

1.- Sobre un cuerpo de 2 kg de masa en reposo en una superficie horizontal, aplicamos una fuerza de 30 N, formando un ángulo de 32° con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,5:

- Realiza un esquema donde aparezcan todas las fuerzas actuantes.
- La aceleración que adquiere el cuerpo.
- Su velocidad a los 4s.
- El espacio total recorrido por el cuerpo.

a) Las fuerzas que intervienen en el movimiento de este cuerpo son las siguientes:

- ✓ Fuerza peso (P), resultante de la atracción gravitatoria terrestre, sobre todo cuerpo que está en su superficie.
- ✓ Fuerza normal (N), fuerza reacción a la acción de la fuerza peso.
- ✓ Fuerza motriz (F), la cual forma un ángulo con la horizontal de 32° , por tanto habrá que descomponerla en sus componentes x e y. (F_x , F_y).
- ✓ Fuerza de rozamiento (Froz), fuerza de fricción entre el cuerpo y la superficie. Se opone al movimiento.

b) Para calcular la aceleración del cuerpo, previamente, calculamos el valor de cada una de las fuerzas actuantes:

$$P = mg \rightarrow P = 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow P = 19,6 \text{ N}$$

$$N = P$$

$$F_{\text{roz}} = \mu N \rightarrow F_{\text{roz}} = \mu P \rightarrow F_{\text{roz}} = \mu mg \rightarrow F_{\text{roz}} = 0,5 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow F_{\text{roz}} = 9,8 \text{ N}$$

La fuerza motriz (F), la descomponemos en sus dos componentes:

$$F_x = F \cos \rightarrow F_x = 30 \text{ N} \cos 32^\circ \rightarrow F_x = 25,4 \text{ N}$$

$$F_y = F \sin \rightarrow F_y = 30 \text{ N} \sin 32^\circ \rightarrow F_y = 15,9 \text{ N}$$

Analizamos el movimiento a lo largo del eje x, y para ello aplicamos el segundo principio de la dinámica:

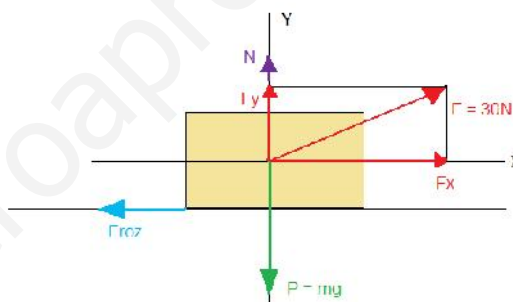
$$F = ma \rightarrow (F_x - F_{\text{roz}}) = ma$$

Despejamos la aceleración de la ecuación, y sustituimos numéricamente:

$$a = \frac{25,4 \text{ N} - 9,8 \text{ N}}{2 \text{ kg}} \rightarrow a = 7,82 \text{ m/s}^2$$

- Si suponemos que el cuerpo partía desde el reposo, su velocidad inicial será cero ($v_0 = 0 \text{ m/s}$).

Puesto que existe aceleración, el movimiento del cuerpo es un MRUA. Utilizamos la siguiente ecuación:



$$v = v_0 + at \rightarrow v = (0 \text{ m/s}) + (7,82 \text{ m/s}^2) \cdot 4s \rightarrow v = 31,28 \text{ m/s.}$$

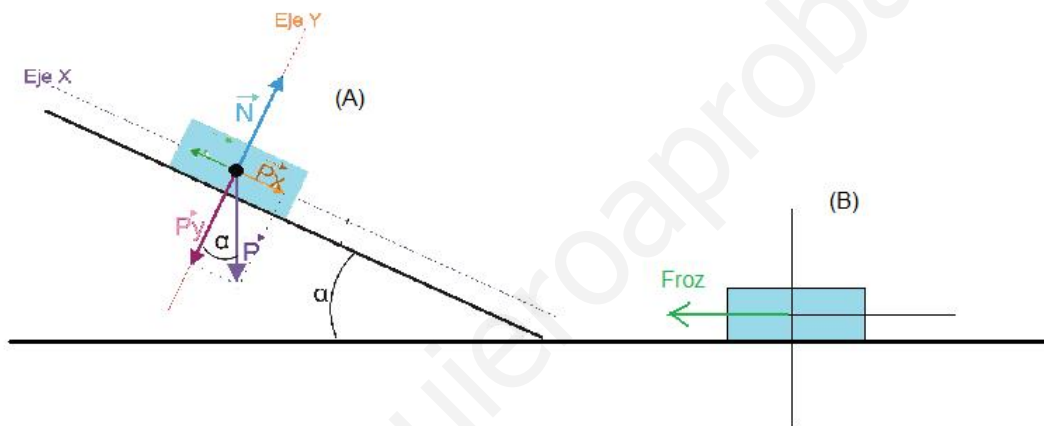
$$d) \quad s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} at^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} (7,82 \text{ m/s}^2) \cdot (4s)^2 \rightarrow$$

$$\underline{s = 62,56\text{m.}}$$

2.- Desde una altura de 3m se suelta un cuerpo de 2,5 kg que baja deslizándose por un plano inclinado de 30°, sin rozamiento, y continúa en un plano horizontal donde el coeficiente de rozamiento vale 0,5. Calcula:

- La velocidad del cuerpo al final del plano inclinado.
- El espacio que recorre el cuerpo en el plano horizontal hasta detenerse.

En primer lugar realizamos un esquema del movimiento del cuerpo:



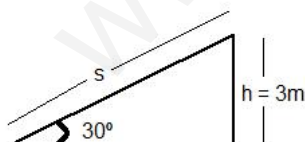
Calculamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo cuando desciende por el plano inclinado:

$$P_x = P \cdot \text{sen} \rightarrow m \cdot g \cdot \text{sen} \rightarrow P_x = 2,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \text{sen} 30^\circ \rightarrow P_x = 12,25 \text{ N}$$

La componente x del peso, es la única fuerza que interviene en el movimiento, cuando el cuerpo cae por el plano inclinado. Si aplicamos el segundo principio de la dinámica:

$$F = ma \rightarrow P_x = ma \rightarrow a = P_x / m \rightarrow a = 12,25 \text{ N} / 2,5 \text{ kg}$$

$$\rightarrow a = 4,9 \text{ m/s}^2.$$



El espacio que recorre el cuerpo por el plano inclinado s, será:

$$\text{sen } 30^\circ = 3 \text{ m} / s \rightarrow s = 3 / \text{sen} 30^\circ \rightarrow s = 6 \text{ m}$$

Puesto que existe velocidad, el movimiento es MRUA:

$$S = S_0 + v_0t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \text{ m}}{4,9 \text{ m/s}^2}} \rightarrow t = 1,56 \text{ s}$$

Calculamos a continuación la velocidad:

$$v = v_0 + at \rightarrow v = (0 \text{ m/s}) + (4,9 \text{ m/s}^2) \cdot (1,56\text{s}) \rightarrow \underline{v = 7,67 \text{ m/s}}$$

b) En el tramo b, la única fuerza que interviene es el rozamiento. El cuerpo se mueve por el impulso o inercia, del movimiento del plano inclinado, y el cuerpo se detendrá en un determinado tiempo, luego su aceleración debe ser negativa. Aplicando la segunda ley de la dinámica:

$$F = ma \rightarrow -F_{roz} = ma \rightarrow -\mu mg = ma \rightarrow -\mu g = a \rightarrow -(0,5 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) \rightarrow a = -4,9 \text{ m/s}^2$$

A continuación calcularemos el tiempo que el cuerpo está en movimiento en el plano horizontal. El cuerpo desciende con una velocidad, que será la velocidad inicial del plano horizontal, y coincide con el valor calculado en el apartado anterior. Como el cuerpo se detiene, la velocidad final será cero.

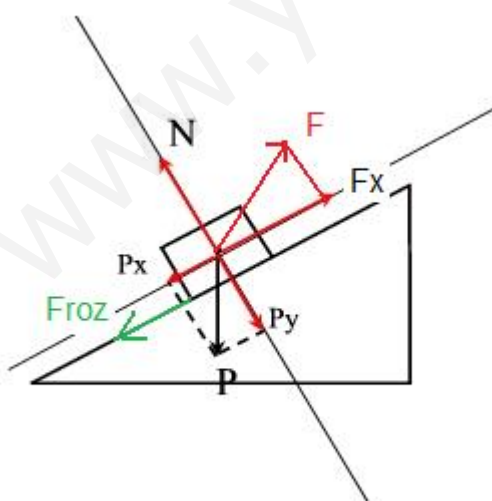
$$v = v_0 + at \rightarrow 0 = v_0 + at \rightarrow v_0 = -at \rightarrow t = v_0 / -a \rightarrow t = (7,67 \text{ m/s}) / -(-4,9 \text{ m/s}^2) \rightarrow t = 1,56\text{s}$$

Una vez calculado el tiempo, podemos calcular el espacio recorrido:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow s = [(7,67 \text{ m/s}) \cdot 1,56\text{s}] + [\frac{1}{2} \cdot (-4,9 \text{ m/s}^2) (1,56\text{s})^2] \rightarrow \underline{s = 6\text{m}}$$

3.- Sobre un cuerpo de 4 kg, situado en un plano inclinado de 30° actúa una fuerza horizontal. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,4, calcula el valor de la fuerza:

- Para que el cuerpo suba con velocidad constante.
- Para que el cuerpo suba deslizando de forma que recorra 4m en 2s, habiendo partido desde el reposo.



Dibujamos el movimiento del cuerpo:

Calculamos el valor de las fuerzas actuantes.

El peso posee dos componentes Px y Py:

$$P_x = P \sin \rightarrow mg \sin \rightarrow P_x = 4\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot \sin 30^\circ \rightarrow P_x = 19,6\text{N}$$

$$P_y = P \cos \rightarrow mg \cos \rightarrow P_y = 4\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot \cos 30^\circ \rightarrow P_y = 33,9\text{N}$$

$$F_{roz} = \mu N \rightarrow F_{roz} = \mu P_y \rightarrow F_{roz} = 0,4 \cdot 33,9\text{N} \rightarrow F_{roz} = 13,58\text{N}$$

La fuerza actuante posee una componente x:

$$F_x = F \cos \rightarrow F_x = F \cos 30^\circ$$

Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$F = ma$. Si el cuerpo se mueve a velocidad constante, quiere decir que es un MRU, y por tanto la aceleración es cero, por tanto resulta que $F = 0$

$$F_x - P_x - F_{roz} = 0 \rightarrow F_x = P_x + F_{roz} \rightarrow F_x = 19,6N + 13,58N \rightarrow \underline{F_x = 33,18N}$$

Si a lo que se refiere el problema no es la componente horizontal de la fuerza, si no de la fuerza:

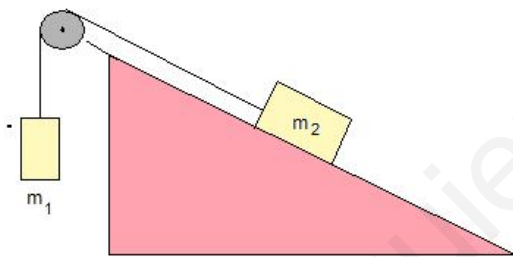
$$F_x = F \cos 30^\circ \rightarrow F = F_x / \cos 30^\circ \rightarrow F = 38,31N$$

b) Calculamos la aceleración con la que asciende el cuerpo:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = 2s / t^2 \rightarrow a = (2 \cdot 4m) / (2s)^2 \rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

Aplicamos ahora el segundo principio de la dinámica:

$$F_x - P_x - F_{roz} = ma \rightarrow F_x = ma + P_x + F_{roz} \rightarrow F_x = (4 \text{kg} \cdot 2 \text{m/s}^2) + 19,6N + 13,6N \rightarrow \underline{F_x = 41,18N.}$$



4.- Un bloque de masa m_2 , está sobre un plano inclinado, unido a una polea como se ve en la figura. Deduzca la expresión de la aceleración del sistema. ¿Qué condiciones de masa deben darse para que el sistema se mueva en una dirección u otra?

Analizamos el movimiento de cada cuerpo por separado. Para ello, supondremos que el movimiento va en dirección del cuerpo que cuelga (m_1).

Aplicamos a cada cuerpo el segundo principio de la dinámica: $F = ma$

$$\text{Cuerpo 1: } P_1 - T = m_1 a \rightarrow m_1 \cdot g + T = m_1 a$$

$$\text{Cuerpo 2: } T - P_{x2} = m_2 a \rightarrow T - m_2 g \sin \alpha = m_2 a$$

$$\underline{m_1 g - m_2 g \sin \alpha = (m_1 + m_2) a}$$

Sacando factor común la aceleración de la gravedad:

$$g(m_1 - m_2 \sin \alpha) = (m_1 + m_2) a$$

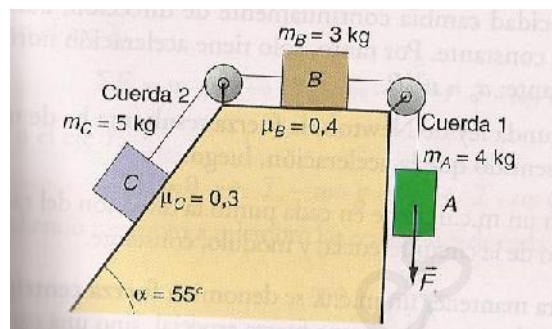
Despejando la aceleración:

$$a = \frac{g \cdot (m_1 - m_2 \cdot \sin \alpha)}{(m_1 + m_2)}$$

Si $m_1 > m_2$ sen : la aceleración será positiva, y por tanto el conjunto de cuerpos se moverá en el sentido que teníamos previsto.

Si $m_1 < m_2$ sen : la aceleración será negativa, y por tanto el conjunto de cuerpos se moverá en sentido contrario al pensado inicialmente.

5.- Calcula el valor de la fuerza F con que hemos de tirar del cuerpo A de la figura de la derecha para que el cuerpo B se desplace 2m hacia la derecha en 4s , habiendo partido desde el reposo. Calcula la tensión de las cuerdas 1 y 2 .

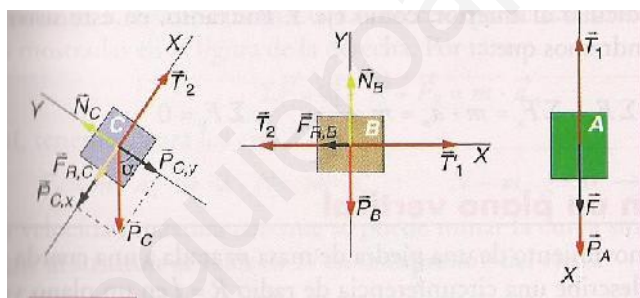


Diremos que la tensión de la primera cuerda, será T_1 , y la tensión de la segunda cuerda será T_2 .

La aceleración con la que se mueve el cuerpo será:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = 2s / t^2 \rightarrow a = (2 \cdot 2\text{m}) / (4\text{s})^2 \rightarrow a = 0,25 \text{ m/s}^2$$

Analizamos las fuerzas que actúan en cada cuerpo:



Aplicamos el segundo principio de la dinámica a cada cuerpo: ($F = ma$):

$$\text{Cuerpo A: } F + P_A - T_1 = m_A a$$

$$\text{Cuerpo B: } T_1 - \text{Froz}_B - T_2 = m_B a$$

$$\text{Cuerpo C: } T_2 - P_{C,x} - \text{Froz}_C = m_C a$$

$$F + P_A - \text{Froz}_B - P_{C,x} - \text{Froz}_C = (m_A + m_B + m_C) a$$

$$F = (m_A + m_B + m_C) a - P_A + \text{Froz}_B + P_{C,x} + \text{Froz}_C \quad (1)$$

Calcularemos las diferentes fuerzas actuantes en los diferentes cuerpos:

$$P_A = m_A g \rightarrow P_A = 4\text{kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow P_A = 39,2\text{N}$$

$$\text{Froz}_B = \mu_B \cdot N_B = \mu_B \cdot P_B = \mu_B \cdot m_B \cdot g \rightarrow \text{Froz}_B = 0,4 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 11,8\text{N}$$

$$P_{C,x} = m_C g \text{ sen } \alpha \rightarrow 5\text{kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \text{sen} 55^\circ \rightarrow P_{C,x} = 40,14\text{N}$$

$$\text{Froz}_C = \mu_C \cdot N_C = \mu_C \cdot P_{C,y} = \mu_C \cdot m_C \cdot g \text{ cos } \alpha \rightarrow \text{Froz}_C = 0,3 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ cos } 55^\circ \rightarrow \text{Froz}_C = 8,43\text{N}$$

Sustituimos los valores de las fuerzas en la ecuación (1), para calcular la fuerza actuante:

$$F = 12\text{kg} \cdot 0,25 \text{ m/s}^2 - 39,2\text{N} + 11,8\text{N} + 40,14\text{N} + 8,43\text{N} \rightarrow \underline{F = 24,17\text{N}}$$

B) Calculamos a continuación las tensiones. Podemos coger cualquier ecuación del movimiento de cada cuerpo.

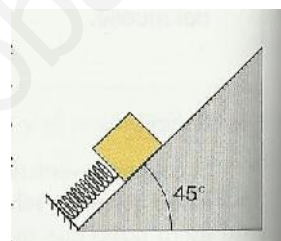
De la ecuación del movimiento del cuerpo A: $F + P_A - T_1 = m_{AA}$

$$T_1 = F + P_A - m_{AA} \rightarrow T_1 = 24,17\text{N} + 39,2\text{N} - (4\text{Kg} \cdot 0,25\text{m/s}^2) \rightarrow \underline{T_1 = 62,37\text{N}}$$

De la ecuación del cuerpo C: $T_2 - P_{XC} - F_{rozC} = m_{CA}$

$$T_2 = P_{XC} + F_{rozC} + m_{CA} \rightarrow T_2 = 40,14\text{N} + 8,43\text{N} + (5\text{kg} \cdot 0,25\text{m/s}^2) \rightarrow \underline{T_2 = 48,82\text{N}}$$

6.- Considerando despreciable el rozamiento, calcula cuánto ha de estar comprimido el muelle de la figura, de $k = 8000 \text{ N/m}$, para que el cuerpo de masa de 35 kg , esté en equilibrio. Si empujamos el cuerpo hacia abajo y comprimimos el muelle 1 cm más y soltamos, ¿cuánto vale la aceleración inicial?



a) Aplicamos el segundo principio de la dinámica: $F = ma$. Como el problema nos dice que el cuerpo está en equilibrio, diremos que $F = 0$. Analizando las fuerzas a favor y en contra del movimiento:

$$P_x - F_e = 0 \rightarrow P_x = F_e \rightarrow mg \sin = k x \rightarrow x = mg \sin / k.$$

$$x = (35 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \sin 45^\circ) / 8000 \text{ N/m} \rightarrow \underline{x = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm.}}$$

b) Si comprimimos el muelle 1 cm más, éste se habrá comprimido 4 cm (este 1 cm más los 3 cm del apartado anterior).

Si el cuerpo se mueve hacia arriba, analizamos las fuerzas del movimiento utilizando la expresión $F = ma$. La aceleración será negativa, puesto que es un movimiento desacelerado.

$$-P_x - F_e = ma \rightarrow a = - (P_x + F_e) / m \rightarrow a = - (mg \sin + K x) / m$$

$$a = - [(35 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \sin 45^\circ) + (8000 \text{ N/m} \cdot 0,04 \text{ m})] / 35 \text{ kg} \rightarrow \underline{a = - 16,07 \text{ m/s}^2}$$

7.- a) Razona cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg .

b) Calcula la altura que recorre en tres segundos una partícula que abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$; $M_L = 7,2 \cdot 10^{22} \text{ m}$; $R_L = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$.

- a) La masa es una magnitud escalar que es constante, por lo tanto no depende del planeta donde nos encontramos. Por esta razón la masa de una persona en la Luna, en la Tierra, o en cualquier otro planeta, será la misma. En este caso 70 kg.

El peso es una magnitud vectorial. Es la fuerza que ejerce todo planeta o astro, sobre cualquier cuerpo que esté en su superficie. Esta fuerza peso, es igual al producto de la masa (cuyo valor es una constante, como hemos dicho anteriormente), y la aceleración de la gravedad, la cual es característica para cada astro, por tanto el peso sí varía en función del astro donde nos encontremos.

Para calcular el peso de esta persona en la Luna, previamente, debemos calcular la aceleración de la gravedad, en éste satélite.

El peso de una persona en la superficie terrestre será $P = mg_L$, donde g_L será a partir de ahora la aceleración de la gravedad lunar. Esta fuerza es atractiva, y su valor también puede venir dado por la ley de gravitación universal, formulada por Sir Isaac Newton. Por tanto.

$$P = mg_L$$
$$F = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L^2}$$

Estas dos expresiones son iguales, por tanto:

$$G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L^2} = mg \rightarrow G \cdot \frac{M_L}{R_L^2} = g \rightarrow 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{7,2 \cdot 10^{22} \text{kg}}{(1,7 \cdot 10^6 \text{m})^2} = g = 1,66 \text{ m/s}^2$$

Una vez calculada la aceleración de la gravedad, el peso del cuerpo en la Luna, será:

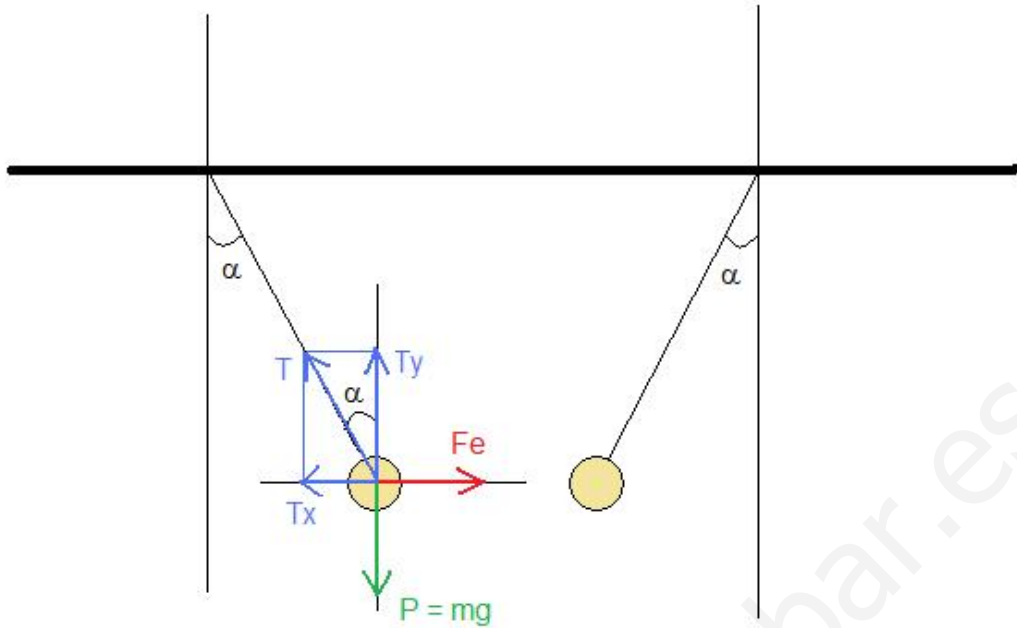
$$P = 70 \text{ kg} \cdot 1,66 \text{ m/s}^2 \rightarrow \underline{\underline{P = 116,32\text{N}}}$$

- b) Este movimiento será un tiro vertical, por lo tanto utilizaremos las ecuaciones de la caída libre:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow S = \frac{1}{2} 1,66 \text{ m/s}^2 \cdot (3\text{s})^2 \rightarrow \underline{\underline{S = 7,47\text{m}}}$$

8.- Dos pequeñas esferas de masa $m = 1\text{g}$, y de cargas eléctricas opuestas, cuelgan de sendos hilos de igual longitud. Debido a la atracción electrostática de $5,76 \cdot 10^{-3}\text{N}$, las esferas no cuelgan verticalmente, sino formando un ángulo con la horizontal. Calcula la tensión del hilo, y el valor del ángulo.

Observemos en un dibujo, la situación de las dos esferas, y representemos las fuerzas actuantes:



Analizaremos el movimiento por componentes, aplicando la segunda ley de la dinámica:

$$\text{EJE Y: } F = 0 \rightarrow T_y - P = 0 \rightarrow T_y = P \rightarrow T \cos \alpha = mg \quad (1)$$

$$\text{EJE X: } F = ma \rightarrow F_c - T_x = 0 \rightarrow F_c = T_x \rightarrow F_c = T \sin \alpha \quad (2)$$

Si dividimos ambas ecuaciones (2) : (1), resulta lo siguiente:

$$\frac{F_c}{mg} = \frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} \rightarrow \frac{F_c}{mg} = \tan \alpha = \frac{5,76 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow \tan \alpha = 0,58 \rightarrow \alpha = 30,4^\circ$$

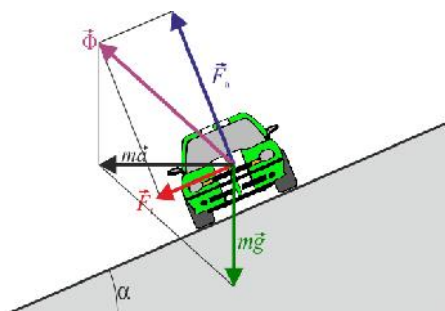
Para calcular la tensión utilizamos cualquiera de las dos ecuaciones:

$$T \cos \alpha = mg \rightarrow T = mg / \cos \alpha \rightarrow T = (10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) / \cos 30,4^\circ \rightarrow \underline{\underline{T = 0,011 \text{ N}}}$$

9.- Calcula la máxima velocidad con que un automóvil, puede tomar una determinada curva peraltada de 17° de 250m de radio. Demuestra el valor de la velocidad máxima

Escriba aquí la ecuación.

Esta es una curva peraltada, donde el automóvil, se desplaza sin rozamiento. Vemos las fuerzas que influyen en el movimiento.



La fuerza normal se divide en dos componentes N_x y N_y .

Si analizamos el movimiento en el eje y
 $N_y = P \rightarrow N \cos \alpha = mg \rightarrow N = mg / \cos \alpha$

Si analizamos el movimiento en el eje x:
 $N_x = m a_c \rightarrow N \sin \alpha = m v^2 / R.$

Si introducimos el valor de la fuerza normal en la expresión anterior:

$$N \sin \alpha = mv^2 / R \rightarrow \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot v^2}{R} \rightarrow g \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{R}$$

Si despejamos el valor de la velocidad, esta resulta:

$$v = \sqrt{R \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad v = \sqrt{250 \text{ m} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \operatorname{tg} 17^\circ} \rightarrow \underline{v = 27,37 \text{ m/s}}$$

10.- Un cuerpo de 1 kg lleva una velocidad $v_0 = 40i$ m/s. Se fragmenta en dos trozos. Si uno de 0,6 kg sale con una velocidad de $(200i - 160j)$ m/s, ¿con qué velocidad sale el otro trozo?

Llamaremos partícula 1, a la partícula que se fragmenta, y partícula 2 y 3, a los dos fragmentos generados.

En este problema nos están dando velocidades y masas. Puesto que es un choque de partículas, suponiendo que los cuerpos se desplazan antes y después del choque a velocidad constante (MRU), podremos decir que la cantidad de movimiento antes y después del choque de todas las partículas se conserva.

$$p_0 = p_F$$

Puesto que las velocidades están dadas en componentes x e y, vamos a aplicar la conservación del momento lineal en sus dos componentes:

$$\text{EJE X: } m_1 v_{1x} = m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} \rightarrow (1 \text{ kg} \cdot 40 \text{ m/s} = 0,6 \text{ kg} \cdot 200 \text{ m/s}) + (0,4 \text{ kg} \cdot v_{3x})$$

$$\text{Despejando el valor de la velocidad: } v_{3x} = -200 \text{ m/s}$$

$$\text{EJE Y: } m_1 v_{1y} = m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} \rightarrow (1 \text{ kg} \cdot 0 \text{ m/s} = 0,6 \text{ kg} \cdot (-160 \text{ m/s})) + (0,4 \text{ kg} \cdot v_{3y})$$

$$\text{Despejando el valor de la velocidad: } v_{3y} = 240 \text{ m/s.}$$

Por tanto el vector velocidad del segundo fragmento es el siguiente:

$$\underline{v = (-200i + 240j) \text{ m/s}}$$

Si quisiéramos calcular el módulo del vector velocidad:

$$|v| = \sqrt{\left(-200 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(240 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \rightarrow |v| = 312,4 \text{ m/s}$$