

## TEMA 4: ELECTROMAGNETISMO

4.1 Campo magnético; origen.

4.2 Efectos del campo magnético

4.3 Inducción electromagnética: ley de Faraday-Lenz ; transformadores.

### 4.1 CAMPO MAGNÉTICO; ORIGEN

#### 4.1.1 Introducción histórica:

Hasta fechas recientes (S. XIX), existe un escaso conocimiento sobre la interacción magnética.

Antigüedad:	Magnesia (Asia Menor).	Se conoce la magnetita, o piedra imán.
S. X	China	Brújula. Aplicación en navegación.
S. XVII	1600 Gilbert (Inglaterra)	Propone que la Tierra es un imán.
S. XIX	1820 Öersted (Dinamarca)	Explica la causa del magnetismo, relacionándolo con las corrientes eléctricas
	Posteriormente, se desarrolla la teoría magnética (Faraday, Ampère, Lenz)	
	1865 Maxwell (R.U.)	Teoría electromagnética. Relaciona la electricidad y el magnetismo.

#### 4.1.2 Características elementales de los imanes:

- Atraen a distancia.
- Cada imán posee dos polos (Norte y Sur)
  - No existen polos aislados (monopolos)
  - Polos iguales: repulsión
  - Polos distintos: atracción
- Desvían la brújula
- La Tierra se comporta como un imán. El Polo Norte geográfico es un polo Sur magnético, y viceversa.

#### 4.1.3 Campo magnético: características básicas:

Supongamos un imán situado en una región del espacio. Interaccionará con otro imán colocado a cierta distancia. Es decir, el imán modifica las propiedades del espacio, introduce una propiedad nueva, que hace que cualquier otro imán sufra una fuerza magnética. A esta propiedad se le denomina *campo magnético*.

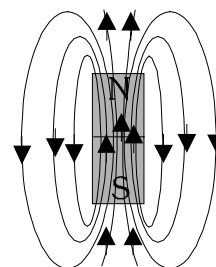
- El campo magnético es una *magnitud vectorial*. Se representa por  $\vec{B}$ .
- Su unidad en el S.I. es el Tesla ( T )
- Tiene menor intensidad que campo electrostático, pero es mucho más intenso que el gravitatorio.
- Su intensidad depende del medio. Esta dependencia viene marcada por la constante magnética  $K_m$

$$K_m = \frac{\mu}{4\pi} \quad \mu = \text{permitividad magnética} \quad \text{En el vacío} \quad K_{m0} = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

$$\text{Por lo que } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$$

- $\vec{B}$  es un campo *no conservativo*.

- Líneas de campo "Salen" de polos Norte y "entran" por polos Sur  
Líneas cerradas



#### 4.1.4 Origen del campo magnético: Öersted (1820)

El científico danés Öersted relaciona experimentalmente los imanes con las corrientes eléctricas.

Observa que una corriente eléctrica desvía una brújula colocada a una cierta distancia. Es decir, la corriente eléctrica se comporta como imán.

También observa que corrientes paralelas se atraen o repelen según el sentido de la corriente.

Conclusión: El origen de campo magnético está en la existencia de cargas eléctricas en movimiento. Toda carga eléctrica en movimiento origina a su alrededor un campo magnético.

Posteriormente, con el descubrimiento de la estructura de los átomos, se explica el magnetismo natural. Es originado por el movimiento de los electrones alrededor del núcleo. Cada átomo crea su propio campo magnético. Si conseguimos que la mayoría de los átomos tenga su campo magnético orientado en la misma dirección y sentido, la suma de todos estos pequeños  $\vec{B}$ , producirá un campo apreciable. Esto sucede de forma natural en materiales ferromagnéticos (hierro, acero, magnetita).

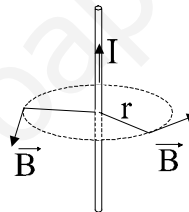
Las experiencias de Öersted y de otros científicos, como Biot y Savart, nos permiten conocer otra característica del campo magnético: su dirección y sentido.

Dirección de  $\vec{B}$ : Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)  
Perpendicular al vector  $\vec{r}$  (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido de  $\vec{B}$ : Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector  $\vec{r}$ .

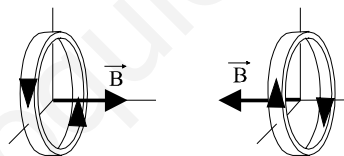
Algunos ejemplos:

Campo  $\vec{B}$  producido por una corriente rectilínea



$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

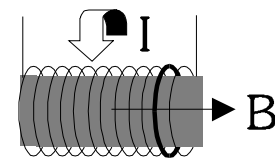
Campo  $\vec{B}$  producido por una espira de corriente



$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot R}$$

Campo  $\vec{B}$  en el interior de un solenoide (bobina, conjunto de N espiras):

$$B = \mu \cdot \frac{N}{L} \cdot I$$



Campo  $\vec{B}$  producido por varias corrientes:

Aplicamos el *principio de superposición*

$$\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots$$

En general, para calcular el campo magnético producido por cualquier corriente eléctrica se usan las expresiones de la *ley de Biot-Savart*:

Campo creado por una carga en movimiento:

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot \vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

Campo creado por una corriente I:

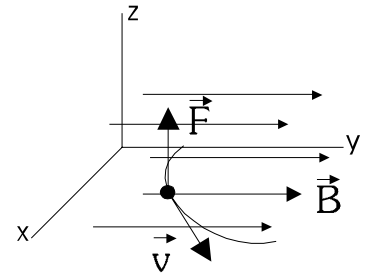
$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \int \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

### 4.2 EFECTOS DEL CAMPO MAGNÉTICO:

Del mismo modo que B es originado por cargas en movimiento, también el campo magnético produce efectos sólo sobre cargas en movimiento. Podemos decir, por tanto, que la interacción magnética se produce únicamente entre cargas en movimiento.

Supongamos una partícula de carga q que se mueve con velocidad  $\vec{v}$  en una zona en la que existe un campo magnético  $\vec{B}$ . La fuerza magnética que sufre dicha partícula viene dada por la Ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \qquad F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \alpha$$



A partir de aquí  $N = C \cdot m \cdot s^{-1} \cdot [B]$   $[B] = N \cdot s \cdot C^{-1} \cdot m^{-1} = kg \cdot C^{-1} \cdot s^{-1} = \text{Tesla (T)}$   
 Otra unidad: gauss =  $10^{-4}$  T

En general, sobre una partícula cargada actuarán campos eléctricos y magnéticos. La acción conjunta de ambos originará una fuerza que vendrá dada por la ley general de Lorentz:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

Hablamos entonces de fuerza electromagnética. La separación entre los términos eléctrico y magnético es algo relativo, ya que esta interacción depende del sistema de referencia usado para medir. Normalmente usaremos sistemas de referencia en reposo.

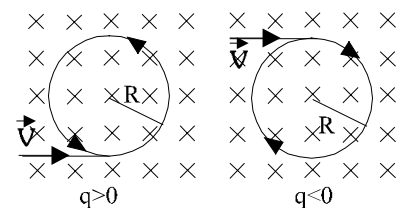
#### 4.2.1 Fuerza magnética sobre una carga moviéndose con $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$ :

Supongamos una partícula cargada q que entra en una zona en la que hay un campo magnético constante B.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \qquad F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \alpha = |q| \cdot v \cdot B$$

La fuerza que sufrirá será perpendicular tanto a  $\vec{B}$  como a  $\vec{v}$ , y su sentido dependerá tanto del producto  $\vec{v} \wedge \vec{B}$  como del signo de q.

Como la fuerza es perpendicular a  $\vec{v}$ , la aceleración que sufra la partícula también lo será. Es decir, la aceleración será una aceleración normal ( $v = \text{cte}$ , cambia dirección). El movimiento resultante será un movimiento circular uniforme.



Aplicando 2ª ley Newton:  $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad |q| \cdot v \cdot B = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$

Otras magnitudes del movimiento:  $\text{velocidad angular: } \omega = \frac{v}{R} = \frac{|q| \cdot B}{m} = \text{cte.}$

Periodo  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B} = \text{cte.}$

Aplicaciones: Ciclotrón (acelerador de partículas); Espectrógrafo de masas. (al final del tema. Anexo I)

Cuestiones: ¿Qué trabajo realiza la fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento?  
 ¿Qué ocurre con la energía cinética de la partícula?

### 4.2.2 Efecto cuando $\vec{v}$ no es perpendicular a $\vec{B}$ :

En este caso el movimiento no será circular. Lo más cómodo que podemos hacer para estudiar esto es descomponer  $v$  en dos componentes: una paralela al campo magnético ( $v_{\parallel}$ ), y otra perpendicular ( $v_{\perp}$ ).

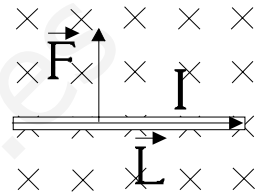
La componente paralela no se verá modificada.

La componente perpendicular se verá modificada como ya hemos estudiado arriba (movimiento circular).

Por tanto, el movimiento total será la suma de los dos movimientos, es decir, una *hélice*.

### 4.2.3 Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea:

Supongamos un hilo conductor rectilíneo por el que circula una intensidad de corriente  $I$ , colocado en el interior de un campo magnético uniforme  $B$ . La fuerza que sufrirá el cable dependerá de la intensidad del campo, del movimiento de las cargas por el conductor (de la  $I$ ), y del tamaño de éste. Por tanto:



$$\boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{L} \wedge \vec{B}} \quad \text{Ley de Laplace} \quad F = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen } \alpha$$

El vector  $\vec{L}$  tiene estas características

- Módulo: longitud del conductor
- Dirección: la del conductor
- Sentido: el de la corriente

### 4.2.4 Fuerza entre corrientes rectilíneas. Definición de amperio.

Supongamos dos hilos conductores paralelos, separados una distancia  $d$ , por los que circulan corrientes  $I_1$  e  $I_2$ . Cada conductor creará un campo magnético a su alrededor, dado por la expresión  $B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$

La corriente  $I_1$  crea un campo  $B_{12}$  en la zona donde está el conductor 2

$$B_{12} = \frac{\mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d} \quad B_{21} = \frac{\mu \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

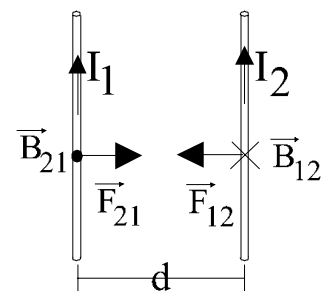
La corriente  $I_2$  crea un campo  $B_{21}$  en la zona donde está el conductor 1.

La fuerza que ejerce el conductor 1 sobre el 2  $\vec{F}_{12} = I_2 \cdot \vec{L}_2 \wedge \vec{B}_{12}$

La fuerza que ejerce el conductor 2 sobre el 1  $\vec{F}_{21} = I_1 \cdot \vec{L}_1 \wedge \vec{B}_{21}$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad F_{12} = I_2 \cdot L_2 \cdot B_{12} = I_2 \cdot L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d} = L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = F_{21}$$

Calculando fuerza por unidad de longitud  $f_{12} = \frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = f_{21}$



Esto permite dar una definición del amperio: "*Cantidad de corriente que circula por dos hilos paralelos separados 1 m, cuando entre ellos se ejerce, en el vacío, una fuerza por unidad de longitud de  $2 \cdot 10^{-7}$  N/m.*"

El hecho de que sea más fácil de medir la intensidad de corriente que la carga eléctrica, hace que actualmente se considere la intensidad como *magnitud fundamental* de la Física (en lugar de la carga eléctrica), junto con masa, longitud, tiempo y ángulo. El resto son magnitudes *derivadas*, que pueden obtenerse de las fundamentales leyes y expresiones.

Por tanto el amperio se considera *unidad fundamental de la Física*.

**4.2.5 Efecto de un campo magnético sobre un circuito cerrado (una espira de corriente):**

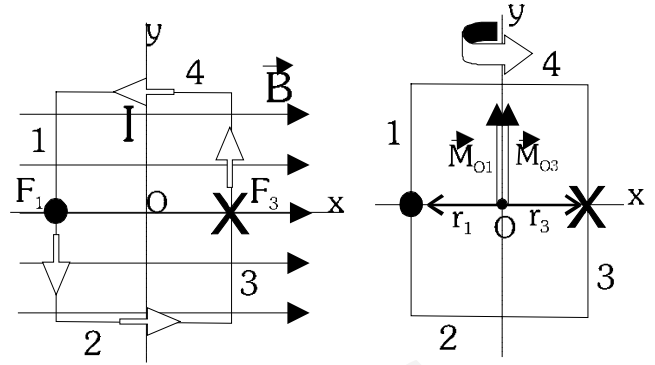
Estudiaremos este caso con un ejemplo sencillo: un circuito rectangular por el que circula una corriente I, dentro de un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , como indica la figura. Calculamos la fuerza que se ejerce sobre cada lado del circuito.

$$\vec{F}_1 = I \cdot \vec{L}_1 \wedge \vec{B} \rightarrow F_1 = I \cdot h \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = I \cdot h \cdot B$$

$$\vec{F}_2 = I \cdot \vec{L}_2 \wedge \vec{B} \rightarrow F_2 = I \cdot h \cdot B \cdot \text{sen}0^\circ = 0$$

$$\vec{F}_3 = I \cdot \vec{L}_3 \wedge \vec{B} \rightarrow F_3 = I \cdot h \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = I \cdot h \cdot B$$

$$\vec{F}_4 = I \cdot \vec{L}_4 \wedge \vec{B} \rightarrow F_4 = I \cdot h \cdot B \cdot \text{sen}180^\circ = 0$$



Vemos que  $\Sigma \vec{F} = 0$ , con lo que el circuito no se desplazará. Sin embargo, si estudiamos los momentos de fuerza respecto al centro de la espira

$$\vec{M}_{O1} = \vec{r}_1 \wedge \vec{F}_1 \rightarrow M_{O1} = r_1 \cdot F_1 \cdot \text{sen}90^\circ = \frac{a}{2} \cdot I \cdot h \cdot B = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \rightarrow \vec{M}_{O1} = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \cdot \vec{j} \quad (N \cdot m)$$

$$\vec{M}_{O3} = \vec{r}_3 \wedge \vec{F}_3 \rightarrow M_{O3} = r_3 \cdot F_3 \cdot \text{sen}90^\circ = \frac{a}{2} \cdot I \cdot h \cdot B = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \rightarrow \vec{M}_{O3} = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \cdot \vec{j} \quad (N \cdot m)$$

Así:  $\Sigma \vec{M}_O = \vec{M}_{O1} + \vec{M}_{O3} = 2 \cdot \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \cdot \vec{j} = I \cdot a \cdot h \cdot B \cdot \vec{j} = I \cdot S \cdot B \cdot \vec{j} \quad (N \cdot m)$

Recordando que el momento de fuerzas originaba un giro, la espira girará hasta colocarse perpendicular al campo.

La expresión general del momento que el campo ejerce sobre la espira es:

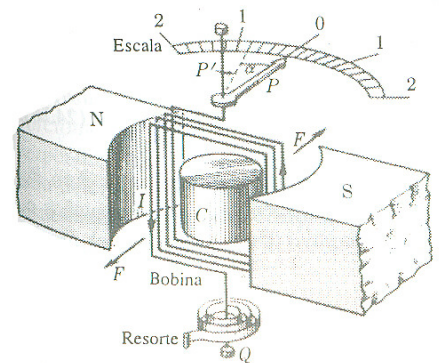
$$\vec{M}_O = I \cdot \vec{S} \wedge \vec{B}$$

, donde  $\vec{S}$  es el vector que caracteriza a la superficie delimitada por el circuito.

**APLICACIONES:** Este momento de giro, proporcional a la intensidad de corriente que recorre el circuito, puede aprovecharse en varias aplicaciones:

**Galvanómetro:**

Aparato que mide la intensidad de corriente de un circuito. Consiste en una pequeña bobina (conjunto de espiras) que puede girar alrededor de un eje. La bobina está inmersa en el campo magnético creado por un pequeño imán. Al pasar corriente por la bobina, la fuerza magnética hará que ésta gire. Un resorte helicoidal se opone a este giro, y se llega a una situación de equilibrio. El ángulo que haya girado la bobina dependerá de la intensidad de corriente. Una aguja unida a la bobina marca sobre una escala el valor de dicha intensidad.



**Motor eléctrico:**

Con lo que hemos visto en el ejemplo, vemos que podemos producir un movimiento de giro en la espira simplemente haciendo pasar corriente a través de ella. Eso sí, conseguimos dar sólo un cuarto de vuelta, hasta que se coloca perpendicular al campo.

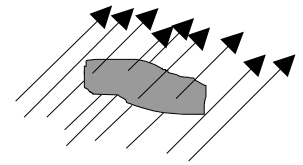
La forma de conseguir un giro completo está en colocar otra espira perpendicular a la primera, y hacer que la corriente pase por una u otra en el momento adecuado. Lograremos así un movimiento rotatorio completo. Esta es la base de un *motor eléctrico de corriente continua*. Una parte fija (estator, normalmente el imán que crea el campo magnético) y otra móvil (rotor, el conjunto de espiras).

En los *motores de corriente alterna* podemos conseguir el giro con una sola espira, pero la intensidad de corriente varía de forma adecuada para producir un giro constante (esto se verá en el siguiente apartado).

### 4.3 INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA: LEY DE FARADAY-LENZ. TRANSFORMADORES

Nota: **concepto de flujo magnético ( $\Phi_m$ )**

El flujo magnético es un concepto matemático que nos da una idea de la cantidad (o intensidad) de líneas de campo que atraviesan una determinada superficie.



Supongamos una espira, o circuito cerrado, que encierra una superficie, y que se encuentra en el interior de un campo magnético. Habrá líneas de campo que atravesarán la superficie. La cantidad de líneas de campo que la atraviesen dependerá de tres factores:

- Intensidad del campo B
- Tamaño de la superficie ( S )
- Orientación de la superficie

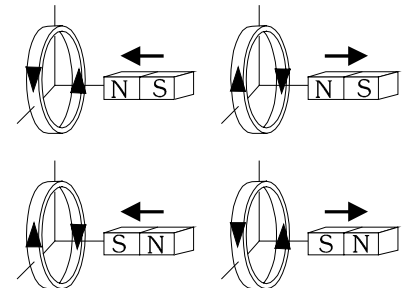
El flujo será  $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \vec{ds}$  Esta integral, denominada de superficie, es algo complicado. En este tema nos limitaremos al caso más simple: la superficie es plana y el campo magnético es uniforme en toda la superficie.

En ese caso  $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$  Unidad de flujo: Weber (Wb) = T · m<sup>2</sup>

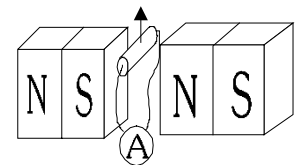
#### 4.3.1 Inducción electromagnética:

Generación de corriente eléctrica en un circuito a partir de un campo magnético. Este fenómeno fue observado en el s. XIX por Faraday y Henry.

Experiencia de Faraday: Faraday observa que, colocando un imán frente a una espira conductora, no se observa corriente en la espira mientras mantenemos ambos en reposo, pero sí se mide paso de corriente cuando los acercamos o alejamos. El sentido de la corriente depende de si acercamos o alejamos, y de qué polo enfrentemos a la espira.



Experiencia de Henry: Henry coloca un trozo de material conductor entre dos imanes. Cierra el circuito conectando el conductor a un amperímetro. Observa que al mover el conductor se origina corriente en él.



Tanto Faraday como Lenz explican las características de este fenómeno:

- El origen de la corriente inducida está en la variación del campo magnético que atraviesa la superficie delimitada por la espira. (Lenz)
- Dicho de otra forma, está originada por la variación de flujo magnético que atraviesa la espira (Faraday)
- El sentido de la corriente es tal que origina un nuevo campo magnético inducido  $\vec{B}_{ind}$ , que se opone a la variación del campo magnético existente. (Lenz).
- Se opone a la variación del flujo (Faraday)

Teniendo en cuenta todo esto, llegamos a la **ley de Faraday-Lenz** sobre la inducción electromagnética:

*"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."*

La expresión de esta ley queda

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Donde  $\varepsilon$  es la fuerza electromotriz (f.e.m.), que se corresponde con la diferencia de potencial que se genera en el circuito y que origina el movimiento de cargas, la corriente. También puede entenderse como la energía que se suministra a las cargas (a cada C) para que se muevan por el circuito

Teniendo en cuenta que el flujo era 
$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

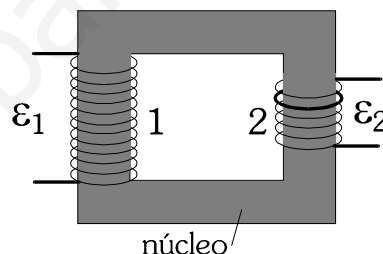
Llegamos a la conclusión de que se producirá f.e.m inducida (corriente eléctrica) en el circuito si varía alguno de los factores de los que depende el flujo. Es decir, si varía la intensidad del campo, si varía la superficie del circuito, o si varía la orientación relativa entre el campo y la superficie.

Este procedimiento es el que se utiliza en las centrales productoras de energía eléctrica. Haciendo girar una bobina en el interior de un campo magnético variamos la orientación entre  $\vec{B}$  y  $\vec{S}$ , y generaremos corriente alterna. Lo veremos más detalladamente en el problema 11.

### 4.3.2 Funcionamiento de un transformador:

Un transformador se basa en el fenómeno de inducción electromagnética. La utilidad del transformador consiste en poder cambiar el voltaje (la f.e.m.) a la que vamos a conectar un aparato.

El esquema es el de la figura. El transformador consta de un núcleo de hierro alrededor del cual están arrollados dos circuitos. En el primario tendremos la f.e.m. inicial y en el secundario obtendremos la f.e.m. que utilizaremos. Al circular una corriente variable (corriente alterna, como la que tenemos en nuestras casas) por el primario, se origina un campo magnético en el núcleo de hierro ( $B$  también variable). El hierro, material ferromagnético, multiplica la intensidad del campo y concentra las líneas de campo en su interior. El campo  $B$  variable crea un flujo magnético también variable que atraviesa el circuito secundario. Si tenemos un flujo variable, se inducirá una corriente en el secundario, es decir, se originará una f.e.m. inducida. Su valor dependerá del número de vueltas de los circuitos 1° y 2°.



La relación de transformación viene dada por

$$\frac{\varepsilon_1}{n_1} = \frac{\varepsilon_2}{n_2}$$

Las intensidades que circulan por ambos circuitos se transforman de forma inversa, dado que la potencia total ( $P = \varepsilon \cdot I$ ) debe ser la misma en ambos circuitos (suponiendo un transformador ideal, sin pérdidas de energía por calentamiento)

$$I_1 \cdot n_1 = I_2 \cdot n_2$$

Cuestión: ¿Puede funcionar un transformador con corriente continua?.

### Aplicaciones de los transformadores:

La utilidad de un transformador es clara. En los enchufes de casa el voltaje es de 220 V, y algunos aparatos (el ordenador, el teléfono móvil cuando vamos a cargarlo) funcionan a otro voltaje distinto. La fuente de alimentación del ordenador o el cargador del móvil son ejemplos de aparatos que contienen en su interior un transformador.

Sin embargo, existe otra utilidad mucho más importante: el transporte de energía eléctrica a grandes distancias. En las centrales eléctricas se genera a unos 20.000 V. Aunque parezca elevado, no lo es tanto. Para transportar gran cantidad de energía (una potencia elevada), como  $P = \varepsilon \cdot I$ , es necesaria una intensidad de corriente muy elevada, lo que origina un calentamiento de los cables, que hace que se pierda mucha energía (más de la mitad) en un transporte de varios km. Para evitar esto, la corriente se transforma hasta voltajes elevados (alta tensión, entre 120.000 V y 400.000 V), con lo que se transporta con baja intensidad. Al llegar a la ciudad de destino, se vuelve a transformar al voltaje adecuado (primero a unos 11.000 V, y luego a 220 V, 380 V...)

**PROBLEMAS SOBRE CAMPO MAGNÉTICO:**

1.- Un electrón que se mueve en el sentido positivo del eje OX con una velocidad de  $5 \cdot 10^4$  m/s penetra en una región donde existe un campo de 0,05 T dirigido en el sentido negativo del eje OZ. Calcular:

- Aceleración del electrón
- Radio de la órbita descrita y periodo orbital ( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C)

2.- Un electrón penetra con una velocidad de  $4 \cdot 10^4$  m/s en el sentido positivo del eje OX, en una región en la que existe un campo magnético B de 0,5 T en el sentido positivo del eje OZ. Calcular:

- Diferencia de potencial necesaria para que el electrón adquiriera la energía cinética inicial.
- Campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón mantuviera su trayectoria rectilínea. ( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C)

3.- Un protón, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de  $10^5$  V, entra en una región en la que existe un campo magnético de dirección perpendicular a su velocidad, describiendo una trayectoria circular de 30 cm de radio.

- Realice un análisis energético de todo el proceso y, con ayuda de esquemas, explique las posibles direcciones y sentidos de la fuerza, velocidad, campo eléctrico y campo magnético implicados.
- Calcule la intensidad del campo magnético. ¿Cómo variaría el radio de la trayectoria si se duplicase el campo magnético? ( $m_p = 1,66 \cdot 10^{-27}$  kg ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C)

4.- Un chorro de iones de dos isótopos de masas  $m_1$  y  $m_2$  con igual carga  $q$ , entran con velocidad  $v$  en el interior de un campo magnético uniforme de intensidad  $B$ , perpendicular a  $v$ . Calcular:

- Relación entre los radios de las órbitas que describen.
- Relación entre los respectivos periodos de revolución.

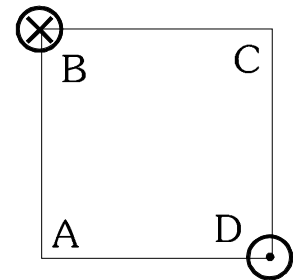
5.- Dos conductores paralelos y rectilíneos, recorridos por corrientes del mismo sentido de 10 A y 20 A respectivamente, están separados 10 cm. Calcular:

- Campo magnético creado en un punto situado a 10 cm del primer conductor y a 20 cm del segundo
- Fuerza por unidad de longitud sobre un conductor rectilíneo situado en el mismo plano que los otros dos conductores, paralelo y equidistante a ambos, por el que circula una corriente de 5 A en el sentido contrario al de los otros dos. ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Tm/A)

6.- Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 3 A y 4 A, pasan por los vértices B y D de un cuadrado de 2 m de lado, situado en un plano perpendicular, como ilustra la figura. El sentido de las corrientes es el indicado en la figura.

a) Dibuje un esquema en el que figuren las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en el vértice A.

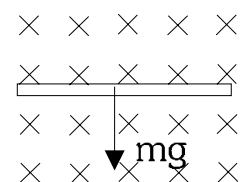
b) Calcule los valores numéricos del campo magnético en A y de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los hilos. ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Tm/A)



7.- Un conductor recto de 2 m de largo por el que circula una corriente de 3 A está en el interior de un campo magnético uniforme de 1,5 T. El conductor forma un ángulo de  $37^\circ$  con la dirección del campo magnético. ¿Cuál es el valor de la fuerza que actúa sobre el conductor?

8.- Por una espira rectangular de 10 y 20 cm de lado, situada en el plano XY, circula una corriente de 5 A en el sentido horario. Se aplica un campo magnético de 2 T dirigido en el sentido positivo del eje OY. Calcular la fuerza magnética sobre cada lado de la espira. ¿Qué movimiento realizará la espira?

9.- Un alambre homogéneo de 50 cm de longitud y 10 g de masa se encuentra "sumergido" en un campo magnético de 0,2 T, como indica la figura. determinar la magnitud y dirección de la intensidad de corriente que deberá circular para que se mantenga en equilibrio y no caiga por acción de su propio peso.



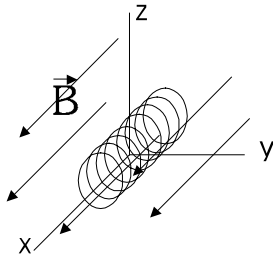
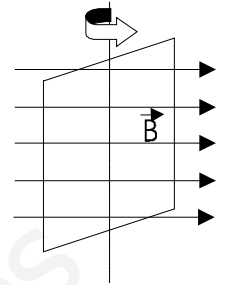


**10.-** Una bobina de 100 espiras cuadradas de 5 cm de lado se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo:

$$B = 2 t^2 \text{ T.}$$

- a) Deduzca la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.  
b) Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo y calcule su valor para  $t = 4 \text{ s}$ .

**11.-** Hacemos girar una espira cuadrada de 0,5 m de lado con una velocidad angular de 200 rad/s en el interior de un campo magnético uniforme de 0,8 T tal y como se indica en la figura. Calcula la f.e.m. inducida en el cuadro y representarla gráficamente. (Considerar que inicialmente el ángulo que forman  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{S}$  es cero)



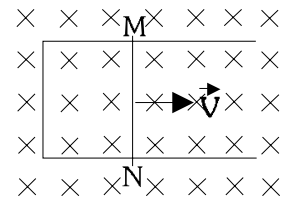
**12.-** Una bobina de 10 espiras, de  $2 \text{ cm}^2$  cada una, gira a 100 rpm alrededor del eje OZ, en presencia de un campo magnético uniforme de 0,2 T dirigido en el sentido positivo del eje OX.

- a) Escribir la expresión de la f.e.m. inducida.  
b) f.e.m. inducida si, manteniendo la espira en reposo, la intensidad del campo disminuye uniformemente con el tiempo, anulándose en 5 s.

**13.-** Una espira rectangular está formada por un lado móvil MN que se mueve como se indica en el dibujo con  $v = 1 \text{ m/s}$ . Dicha espira sufre un campo magnético perpendicular a ella  $B = 5 \text{ T}$ .

Si  $MN = 10 \text{ cm}$ . ¿Qué f.e.m. se produce? ¿Qué sentido tiene?

(Nota: la superficie de la espira viene dada por  $S = b \cdot h$ , con  $h = 10 \text{ cm}$  y  $b = v \cdot t$ )



**14.-** Un haz de electrones se mueve acelerado por una diferencia de potencial de 50 kV en el sentido positivo del eje OX y penetra en una región en la que existe un campo magnético  $\mathbf{B} = 2 \mathbf{j}$  (T). Calcular:

- a) Radio de la órbita descrita por los electrones.  
b) Campo eléctrico que habría que aplicar para que los electrones mantuvieran su trayectoria rectilínea.  
( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

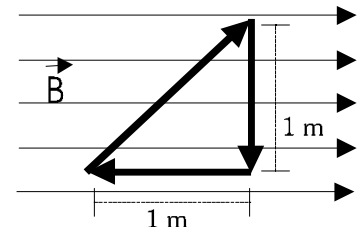
**15.-** Dos conductores rectilíneos de gran longitud, paralelos, están situados entre el eje X y el eje Y (plano XY). Uno de ellos coincide con el eje OY y el otro pasa por el punto (20,0) cm. Calcular el campo magnético en (-10,0) y (10,0) cm si:

- a) Por ambos conductores circula una corriente de 5 A en el sentido positivo del eje OY  
b) Se invierte el sentido de la corriente en el conductor situado en el eje OY  
( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$ )

**16.-** En la figura está representado un campo magnético uniforme  $B = 0,5 \text{ T}$ .

Calcular:

- a) Módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre cada uno de los lados del circuito, cuando por él circula una corriente de 10 A, en el sentido indicado por la figura.  
b) ¿Cuál es la fuerza total sobre el circuito?



**CUESTIONES TEÓRICAS:**

- 1.- ¿Qué dirección debe tener el movimiento de una carga en un campo magnético para que no esté sometida a ninguna fuerza magnética?
- 2.- Un protón viaja por una región del espacio sin experimentar ninguna desviación. ¿Puede afirmarse que en esa región no existe campo magnético? Razonar la respuesta
- 3.- Una partícula con carga  $q$  y masa  $m$  se mueve en dirección perpendicular a un campo  $\mathbf{B}$ . Demostrar que la frecuencia de su movimiento orbital es  $\nu = B q / 2\pi m$  (Hz)
- 4.- ¿Depende la fuerza magnética que midamos del sistema de referencia que tomemos para medirla? Razonar la respuesta.
- 5.- Una partícula, con carga  $q$ , penetra en una región en la que existe un campo.  
 a) Explique cómo podríamos determinar, al observar la trayectoria de la partícula, si se trata de un campo eléctrico o magnético. ¿Hay algún caso en que no sería posible determinar el tipo de campo?  
 b) Haga un análisis energético del movimiento de la partícula para un campo eléctrico y para un campo magnético, ambos perpendiculares a la velocidad con que la partícula penetra en el campo.
- 6.- Un electrón, un protón y un átomo de helio penetran en una zona del espacio en la que existe un campo magnético uniforme en dirección perpendicular a la velocidad de las partículas.  
 a) Dibuje la trayectoria que seguirá cada una de las partículas e indique sobre cuál de ellas se ejercerá una fuerza mayor.  
 b) compare las aceleraciones de las tres partículas. ¿Cómo varía su energía cinética?
- 7.- Una espira atraviesa una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme, vertical y hacia arriba. La espira se mueve en un plano horizontal.  
 a) Explique si circula corriente o no por la espira cuando: i) está penetrando en la región del campo, ii) mientras se mueve en dicha región, iii) cuando está saliendo.  
 b) Indique el sentido de la corriente, en los casos en que exista, mediante un esquema.
- 8.- ¿Se puede transformar la corriente continua de la misma forma que se hace con la corriente alterna? Razonar la respuesta.

**SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE CAMPO MAGNÉTICO:**

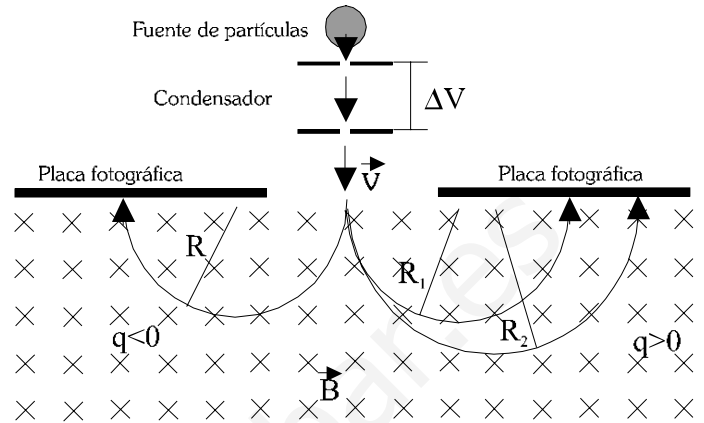
1. a)  $\mathbf{a} = -4,4 \cdot 10^{14} \mathbf{j} \text{ m/s}^2$  ; b)  $R = 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  ;  $T = 7,1 \cdot 10^{-10} \text{ s}$
2. a)  $\Delta V = 4,55 \cdot 10^{-3} \text{ V}$  ;  $\mathbf{E} = 2 \cdot 10^4 \mathbf{j} \text{ N/C}$
3. b)  $B = 0,15 \text{ T}$  al duplicar  $B$ ,  $R$  se hace la mitad
4.  $R_1/R_2 = m_1/m_2$  ;  $T_1/T_2 = m_1/m_2$
5. a)  $\mathbf{B} = 4 \cdot 10^{-5} \mathbf{k} \text{ T}$  ; b)  $\mathbf{B} = 4 \cdot 10^{-5} \mathbf{k} \text{ T}$  ;  $\mathbf{f} = -10^{-3} \mathbf{i} \text{ N/m}$
6. b)  $\mathbf{B}_A = -3 \cdot 10^{-7} \mathbf{i} - 4 \cdot 10^{-7} \mathbf{j} \text{ T}$  ;  $\mathbf{f} = 8,5 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$
7.  $\mathbf{F} = -5,4 \mathbf{k} \text{ N}$
8. lado superior:  $1 \mathbf{k} \text{ N}$  ; lado inferior:  $-1 \mathbf{k} \text{ N}$  ; laterales:  $0 \text{ N}$
9.  $1 \text{ A}$  hacia la derecha
10. a)  $\phi_m = 0,5 t^2 \text{ Tm}^2$  ; b)  $\varepsilon = -t \text{ V}$  ;  $\varepsilon = -4 \text{ V}$
11.  $\varepsilon = 40 \text{ sen}(200 t) \text{ V}$
12. a)  $\varepsilon = 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen}(10,5 t) \text{ V}$  ; b)  $\varepsilon = 8 \cdot 10^{-5} \text{ V}$
13.  $\varepsilon = 0,5 \text{ V}$  ; sentido de corriente antihorario.
14.  $R = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$  ,  $\mathbf{E} = -2,65 \cdot 10^8 \mathbf{k} \text{ N/C}$
15. a)  $\mathbf{B}_{(-10,0)} = 1,33 \cdot 10^{-5} \mathbf{k} \text{ T}$  ;  $\mathbf{B}_{(10,0)} = 0 \text{ T}$   
 b)  $\mathbf{B}_{(-10,0)} = -6,7 \cdot 10^{-6} \mathbf{k} \text{ T}$  ;  $\mathbf{B}_{(10,0)} = 2 \cdot 10^{-5} \mathbf{k} \text{ T}$
16. a) lado oblicuo  $\mathbf{F} = -5 \mathbf{k} \text{ N}$  , lado vertical  $\mathbf{F} = 5 \mathbf{k} \text{ N}$  , lado horizontal  $\mathbf{F} = 0 \text{ N}$   
 b)  $\mathbf{F}_T = 0 \text{ N}$  , la espira no se desplaza pero gira.

## ANEXO I: APLICACIONES DEL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA EN EL INTERIOR DE UN CAMPO MAGNÉTICO

### ESPECTRÓGRAFO DE MASAS: (F.W. Aston, 1919)

Este aparato se usa para medir la masa de partículas subatómicas y átomos ionizados (con carga eléctrica). Concretamente, para medir su relación carga/masa ( $q/m$ ). Consta de una fuente de partículas cargadas, un condensador entre cuyas placas existe una diferencia de potencial  $\Delta V$ , que acelera las partículas hasta una cierta velocidad  $\vec{v}$ , y una zona en la que existe un campo magnético constante y uniforme perpendicular a  $\vec{v}$ . Las partículas describirán una trayectoria circular, de radio  $R$ , hasta incidir en una placa fotográfica, lo que permite detectarlas.

La velocidad con la que las partículas salen del condensador se calcula a partir de



$$\Delta E_c = -\Delta E_p \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = q \cdot \Delta V \quad (q \text{ y } \Delta V \text{ en valor absoluto}) \quad v^2 = \frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}$$

Al entrar en el campo magnético, sufren una desviación que las obliga a seguir un movimiento circular

uniforme de radio dado por  $R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \rightarrow v = \frac{R \cdot q \cdot B}{m} \rightarrow v^2 = \frac{R^2 \cdot q^2 \cdot B^2}{m^2}$

Igualando:  $\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m} = \frac{R^2 \cdot q^2 \cdot B^2}{m^2} \rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2 \cdot \Delta V}{B^2 \cdot R^2}$  como  $B$  y  $\Delta V$  son conocidos, midiendo el radio de la circunferencia podremos conocer la relación carga/masa de la partícula.

Para el caso de que se produzcan partículas con diferente masa (por ejemplo, isótopos del mismo elemento), este aparato permite separarlas, ya que, con diferente masa, las circunferencias que sigan tendrán distinto radio.

### CICLOTRÓN: (E. Lawrence, 1932)

Es este un tipo de acelerador de partículas que utiliza conjuntamente campos eléctricos y magnéticos. Consiste en dos recipientes huecos con forma de D, en los que existe un campo magnético uniforme, como indica la figura. En el centro tenemos la fuente de partículas (una sustancia radiactiva, por ej.). La partícula cargada sale de la fuente con poca velocidad. El campo magnético perpendicular la obliga a seguir una trayectoria circular, en principio de radio pequeño.

En el espacio entre las D existe una diferencia de potencial  $\Delta V$  colocada de forma adecuada. De esta forma, al llegar la partícula al final de la primera D, se acelera, con lo que llega a la segunda D con una velocidad mayor, y el radio de la circunferencia que describirá también será mayor. Al salir de la 2ª D vuelve a acelerarse, y así sucesivamente, aumentando el radio conforme mayor es la velocidad. Así, en el exterior de las D, al llegar al conducto de salida, las partículas llevan altas velocidades.

