



DEPARTAMENTO DE  
FÍSICA E QUÍMICA

## Física 2º Bach.

Campo magnético. Inducción electromagnética.

09/03/07

Nombre:

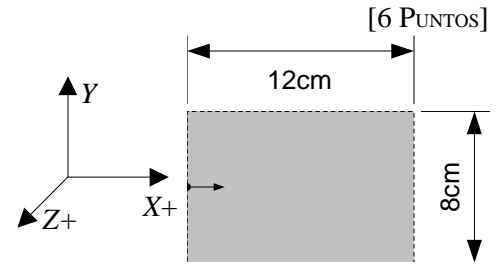
### Problema

Un electrón que viaja con velocidad  $\mathbf{v} = v \mathbf{i}$  penetra en una región del espacio de longitud  $\Delta x = 12,0$  cm y altura  $\Delta y = 8,0$  cm por el punto medio del eje Y. En esa región existe un campo eléctrico uniforme de intensidad  $\mathbf{E} = 5,6 \mathbf{j}$  kV/m y un campo magnético, también uniforme, en la dirección del eje Z que vale  $B = 1,4$  mT.

- a) Obtén el sentido del campo magnético y calcula el valor que debe tener la velocidad  $v$  para que el electrón siga su trayectoria rectilínea inicial sin desviarse. Calcula también la diferencia de potencial que se necesitó para comunicarle esa velocidad.
- b) Describe el movimiento que realizaría el electrón si  $E = 0$ , es decir, si solo existiese el campo magnético  $\mathbf{B}$  indicado. Calcula la posición del punto de salida de la región y el tiempo que tarda en salir.
- c) Describe el movimiento que realizaría el electrón si  $B = 0$ , es decir, si solo existiese el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  indicado. Calcula la posición del punto de salida de la región y el tiempo que tarda en salir.

DATOS: Toma como origen de coordenadas el extremo inferior izquierdo de la región.

$q_e = -1,6 \times 10^{-19}$  C ;  $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  kg [▶](#)



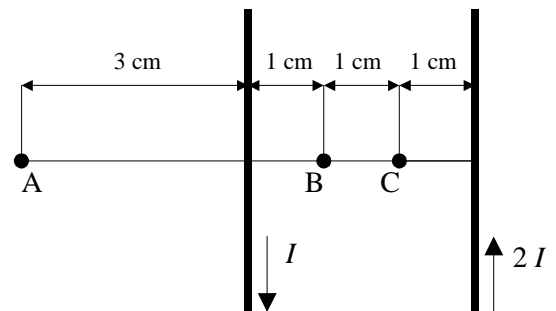
### Cuestiones

[2 PUNTOS/UNA]

1. Un hilo recto largo está en el plano de un bucle de hilo conductor rectangular. El hilo recto conduce una corriente constante  $I$  como se indica en la figura y se mueve hacia el bucle rectangular. Mientras el hilo se mueve hacia el bucle rectangular, la corriente en el bucle:
- A. Es siempre cero.      B. Circula en sentido horario  
C. Circula en sentido antihorario. [▶](#)



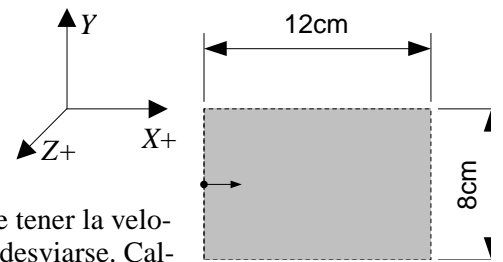
2. Dos conductores paralelos por los que circula corriente en sentido opuesto, en uno de ellos el doble que el otro. ¿En qué punto se anula el campo magnético? [▶](#)



# Soluciones

## Problema

1. Un electrón que viaja con velocidad  $\mathbf{v} = v \mathbf{i}$  penetra en una región del espacio de longitud  $\Delta x = 12,0 \text{ cm}$  y altura  $\Delta y = 8,0 \text{ cm}$  por el punto medio del eje Y. En esa región existe un campo eléctrico uniforme de intensidad  $\mathbf{E} = 5,6 \mathbf{j} \text{ kV/m}$  y un campo magnético, también uniforme, en la dirección del eje Z que vale  $B = 1,4 \text{ mT}$ .



- Obtén el sentido del campo magnético y calcula el valor que debe tener la velocidad  $v$  para que el electrón siga su trayectoria rectilínea inicial sin desviarse. Calcula también la diferencia de potencial que se necesitó para comunicarle esa velocidad.
- Describe el movimiento que realizaría el electrón si  $E = 0$ , es decir, si solo existiese el campo magnético  $\mathbf{B}$  indicado. Calcula la posición del punto de salida de la región y el tiempo que tarda en salir.
- Describe el movimiento que realizaría el electrón si  $B = 0$ , es decir, si solo existiese el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  indicado. Calcula la posición del punto de salida de la región y el tiempo que tarda en salir.

DATOS: Toma como origen de coordenadas el extremo inferior izquierdo de la región.

$$q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C} ; m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Rta.: a)  $\triangleleft$   $\triangleleft$

### Datos

longitud de la región del campo  
 altura de la región del campo  
 punto de entrada del electrón en la región  
 vector intensidad del campo eléctrico  
 vector intensidad del campo magnético  
 carga del electrón  
 masa del electrón

### Cifras significativas: 2

$$\begin{aligned} \Delta x &= 12,0 \text{ cm} = 0,120 \text{ m} \\ \Delta y &= 8,0 \text{ cm} = 0,080 \text{ m} \\ \mathbf{r}_0 &= 0,040 \mathbf{j} \text{ m} \\ \mathbf{E} &= 5,6 \mathbf{j} \text{ kV/m} = 5,6 \times 10^3 \mathbf{j} \text{ V/m} \\ \mathbf{B} &= \pm 1,4 \mathbf{k} \text{ mT} = \pm 1,4 \times 10^{-3} \mathbf{k} \text{ T} \\ q &= -1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ m &= 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \end{aligned}$$

### Incógnitas

sentido del campo magnético para que no se desvíe el electrón  
 valor de la velocidad para que no se desvíe el electrón  
 diferencia de potencial necesaria para comunicarle esa velocidad  
 punto de salida de la región si sólo actuase el campo magnético  
 tiempo que tardaría en salir si sólo actuase el campo magnético  
 punto de salida de la región si sólo actuase el campo eléctrico  
 tiempo que tardaría en salir si sólo actuase el campo eléctrico

$v$   
 $\Delta V$   
 $\mathbf{r}_B$   
 $t_B$   
 $\mathbf{r}_E$   
 $t_E$

### Otros símbolos

radio de la trayectoria circular  
 valor de la fuerza magnética sobre el electrón  
 valor de la fuerza eléctrica sobre el electrón  
 energía (cinética) del electrón  
 período del M.C.U.

$R$   
 $F_B$   
 $F_E$   
 $E_c$   
 $T$

### Ecuaciones

trabajo del campo eléctrico  
 trabajo de la fuerza resultante  
 ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\mathbf{B}$  con una velocidad  $\mathbf{v}$   
 aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )  
 M.C.U.  
 2ª ley de Newton de la Dinámica  
 ecuación de movimiento con vector aceleración constante

$$\begin{aligned} W_E &= q \Delta V \\ W_R &= \Delta E_c \\ \mathbf{F}_B &= q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ a_N &= \frac{v^2}{R} \\ v &= 2 \pi R / T \\ \sum \mathbf{F} &= m \mathbf{a} \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \end{aligned}$$

### Solución:

a) Si el electrón no se desvía de su trayectoria rectilínea, significa que la fuerza  $\mathbf{F}_E$  eléctrica ejercida por el campo eléctrico debe contrarrestar la fuerza  $\mathbf{F}_B$  magnética producida por el campo magnético.

$$q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + q\mathbf{E} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{v} \times (\pm 1,4 \times 10^{-3} \mathbf{k}) = -5,6 \times 10^3 \mathbf{j}$$

El sentido del campo magnético tiene que ser el positivo del eje Z, ( $\mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$ ).

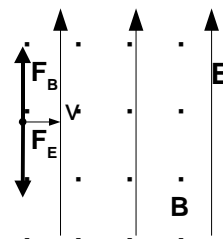
Despejando  $\mathbf{v}$  de la ecuación anterior:

$$\mathbf{v} = E / B = 5,6 \times 10^3 / 1,4 \times 10^{-3} = 4,0 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Si cuando se aceleró el electrón sólo actuaba una fuerza eléctrica, el trabajo de la fuerza eléctrica (resultante) se invirtió en el aumento de su energía cinética.

$$q \Delta V = \Delta E_c$$

$$\Delta V = \frac{\Delta E_c}{q} = \frac{\frac{1}{2} m v^2 - 0}{q} = \frac{9,1 \times 10^{-31} \cdot (4,0 \times 10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \times 10^{-19}} = 45 \text{ V}$$



b) Si sólo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_B$$

El electrón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m v}{q B \sin \varphi} = \frac{9,1 \times 10^{-31} [\text{kg}] \cdot 4,0 \times 10^6 [\text{m/s}]}{1,6 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,4 \times 10^{-3} [\text{T}] \sin 90^\circ} = 1,6 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,6 \text{ cm}$$

Como el sentido de la fuerza es el positivo del eje  $Y$ ,

$$\mathbf{F}_B = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -q(\mathbf{v} \mathbf{i} \times B \mathbf{k}) = q v B \mathbf{j}$$

el punto de salida se encontrará a  $2R = 3,2 \text{ cm} = 0,032 \text{ m}$  por encima del punto de entrada  $(0,000; 0,040)$ .

$$\mathbf{r}_B = (0,000; +0,072) \text{ m}$$

Se calcula el tiempo a partir del período del movimiento circular uniforme que describe:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi 0,016}{4,0 \times 10^6} = 2,6 \times 10^{-8} \text{ s}$$

Como describe una semicircunferencia antes de salir, el tiempo que tarda es la mitad:

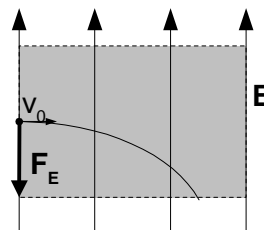
$$t_B = T / 2 = 1,3 \times 10^{-8} \text{ s}$$

c) Si sólo actúa el campo eléctrico, la única fuerza que actúa sobre el protón es la fuerza eléctrica (el peso es despreciable) y éste seguirá una trayectoria parabólica hacia abajo (según el dibujo).

Situando el origen de coordenadas en el extremo inferior izquierdo de la región, y el eje  $X$  en la dirección de avance del electrón (horizontal) y sentido positivo el de avance (hacia la derecha), y el eje  $Y$  vertical, sentido positivo hacia arriba, la ecuación de movimiento del electrón es:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$$

La aceleración se calcula de la 2ª ley de Newton



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_E}{m} = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{-1,6 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 5,6 \times 10^3 \vec{j} [\text{N/C}]}{9,1 \times 10^{-31} [\text{kg}]} = -9,8 \times 10^{14} \vec{j} \text{ m/s}^2$$

El vector de posición, será

$$\vec{r} = 0,040 \vec{j} + 4,0 \times 10^6 t \vec{i} - 4,9 \times 10^{14} t^2 \vec{j}$$

que equivale a un sistema de dos componentes:

$$x = 4,0 \times 10^6 t$$

$$y = 0,040 - 4,9 \times 10^{14} t^2$$

Si suponemos que el electrón sale por el extremo derecho de la región, en la posición  $x = 0,120 \text{ m}$ , usamos la ecuación de las  $x$ :

$$0,120 = 4,0 \times 10^6 t$$

$$t = 0,120 / 4,0 \times 10^6 = 3,0 \times 10^{-8} \text{ s}$$

que da una coordenada  $y$

$$y = 0,040 - 4,9 \times 10^{14} (3,0 \times 10^{-8})^2 = 0,40 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

que queda fuera de la región. La suposición era errónea. Si se supone que sale por el extremo inferior,  $y = 0$ .

$$0 = 0,040 - 4,9 \times 10^{14} t^2$$

$$t_B = \sqrt{\frac{0,040 [\text{m}]}{4,9 \times 10^{14} [\text{m/s}^2]}} = 9,0 \times 10^{-9} \text{ s}$$

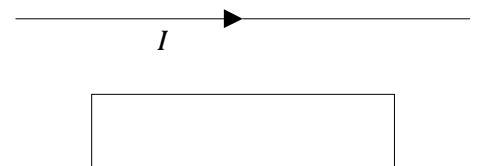
$$x_B = 4,0 \times 10^6 [\text{m/s}] \cdot 9,0 \times 10^{-9} [\text{s}] = 0,036 \text{ m} = 3,6 \text{ cm}$$

por lo que la posición del punto de salida es:

$$\mathbf{r}_B = (0,036; 0,000) \text{ m}$$

## Cuestiones

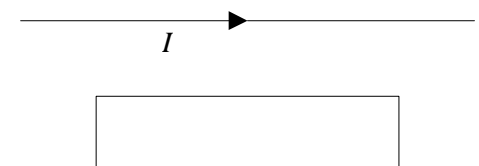
1. Un hilo recto largo está en el plano de un bucle de hilo conductor rectangular. El hilo recto conduce una corriente constante  $I$  como se indica en la figura y se mueve hacia el bucle rectangular. Mientras el hilo se mueve hacia el bucle rectangular, la corriente en el bucle:  
 A. Es siempre cero. B. Circula en sentido horario C. Circula en sentido antihorario. ◀ ▶ ▶



*Solución:*

a) Por la ley de Faraday – Lenz, se inducirá en la espira una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira.

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

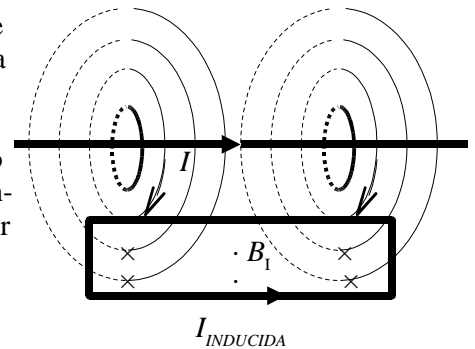


El campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida es circular alrededor del hilo, y el sentido viene dado por la regla de la mano derecha. (Colocando el pulgar de la mano derecha en el sentido de la intensidad, de corriente, el sentido del campo magnético es el del cierre de la mano)

El campo magnético  $B$  creado por una corriente  $I$  rectilínea indefinida es inversamente proporcional a la distancia  $R$ :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

A medida que el hilo se acerca a la espira, el flujo magnético entrante aumenta, al aumentar la intensidad de campo magnético, por lo que la corriente inducida circulará en el sentido de “corregir” el aumento de la intensidad de campo, es decir lo hará de forma que el campo magnético  $B_i$  debido a la corriente  $I$  inducida en la espira, tenga el sentido contrario al que tenía el campo entrante del hilo recto, es decir, saliente. Por la regla de la mano derecha, la corriente en la espira debe tener sentido antihorario.

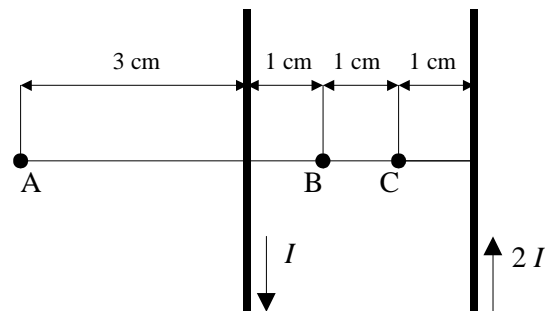


2. Dos conductores paralelos por los que circula corriente en sentido opuesto, en uno de ellos el doble que el otro. ¿En qué punto se anula el campo magnético? ▶ ▶

Solución: A

El valor de la intensidad de campo magnético  $B$  creado por una corriente  $I$  continua indefinida en el vacío a una distancia  $R$  del conductor viene dada por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



en la que  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío.

El campo magnético es circular alrededor del conductor y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: si el pulgar de la mano derecha apunta en el sentido de la corriente, el sentido del campo magnético viene dado por el sentido en el que se cierra la mano.

Sólo en el punto A, los vectores campo magnético creados por ambas corrientes tienen sentidos opuestos, y como ese punto está a la mitad de distancia de la corriente  $I$  que de la corriente  $2I$ , ambos campos magnéticos tienen el mismo valor y, siendo opuestos, se anulan.

