidad de las elipses que siguen los planetas es muy pequeña (ver tabla 3.1 página 71)

Si esto es así la tercera ley de Kepler queda: *Los cuadrados de los períodos de orbitales de los planetas alrededor del Sol son proporcionales al cubo del radio de su órbita.*

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

**Ejemplo 1** Júpiter tiene un período orbital de 11'86 años. Calcula su distancia al Sol.  
Dato: distancia Tierra-Sol = 149'6 millones de kilómetros.

**Actividad 2** Actividades 1 y 2 de la página 88



### 1.1.4 Ley de gravitación universal

Newton aplicó sus leyes del movimiento a los cuerpos celestes. Basándose en los datos de Tycho Brahe, las leyes de Kepler y sus propias ideas averiguó la naturaleza de la fuerza que actúa en los cuerpos celestes.

Su gran idea fue darse cuenta de que la Tierra era tan responsable de la aceleración de los cuerpos al caer en su superficie (aceleración de la gravedad) como del movimiento de la Tierra alrededor de la Luna. Si la Tierra es el responsable de ambos movimientos, su influencia debe ser debida a la misma fuerza :la gravedad.

Como la aceleración centrípeta de la Luna es  $1/3.600 \text{ g}$  (donde  $g$  vale  $9,8 \text{ m/s}^2$ ) y la Luna se encuentra a  $385.000 \text{ km}$  de la Tierra (que son 60 veces el radio terrestre), Newton se dio cuenta de que la fuerza de la gravedad debe ser inversamente proporcional al cuadrado de la distancia ( $60 \times 60 = 3.600$ ).

Lo que concuerda perfectamente con que la Tierra es la responsable del movimiento de caída libre y el de la Luna alrededor de la Tierra.

A partir de aquí y las leyes de Kepler, se puede deducir la ley de gravitación universal.

#### FUERZA GRAVITATORIA

- Intensidad: La dada por la **ley de gravitación universal de Newton** pág. 72
- Dirección: La recta que une los centros de las masas.
- Sentido: hacia el centro de las masas (siempre atractivas).

$$F = G \frac{m \cdot M}{d^2}$$

Masas de los cuerpos en kg

Fuerza de atracción gravitatoria. Si se consideran cuerpos grandes la fuerza apunta hacia el centro de los mismos.

Distancia entre los cuerpos en metros. Si son cuerpos grandes la distancia se toma entre los centros.

Constante de Gravitación Universal. Tiene el mismo valor para todo el Universo.  
 Para el S.I.:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$

Debido a la pequeñez de la constante de gravitación la fuerza de gravedad sólo es apreciable entre cuerpos cuya masa sea muy grande (planetas, estrellas...)

#### Significado Físico



*La constante de gravitación universal fue medida por Cavendish y es la fuerza con la que se atraen dos masas de 1 kg separadas 1 m.*

#### PESO (P)

pág. 73

- Es la fuerza con la que un planeta atrae a un objeto cerca de su superficie.
- Intensidad:  $P = m \cdot g = G M m/R^2$

Siendo  $M$  la masa de la Tierra,  $R$  el radio de la Tierra y  $m$  la masa del objeto.



**Ejemplo 2** Halla la masa y la densidad de la Tierra.

Dato: radio de la Tierra = 6370 km,  $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ .

**Actividad 2** Actividades 3, 4 de la página 225.

**Actividad 3** Calcula el peso de 1 kg un objeto a 1.000 km de altura.

Datos para el problema:  $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ ,  $M_{\text{tierra}} = 5'98 \cdot 10^{24}$  Kg,  $R_{\text{tierra}} = 6.370$  km.

Solución= 7'32 N.

### Principio de superposición

*La fuerza con la que dos o mas masas atraen a otra es la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por cada una de ellas.*

**Ejemplo 3** Halla la fuerza ejercida por el Sol y la Tierra sobre la Luna, suponiendo que están en ángulos rectos entre sí.

Datos: masa de la Tierra =  $6 \cdot 10^{24}$  kg, radio de la órbita terrestre=  $149'6 \cdot 10^6$  km, distancia tierra-luna= 385.000 km, masa del sol =  $2 \cdot 10^{30}$  Kg, masa de la Luna =  $7'36 \cdot 10^{22}$  kg,  $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ . Sol=  $4'4 \cdot 10^{20}$  N.

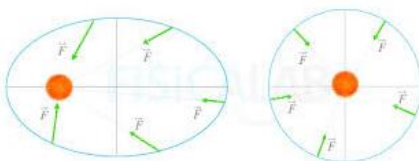
**Actividad 4** Calcula la aceleración de la gravedad en la Luna. Sol:  $1'7 \text{ m/s}^2$

Datos: masa de la Luna =  $7'36 \cdot 10^{22}$  kg , radio luna = 1700 km.

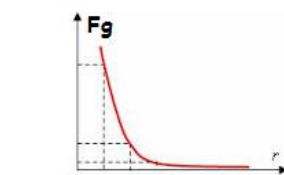
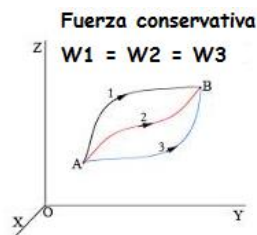
**Actividad 5** Cuatro esferas de 8 kg se encuentran situadas en las esquinas de un cuadrado de 0'5 m de lado. Calcula la fuerza gravitatoria que tres de ellas ejercen sobre una cuarta. Dato:  $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$  Sol=  $3'3 \cdot 10^{-8}$  N.

### Características de la fuerza gravitatoria

- Es una fuerza a distancia.
- Se debe a que los cuerpos tienen masa.
- Siempre se presentan por pares.
- Es siempre atractiva.
- Su intensidad es directamente proporcional al producto de las masas.
- Su intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.
- Son fuerza pequeñas, a menos que alguna de las masas sea muy grande (G es muy pequeña).
- Es una **fuerza central** (está siempre dirigida radialmente a un punto central fijo).
- Es una **fuerza conservativa**: el trabajo que realiza es independiente del camino, sólo depende de la posición inicial y final ( o lo que es lo mismo, el trabajo que realiza a lo largo de una trayectoria cerrada es cero).



Fuerza central



Gráfica de la fuerza gravitatoria con la distancia



## 1.2 ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

### 1.2.1 Trabajo de las fuerzas conservativas

El **trabajo mecánico (W)** es la transferencia de energía que se produce cuando una fuerza produce un desplazamiento.



Toda fuerza central se puede demostrar que es conservativa.

Si la fuerza es conservativa, A cada punto del espacio se le puede asociar un valor de una magnitud, denominada energía potencial, que permite calcular el trabajo efectuado por la fuerza.

**Energía potencial  $E_p$  o  $U$**  es la energía que tienen los cuerpos por su posición (Respecto de otro con el que interactúa y siente una fuerza).

$$W_{\text{conservativa}} = - \Delta E_p$$

El trabajo de una fuerza cualquiera se puede calcular mediante la expresión:

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

**ii MUY IMPORTANTE !!**



#### Criterio de signos

El trabajo de una fuerza conservativa es **positivo** cuando el trabajo lo realiza la fuerza. Entonces la energía potencial disminuye.  $\Delta U < 0$

El trabajo de una fuerza conservativa es **negativo** cuando el trabajo lo realiza una fuerza externa. Entonces la energía potencial aumenta.  $\Delta U > 0$

### 1.2.2 Energía potencial gravitatoria

Se puede demostrar (ver la demostración del profesor en la pizarra) que la expresión de la energía potencial gravitatoria  $U$  vale:

$$U(r) = - \frac{G M m}{r} \quad \text{eligiendo} \quad U(\infty) = 0$$

Observa que :

1. Cumple el criterio de signos que asociamos al trabajo de una fuerza conservativa y las propiedades de la energía potencial (figura 3.13 de la página 75)
2. La gráfica de  $U$  frente a la distancia entre las masas ( $r$ ) es la de la figura 3.12 de la página 75 y que es cero en el infinito y negativa en caso contrario.
3. Si hay varias masas la energía potencial de otra es la suma escalar de la energía potencial de cada pareja de masas (figura 3.14 de la página 75 y punto 3 del último párrafo)



La **energía potencial gravitatoria** en un punto del espacio es el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para trasladar una masa  $m$  desde dicho punto hasta el infinito.

**Ejemplo 4** Halla la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de 100 kg de masa situado en la superficie terrestre.

Datos: masa de la Tierra =  $6 \cdot 10^{24}$  kg, radio de la Tierra = 6370 km,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ .

**Actividad 6** Dos masas de 1.000 kg y dos masas de 2.000 kg se encuentran en los vértices de un cuadrado de 70 m de lado, ocupando masas iguales vértices consecutivos. Halla la energía potencial gravitatoria de una masa de 100 kg situada en el centro del cuadrado. Sol:  $- 8,1 \cdot 10^{-7}$  J. ¿Cuánto vale el trabajo de las fuerzas gravitatorias si alejamos la masa desde el centro del cuadrado hasta el infinito?

### 1.2.3 Energía potencial gravitatoria terrestre

#### Energía potencial cerca de la Tierra

La energía potencial de una masa  $m$  en la superficie terrestre y a una cierta altura  $h$  sobre ella será:

figura 3.16 pág, 76

$$E_p = - \frac{G M_T m}{R_T}$$

En la superficie

$$E_p = - \frac{G M_T m}{R_T + h}$$

A una altura  $h$  sobre la superficie

Si tomamos como nivel cero de energía potencial un punto cercano a la superficie terrestre (fig, 3,17 de la pág. 77) se puede demostrar (pág. 76) que la expresión de la energía potencial terrestre adopta la forma  **$E_p = mgh$** .

**FÍJATE BIEN**



*Sólo tiene sentido físico la diferencia de energía entre dos puntos*, ya que no se puede conocer el valor absoluto de ningún tipo de energía. Por eso en la fórmula anterior  $h$  es la altura sobre el nivel que hemos elegido previamente como **cero de energía potencial** y que debemos dejar muy claro cual.

**Ejemplo 5** Ejemplos 2 y 3 de la pág. 77

**Actividad 7** Halla la energía potencial de un satélite de 300 Kg que se encuentra girando a 2.500 km de la superficie terrestre. Datos:  $G$ ,  $M_T$ ,  $R_T$ . S:  $- 1,35 \cdot 10^{10}$  J.



### 1.2.4 Energía mecánica en presencia de la fuerza gravitatoria terrestre

Una de las características de las fuerzas conservativas es que no disipan energía. En ese caso la energía mecánica se conserva,  $E_m = cte$ .

Dado que la fuerza gravitatoria es conservativa, en el caso de que no haya otras fuerzas que disipen energía (rozamiento), se conservará la energía mecánica. Si hay fuerzas de rozamiento, se verificará el teorema de las fuerzas vivas generalizado.

#### Energía mecánica cerca de la Tierra

*Si sólo hay fuerzas conservativas*

$$E_m = E_p + E_c = cte$$

$$E_m = - \frac{G M_T m}{R_T} + 1/2 m v^2 = cte$$

*Si hay fuerzas no conservativas*

$$\Delta E_m = W_{nc} = W_{Froz}$$

**Ejemplo 6** una bola de masa de 10 kg rueda por un plano inclinado  $60^\circ$  de 10 m de longitud. Halla el valor de la normal, la aceleración de la bola, su energía mecánica y la velocidad con la que llega al final del plano si no hay rozamiento. Realiza un balance energético de todo el trayecto. Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento y la velocidad al final del plano si el coeficiente de rozamiento vale 0'2.

**Actividad 8** Actividad 8 pág. 88

**Actividad 9** Una masa de 10 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado  $60^\circ$  y 8 m de longitud con una velocidad inicial de 16 m/s. En la cima hay un resorte de constante recuperadora 1000 N/m.

a) Calcula la energía mecánica de la bola. ¿Llegará la bola al resorte supuesto que no hay rozamiento?. S: 1280 J. Si.

b) ¿Qué longitud se contrae el resorte? Despreciar la energía potencial gravitatoria debida a la compresión del resorte. Haga un balance energético. S: 1'1 m

c) En el caso de que no haya resorte. ¿Qué valor debe tener el coeficiente de rozamiento para que recorra una distancia de 13 m sobre el plano? S: 0'28.

**Actividad 10** Sabemos que los planetas se mueven más rápidamente en el perihelio (punto más cercano al sol) que en el afelio (punto más alejado del sol). Justifique este hecho usando el teorema de conservación de la energía mecánica.

**Actividad 11** Europa es un satélite de Júpiter que tarda 3'55 días en dar una vuelta en torno a Júpiter a una distancia de 422.000 km de su centro. Calcula la energía mecánica de Europa.

Datos: masa Europa =  $4'8 \cdot 10^{22}$  kg, masa de Júpiter =  $1'9 \cdot 10^{27}$  Kg, G.



## 1.3 APLICACIONES DE LA TEORÍA DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

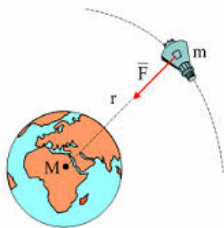
### 1.3.1 Período de revolución y velocidad orbital de un satélite

**Período de revolución (u orbital)** es el tiempo que tarda un satélite en dar una vuelta alrededor de su planeta (o Sol).

**Velocidad orbital** es la velocidad con la que un satélite(o planeta) gira en su órbita.

Para resolver problemas de velocidad orbital y periodo orbital, tendremos en cuenta que la única fuerza existente es la fuerza de la gravedad  $F_g$  y que ésta (2ª ley de Newton) debe ser igual a la fuerza resultante, que es la fuerza centrípeta  $F_c$  en un movimiento circular **figura 3.19 pág. 78**

$$F_g = F_c$$



De la que se deduce

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

distancia al centro del planeta (R+h)

Si queremos hallar el período de revolución, aplicamos la fórmula del período en el MCU

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

De la que se deduce

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} r^3$$

De las ecuaciones anteriores deducimos que:

- Para mantenerse en su órbita el satélite debe girar más rápido cuanto mayor es la masa del planeta y menor la distancia a su superficie.
- La expresión del período orbital conduce directamente a la tercera ley de Kepler.
- Si la órbita es elíptica a mayor distancia al planeta menor velocidad, es la segunda ley de Kepler (fig. 3.20 pág. 78).
- El satélite tiene un período de revolución mayor cuanto más lejos está de la superficie del planeta.

FÍJATE BIEN



**Ejemplo 7** *Ejemplo 5 pág. 79. Calcula también la velocidad del satélite en su órbita.*

**Actividad 12** *Actividad 7 y 8 de la pág. 79*

### 1.3.2 Velocidad de escape y velocidad de lanzamiento de satélites

**Velocidad de escape** es la velocidad mínima de lanzamiento de un cohete para que escape de la atracción terrestre.

**Velocidad de lanzamiento** es la velocidad con la que debemos de lanzar un cohete para que alcance una cierta altura  $h$ .

**Velocidad de lanzamiento de un satélite** es la velocidad con la que debemos de lanzar un satélite desde la superficie terrestre o una cierta altura para que se coloque en una **órbita estable** a una cierta altura (trayectoria circular).





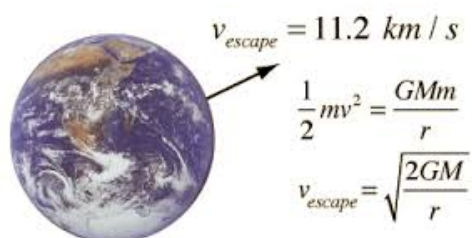
## Resolución de problemas de cohetes y satélites

Todos los problemas relativos a cohetes y satélites se resuelven de igual forma: aplicando *el principio de conservación de la energía mecánica*. Sabemos que se cumple, ya que la única fuerza presente es a gravedad, que es conservativa, y no hay (o no se tienen en cuenta) el rozamiento.

Si hay variación en la energía mecánica (porque se realiza algún trabajo), se utiliza el *teorema de las fuerzas vivas generalizado*.

- **Cálculo de la velocidad de escape**

Para que un cohete escape de la atracción terrestre debe tener una velocidad mínima de tal manera que llegue al infinito con velocidad cero. Por lo tanto la energía mecánica en el punto de partida debe ser cero ( $E_{m0} = E_{m\infty} = E_{c\infty} + E_{p\infty} = 0$ ). **Fig. 3.21 pág. 80**



$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

distancia al centro de la Tierra

- **Cálculo de la velocidad de lanzamiento para que el satélite llegue a una cierta altura h.**

Ahora la energía mecánica inicial debe ser igual a la final que es sólo energía potencial.

$$E_{m0} = E_{m\text{ final}} \quad ; \quad \boxed{E_{c0} + E_{p0} = E_{pf}}$$

- **Cálculo de la velocidad de lanzamiento para que el satélite llegue a una cierta altura y se coloque en una órbita estable.**

Ahora la energía mecánica inicial debe ser igual a la final que es suma de la potencial y la cinética, recordando que debe cumplirse que su velocidad final es la velocidad orbital.

$$E_{m0} = E_{m\text{ final}} \quad ; \quad \boxed{E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} + E_{pf}}$$

- **Cálculo de la velocidad que hay que imprimir a un satélite para que cambie de órbita.**

El satélite debe tener en su órbita interior una energía mecánica igual a la que debe tener en su órbita exterior.

Si nos piden el trabajo que debemos realizar, usamos el teorema de las fuerzas vivas generalizado. En este caso el trabajo a realizar es igual a la variación de energía mecánica.



### 1.3.3 Satélites artificiales

#### Lanzamiento de satélites artificiales y órbitas

Para lanzar un satélite artificial se eleva primero hasta una cierta altura  $h$  y después se le imprime una cierta velocidad  $v$ . El tipo de órbita dependerá del valor de  $V$  y de la energía total del satélite:  
**ver fig. 3.27 y tabla 3.3 pág. 83**

- Si la velocidad de lanzamiento es menor que la orbital, el satélite cae a tierra.
- Si la velocidad de lanzamiento es igual que la orbital ( $V_0$ ), el satélite describe una órbita circular estable.
- Si la velocidad de lanzamiento es mayor que la orbital pero menor que la de escape, el satélite describe órbitas elípticas.
- Si la velocidad de lanzamiento es igual o mayor a la de escape, el satélite sigue una trayectoria parabólica o hiperbólica al infinito

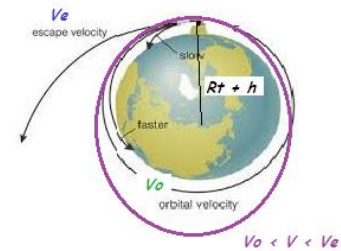
FÍJATE BIEN



Expresión muy útil

$$GMt = g R t^2$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$



**Ejemplo 8** Ejemplos 6 y 7 de la pág, 81

**Ejemplo 9** Ejemplo 8 de la pag. 82

**Ejemplo 10** Calcula la energía mecánica de un satélite de 100 kg que gira a una altura de 1.000 km sobre la superficie terrestre. ¿Qué trabajo debemos hacer para situarlo en una órbita 100 km más alta?

**Actividad 13** Actividades 16, 17, 19 y 24 de la página 88-89.

### 1.3.4 Peso aparente e ingravidez

La ingravidez es la falta de peso. Esto sólo ocurre cuando no hay fuerza gravitatoria, esto es, cuando estamos muy lejos de un planeta o cuerpo que nos atraiga.

Cuando estamos en órbita o cayendo hacia la superficie, sentimos una falta aparente de peso (que se mide con una balanza). Un astronauta girando en una estación espacial no tiene sensación de peso, ya que el peso es la fuerza centrípeta y no siente el “tirón de la gravedad”.

**Ejemplo 11** Calcula el peso que marca una báscula (peso aparente) cuando un hombre de 100 kg se monta en un ascensor que está parado, subiendo a 3 m/s y bajando a 3 m/s.

Fig, 3,31 pag. 85

**Actividad 14** Actividad 12 de la página 85.



## 1.4 CAMPO GRAVITATORIO

### 1.4.1 Campo de fuerzas

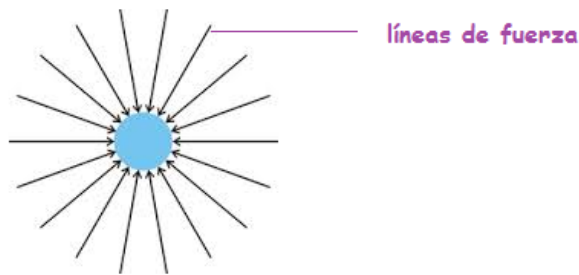
El concepto de campo de fuerzas se introdujo en Física para evitar el problema de la interacción a distancia.

*Se dice que en el espacio existe un **campo de fuerzas** cuando al colocar un cuerpo de prueba, con una determinada propiedad, en dicha región, ésta queda sometida a una fuerza.*

Se dice que el campo es gravitatorio cuando al poner en la región un cuerpo con masa, ésta se ve sometida a una fuerza.

#### **Propiedades:**

- Un campo es **uniforme** si la fuerza a que se ven sometida una partícula de prueba es la misma en todos los puntos del espacio.
- Un campo es **central** si la fuerza a que se ven sometida una partícula de prueba va dirigida a un mismo punto del espacio, llamado centro del campo.
- Un campo es **conservativo** si el trabajo que efectúan las fuerzas del campo al trasladar una partícula de prueba a lo largo de una trayectoria cerrada es cero.
- Un campo se representa gráficamente mediante **líneas de fuerza**, que indican la dirección y sentido de las fuerzas que sienten las partículas de prueba.
- La **intensidad** de un campo es un vector igual a la fuerza que siente una partícula unidad de prueba en cada punto del espacio.



**Campo de fuerza central**



### 1.4.2 Campo gravitatorio

#### Campo gravitatorio

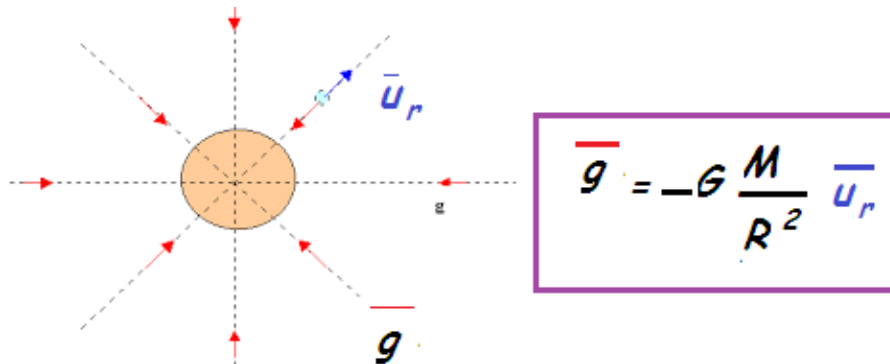
Un **campo gravitatorio** es una perturbación del espacio producida por un cuerpo por el hecho de tener masa.

Llamamos **intensidad del campo gravitatorio** o simplemente **campo gravitatorio  $\vec{g}$**  en un punto a la fuerza que siente en dicho punto un cuerpo de 1 kg de masa.

*Propiedades del campo gravitatorio:*

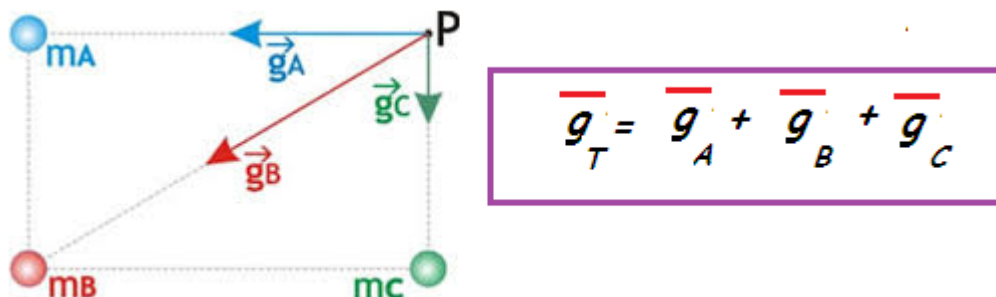
- Se debe a la masa de las partículas.
- Su unidad es el N/kg .
- Es un vector cuyo módulo es  $GM/R^2$ , siendo M la masa que crea el campo y R la distancia entre dicha masa y el punto considerado.
- La intensidad es igual a la aceleración que cualquier objeto adquiere al colocarlo en un punto del campo.
- Es un campo central y atractivo.
- Las líneas de fuerza son concéntricas, convergen en el centro de la masa que crea el campo y son de simetría esférica (ver fig. 5.2 pág. 111).

En función del vector unitario radial el campo gravitatorio vale:



#### Principio de superposición

Si dos o más masas crean un campo gravitatorio en un punto del espacio, el campo gravitatorio total es la suma vectorial del campo creado por cada masa.





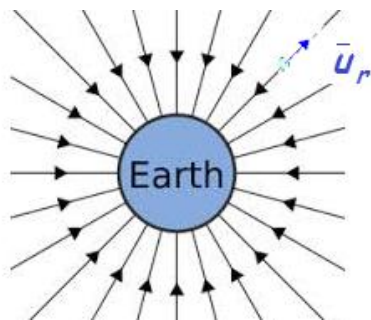
**Ejemplo 12** *Calcula el campo gravitatorio creado por dos masas de 1000 kg separadas 2 cm en un punto del espacio situado en la perpendicular a la línea que las une y a 2 cm del punto medio entre ellas.*

**Actividad 15** *Tres masas de 100 kg se encuentran situadas en los vértices de un triángulo rectángulo de 2 m base y 1 de altura. Halla el campo gravitatorio creado por ellas en un punto del espacio situado en el centro de la hipotenusa.*

### 1.4.2 Campo gravitatorio terrestre

#### Campo gravitatorio terrestre

El campo gravitatorio terrestre sobre la superficie vale



$$\vec{g}_0 = -G \frac{M_t}{R_t^2} \vec{u}_r$$

**Variación del campo gravitatorio terrestre con la altura:** En función del campo gravitatorio terrestre en la superficie  $g_0$  el campo gravitatorio valdrá **fig. 5.5, 5.6 y 5.9 de la pág. 114,115**

$$g_{\text{exterior}} = g_0 \frac{R_t^2}{(R_t + h)^2}$$

$$g_{\text{interior}} = g_0 \frac{R_t - h}{R_t}$$

**Ejemplo 13** *Ejemplos 4 y 5 de la pág. 116*

**Actividad 16** *Actividad 12 y 15 pág. 121*



## PROBLEMAS FINALES PROPUESTOS

- 1.- Del libro: pág, 88 y siguientes: 6,9,10, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 22, 24, 26, 27, 29 , 30.  
pág. 109: 21 y 23 (a,b,d)  
Todos los de la página 126
- 2.- De los archivos PDF de preguntas selectividad 2013 por temas: todos los del tema.
- 3.- De los archivos PDF de años anteriores de la selectividad de campo gravitatorio:  
3a, 4b, 5b, 7b, 11b, 29, 31 (3392 N y 3024 m/s), 33 (10634 m/s), 42 ( $7'7 \cdot 10^{-11}$  y  $5'6 \cdot 10^{-11}$  N/kg),  
46 ( $-6'76 \cdot 10^9$  J), 52 ( $7'4 \cdot 10^{22}$  kg), 55 (2205 N y 11'1 años) y 57 (42300 km y 220 N).
- 4.- Del libro método pruebas: 2, 4, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 15, 17, 20.

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN

**NOTA: en color ciruela se indican los criterios específicos de corrección del tema.**

1. Definir correctamente los siguientes términos: energía potencial, energía potencial gravitatoria, energía mecánica, campo gravitatorio, velocidad orbital, velocidad de escape, campo (fuerza) conservativo/a, peso.
2. Enunciar correctamente las leyes de Kepler y la ley de gravitación universal.
3. Explicar las características y propiedades del campo gravitatorio y la fuerza gravitatoria.
4. Deducir la expresión de la velocidad orbital y la velocidad de escape.
5. Utilizar la ley de gravitación universal para hallar la fuerza entre masas puntuales y el peso de distintos objetos, incluso en planetas diferentes y a distintas alturas. **Es necesario utilizar la expresión de la ley de gravitación universal y el principio de superposición.**
6. Resolver problemas relativos al cálculo de velocidades orbitales y período de revolución. **Es necesario relacionar la fuerza centrípeta del movimiento circular del satélite con la fuerza gravitatoria.**
7. Hallar la energía mecánica, cinética y potencial gravitatoria de cuerpos a diferentes alturas o de satélites. **Deben de aparecer las correspondientes fórmulas**
8. Utilizar la ley de conservación de la energía mecánica para hallar velocidades de escape y de lanzamiento de satélites en diferentes situaciones. **Deben indicarse expresamente el uso de la ley de conservación de la energía mecánica y las fórmulas correspondientes.**
9. Hallar el peso aparente de cuerpos en diversas situaciones. **Debe justificarse usando las leyes de Newton de la dinámica.**
10. Calcular el campo gravitatorio ejercido por la Tierra, incluso a diferentes alturas, o el creado por distintas masas puntuales sobre un punto del espacio. **Debe usarse la expresión del vector campo gravitatorio y el principio de superposición.**
11. Realizar balances energéticos en distintas situaciones. **Debe aludirse al principio de conservación de la energía , si es el caso.**



12. Hallar el trabajo que debemos realizar para cambiar satélites de órbitas. ***Debe indicarse la relación entre el trabajo realizado y la variación de energía mecánica del satélite.***
13. Resolver problemas de planos inclinados con o sin rozamiento, incluso cuando aparecen muelles y cuerdas. ***Debe aparecer, si se usa, el teorema de conservación de la energía o/y el teorema de las fuerzas vivas generalizado.***
14. Utilizar las leyes de Kepler para resolver cuestiones sobre movimientos planetarios y calcular la distancia orbital o periodos de revolución de satélites y planetas. ***Debe aparecer la ley de Kepler usada para resolver el problema/cuestión.***
15. Hallar el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria entre dos puntos. ***Debe usarse el concepto de energía potencial e indicarse el carácter conservativo del campo/fuerza gravitatorio/a.***



## *CALENDARIO*

- 1.-** Modelo Examen: se sube el día 7 de octubre y se recoge el día 9 de octubre.
- 2.-** Preexamen: se sube el día 9 de octubre y se recoge el día 13 de octubre.
- 3.-** Examen: 16 de octubre
- 4.-** Recuperación: 23 de octubre.

## *CRITERIOS DE EVALUACIÓN*

**NOTA:** en color ciruela se indican los criterios específicos de corrección del tema.