



DEPARTAMENTO DE
FÍSICA E QUÍMICA

Física 2º Bach.

Campo magnético. Inducción electromagnética.

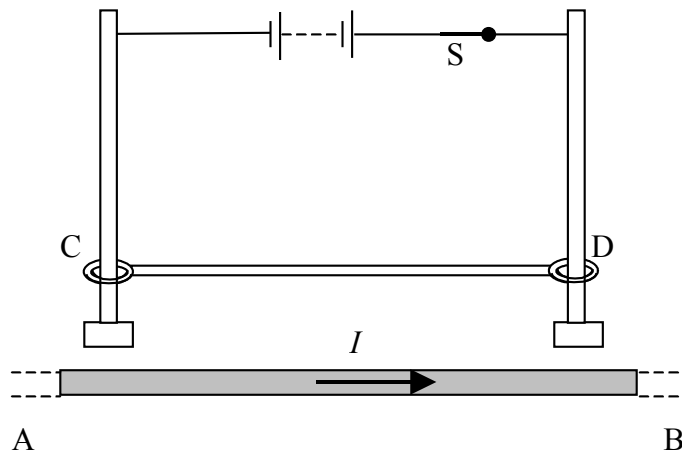
06/03/08

Nombre:

1. Levitación de un cable

[4 Ptos.]

El diagrama muestra una sección AB de un conductor largo por el que circula una corriente I . Por encima de AB un conductor CD puede subir y bajar desplazándose por dos vástagos verticales de metal mientras está en contacto con ellos. Existe un ligero rozamiento cuando CD se desliza.



- (a) Al cerrarse el interruptor S, de forma que la corriente fluya en CD, éste último sube hasta llegar a pararse a una cierta altura por encima de AB. Explica:
- (a.1) por qué CD comienza inicialmente a desplazarse hacia arriba. [0,5]
- (a.2) por qué CD llega a un punto en el que se para a una cierta altura por encima de AB. [0,5]
- (b) Partiendo de los datos que siguen, calcula la altura h a la que llega CD. [1,0]
Masa de CD: 10 g Longitud de CD: 30 cm Corriente en AB: 1 000 A
Corriente en CD: 80 A $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$.
- (c) Si CD no sufriera rozamiento alguno, no se pararía en esta posición, sino que oscilaría, subiendo y bajando alrededor de esta posición.
- (c.1) Razona por qué. [0,5]
- (c.2) ¿Seguiría esta oscilación un movimiento armónico simple? Razona tu respuesta. [0,5]

El interruptor S se abre, por lo que no pasa corriente por CD y, por lo tanto, cae.

- (d) Explica por qué aparece una diferencia de potencial entre los extremos de CD a medida que va cayendo. [0,5]
- (e) A medida que CD va bajando, la diferencia de potencial entre sus extremos se va incrementando. Explica el por qué de dicho incremento. [0,5]

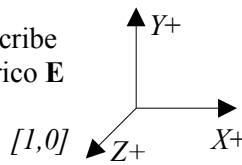
2. La figura muestra un espectrómetro de masas dispuesto a analizar dos isótopos del Mg. Estos átomos pierden dos electrones de corteza en la cámara de ionización, se hacen pasar por un selector de velocidades y después por un selector magnético. Acaban su viaje sobre una placa fotográfica. Por la posición que ocupan en ella se puede determinar el número de nucleones que contienen sus núcleos.

[6 Ptos.]

El selector de velocidad consta de un condensador plano con vacío entre las placas separadas $d = 30 \text{ cm}$ y una $\Delta V = V_a - V_b = 1,8 \text{ kV}$ en el seno de un campo magnético de módulo $B_1 = 0,10 \text{ T}$ y con la dirección adecuada para que la fuerza magnética contrarreste la fuerza eléctrica.

a) Calcula el campo eléctrico $|\mathbf{E}|$ entre las placas. [1,0]

b) Usa el sistema de referencia de la figura y escribe las expresiones vectoriales de los campos eléctrico \mathbf{E} y magnético \mathbf{B}_1 y de las fuerzas eléctricas \mathbf{F}_E y magnética \mathbf{F}_B . [1,0]



Los iones penetran en el selector de velocidad procedentes de la cámara de ionización y se encuentran con el campo eléctrico \mathbf{E} y el magnético \mathbf{B}_1 que ejercen fuerzas sobre ellos que, si no están compensadas, los desvían hacia las placas del condensador. Sólo hay algunos que consiguen cruzar la rendija de salida del selector y continuar su viaje. Todos los iones que salen tienen la misma velocidad v .

c) Calcula el valor de v y escribe su expresión vectorial. [1,0]

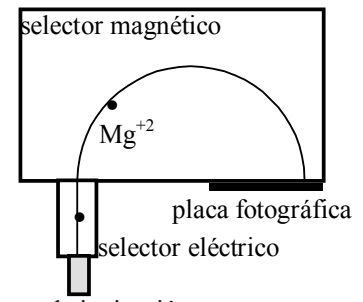
El campo magnético $B_2 = 0,30 \text{ T}$ hace describir a los iones que penetran en él (todos llevan la misma v) trayectorias circulares cuyo radio r depende de su masa m , de su carga $q = 2e$ (e es la carga del electrón) y de B_2 .

d) Tienes que buscar una expresión que te permita calcular la masa de los iones en función de las magnitudes anteriores. [1,0]

Los valores de los radios de las trayectorias circulares que describen los dos isótopos del magnesio se miden en la placa fotográfica y son: $r_1 = 2,49 \text{ cm}$ y $r_2 = 2,70 \text{ cm}$. La carga del electrón es $1,6029 \times 10^{-19} \text{ C}$.

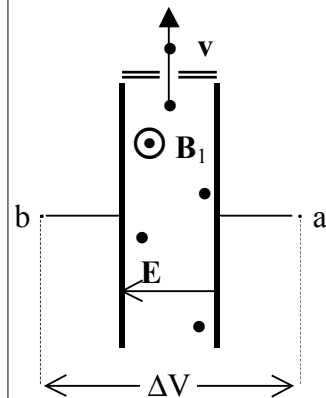
e) Calcula las masas de los dos isótopos en el S.I. y en unidades de masa atómica. La unidad atómica de masa es $1 \text{ u} = 1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg}$. [1,0]

f) Calcula la diferencia de potencial en la cámara de ionización necesaria para comunicarle la velocidad a los iones y realizar esta experiencia. [1,0]

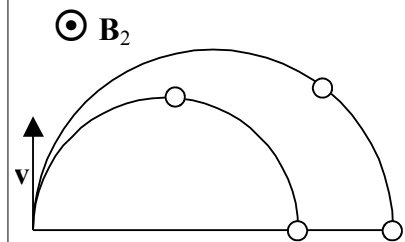


cámara de ionización

Un esquema del trayecto que recorre un ion de Mg^{2+} en el instrumento. Se crea en la cámara de ionización, atraviesa los dos selectores y finalmente impresiona la placa fotográfica



En el selector eléctrico hay un campo eléctrico \mathbf{E} creado por la diferencia de potencial entre las placas de un condensador plano y un campo magnético \mathbf{B}_1 .



El campo magnético \mathbf{B}_2 curva las trayectorias de los iones.

Soluciones

Rta.: $h = 4,9 \text{ cm}$

Solución:

a.1) Al cerrar el interruptor S, pasa una corriente por el tramo CD, paralela a la que circula por el tramo AB, pero de sentido contrario. Las corrientes de sentidos opuestos se repelen.

El campo magnético \mathbf{B} que crea la corriente I en el tramo AB es circular alrededor del conductor y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha, de forma que a la altura del tramo CD, el campo magnético es perpendicular y saliendo del papel. Ese campo magnético produce en la corriente I' que circula en sentido D a C una fuerza que viene dada por la ley de Laplace:

$$\mathbf{F} = I' (\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

El producto vectorial del elemento de longitud \mathbf{l} en sentido hacia C por el campo magnético saliente, da una fuerza perpendicular a ambos vectores, paralelo a los bordes laterales del papel y sentido hacia el borde superior del papel. Se produce una fuerza eleva el conductor CD si la fuerza magnética es superior al peso de conductor.

a.2) La fuerza entre conductores depende del campo magnético creado por cada uno de ellos. El campo magnético B creado por un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una corriente constante I , en un punto que está a una distancia R del conductor viene dada por la ley de Biot y Savart.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

y disminuye con la distancia. A medida que el tramo CD va ascendiendo se aleja del cable AB, el campo magnético B va disminuyendo y también la fuerza, por lo que es posible que la fuerza peso contrarreste a la fuerza entre conductores y, debido al rozamiento, el conductor acabe parándose a una altura h . en el punto en que las fuerzas peso y de repulsión magnética se equilibren.

b) El campo magnético B que crea la intensidad I que pasa por el tramo AB en un punto que diste h de él es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 1000 [\text{A}]}{2\pi h} = \frac{2 \times 10^{-4}}{h} [\text{T}]$$

La fuerza entre los dos conductores será:

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin 90^\circ = \frac{80 [\text{A}] \cdot 0,30 [\text{m}] \cdot 2 \times 10^{-4} [\text{T}] \cdot 1}{h} = \frac{4,8 \times 10^{-3}}{h} [\text{N}]$$

La fuerza peso del conductor CD es:

$$P = m \cdot g = 10 \times 10^{-3} [\text{kg}] \cdot 9,8 [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 9,8 \times 10^{-2} \text{ N}$$

Cuando se encuentre en equilibrio, ambas fuerzas valdrán lo mismo.:

$$\frac{4,8 \times 10^{-3}}{h} = 9,8 \times 10^{-2}$$

$$h = 4,9 \times 10^{-2} \text{ m} = 4,9 \text{ cm}$$

c.1) Si no hubiese rozamiento, cuando se alcanzase la altura h y las fuerzas peso y magnética se igualasen, el conductor CD tendría velocidad, por haber sido acelerado por la fuerza resultante (2ª ley de Newton), por lo que seguiría ascendiendo. Pero a alturas mayores que la de equilibrio, la fuerza peso sería mayor que la magnética y la fuerza resultante sería hacia abajo, con lo que daría una aceleración negativa que iría frenando al conductor CD hasta conseguir que se detuviese un un punto por encima de la posición de equilibrio, en que la fuerza resultante le obligaría a caer y volver a pasar por el punto de altura h , pero ahora con velocidad hacia abajo. A medida que desciende, (se acerca al conductor AB), la fuerza magnética aumenta y la fuerza

resultante actuará hacia arriba, frenando la caída, haciendo que se pare y empujándolo de nuevo hacia arriba repitiendo el ciclo.

c.2) Para que un movimiento fuese armónico simple la aceleración debería ser proporcional y de sentido contrario a la elongación (separación de la posición de equilibrio). En este caso la fuerza resultante entre la fuerza magnética y el peso, cuando el objeto se encuentre a una altura y , será:

$$F_B - P = \frac{4,8 \times 10^{-3}}{y} - 9,8 \times 10^{-2} = 10 \times 10^{-3} a$$

La altura y es la altura en cada instante. La separación x de la posición de equilibrio, en función de la altura h de equilibrio, se puede escribir:

$$x = y - h$$

y la ecuación de la aceleración sería:

$$a = \frac{0,48}{0,098 + x} - 9,8$$

que no tiene la forma

$$a = -\omega^2 x$$

que tendría si fuese un M.A.S. Por tanto, no es un M.A.S.

d) Cuando cae el conductor CD en el campo magnético creado por la corriente I del conductor AB, se produce una diferencia de potencial entre los extremos porque el campo magnético ejerce una fuerza de Lorentz sobre los electrones libres en el interior de conductor CD.

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Esa fuerza empuja a los electrones (negativos) que se mueven hacia el suelo (caen) hacia la izquierda (extremo C). El extremo D quedará con carga positiva por la huida de los electrones y aparecerá una diferencia de potencial entre los extremos D y C.

Como el circuito está abierto, no aparece una corriente, sólo una diferencia de potencial entre los extremos C y D. Aunque en una espira (circuito cerrado) sí aparecería una corriente inducida que se podría explicar por la inducción electromagnética dada por la ley de Faraday.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

ya que el flujo magnético que atraviesa el circuito aumenta al aumentar la superficie atravesada por las líneas de campo magnético.

e) La diferencia de potencial aumenta porque también lo hace el campo magnético y la velocidad.

$$V_D - V_C = \frac{W}{q} = \frac{F \Delta y}{q} = \frac{I l B \Delta y}{q} = \frac{\frac{q}{\Delta t} l B \Delta y}{q} = l B \frac{\Delta y}{\Delta t} = l B v$$

A medida que cae, cada vez se mueve más deprisa y el campo magnético es mayor porque está más próximo al conductor AB.

Solución:

a) Para un campo eléctrico \mathbf{E} constante, como el que hay en el interior de un condensador, la diferencia de potencial entre dos puntos a y b es proporcional a la separación d paralela al campo entre esos dos puntos.

$$V_a - V_b = \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{r} = E \cdot d$$

Despejando el campo

$$|\vec{\mathbf{E}}| = \frac{V_a - V_b}{d} = \frac{1,8 \times 10^3 [\text{V}]}{0,30 [\text{m}]} = 6,0 \times 10^3 \text{ V/m}$$

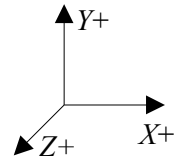
b) En el sistema de referencia las expresiones vectoriales son:

campo eléctrico $\mathbf{E} = -6,0 \times 10^3 \mathbf{i} \text{ V/m}$

campo magnético $\mathbf{B}_1 = 0,10 \mathbf{k} \text{ T}$

fuerza eléctrica $\mathbf{F}_E = q \mathbf{E} = -q \cdot 6,0 \times 10^3 \mathbf{i} [\text{N}]$

fuerza magnética $\mathbf{F}_B = q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q (\mathbf{v} \times 0,10 \mathbf{k}) = q \mathbf{v} \cdot 0,10 \mathbf{i} [\text{N}]$



c) Sólo pasan los iones en los que la fuerza eléctrica anula a la fuerza magnética:

$$\mathbf{F}_E = -\mathbf{F}_B$$

$$-q \cdot 6,0 \times 10^3 \mathbf{i} = -q \mathbf{v} \cdot 0,10 \mathbf{i}$$

$$\mathbf{v} = 6,0 \times 10^4 \text{ m/s}$$

El vector velocidad debe ser perpendicular al campo eléctrico (eje X) y magnético (eje Z), por lo que se desplaza por el eje Y en sentido positivo

$$\mathbf{v} = 6,0 \times 10^4 \mathbf{j} \text{ m/s}$$

de modo que el producto vectorial de la velocidad \mathbf{v} por el vector campo magnético \mathbf{B} tenga dirección del eje X y sentido positivo para poder anular el sentido negativo de la fuerza ejercida por el campo eléctrico.

$$\mathbf{F}_B = q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q (\mathbf{v} \mathbf{j} \times 0,10 \mathbf{k}) = q \mathbf{v} \cdot 0,10 (\mathbf{j} \times \mathbf{k}) = q \mathbf{v} \cdot 0,10 \mathbf{i} [\text{N}]$$

d) La fuerza magnética \mathbf{F}_B que ejerce un campo magnético \mathbf{B} uniforme sobre una carga q que se mueve con velocidad constante es perpendicular a la velocidad, por lo que la aceleración resultante sólo tiene componente normal, pero no tangencial: el módulo de la velocidad no varía, sólo su dirección. Esa fuerza es centrípeta y produce un movimiento circular ya que, según la 2ª ley de Newton

$$\sum \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

$$q v B \text{ sen } 90^\circ = m \frac{v^2}{R}$$

al ser todas las magnitudes constantes, el radio R también es constante.

$$m = \frac{q B R}{v}$$

e) Sustituyendo los datos $r_1 = 2,49 \text{ cm}$:

$$m_1 = \frac{q B r_1}{v} = \frac{2 \cdot 1,6029 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,30 [\text{T}] \cdot 2,49 \times 10^{-2} [\text{m}]}{6,0 \times 10^4 [\text{m/s}]} = 4,0 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

que equivale a

$$m_1 = 4,0 \times 10^{-26} [\text{kg}] \cdot \frac{1 \text{ u}}{1,6604 \times 10^{-27} [\text{kg}]} = 24 \text{ u}$$

y $r_2 = 2,70 \text{ cm}$.

$$m_2 = \frac{2 \cdot 1,6029 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,30 [\text{T}] \cdot 2,70 \times 10^{-2} [\text{m}]}{6,0 \times 10^4 [\text{m/s}]} = 4,3 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

que equivale a

$$m_2 = 4,3 \times 10^{-26} [\text{kg}] \cdot \frac{1 \text{ u}}{1,6604 \times 10^{-27} [\text{kg}]} = 26 \text{ u}$$

f) En la cámara de ionización, la diferencia de potencial necesaria para comunicarle a los iones la velocidad con la que atraviesan el selector de velocidades, será la que les proporcione su energía cinética.

$$q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v^2$$

Necesitará más energía para el ión más pesado

$$\Delta V = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4,3 \times 10^{-26} [\text{kg}] \cdot (6,0 \times 10^4 [\text{m/s}])^2}{2 \cdot 1,6029 \times 10^{-19} [\text{C}]} = 243 \text{ V}$$