

1. Estudiar la posición relativa de los siguientes planos; caso de ser secantes, hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que definen:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x-y+2z-1=0 \\ x+y-5z+4=0 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x+y-5z=-4 \\ -3x-3y+15z=1 \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} x+y-5z=-4 \\ -3x-3y+15z=12 \end{array} \right\} \end{array}$$

(Soluc: secantes; paralelos; coincidentes)

2. Estudiar la posición de los siguientes planos:

$$\left. \begin{array}{l} x+3y+2z=0 \\ 2x-y+z=0 \\ 4x-5y-3z=0 \end{array} \right\}$$

(Soluc: se cortan en el origen)

3. (S) Determinar el valor de k para que los siguientes planos se corten a lo largo de una recta:

$$\left. \begin{array}{l} x+y+z=2 \\ 2x+3y+z=3 \\ kx+10y+4z=11 \end{array} \right\}$$

(Soluc: $k=7$)

4. (S) Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y contiene la recta determinada por los planos

$$\left. \begin{array}{l} x+y+z-1=0 \\ x-y-2=0 \end{array} \right\}$$

(Soluc: $x+3y+2z=0$)

5. Determinar la posición relativa de r y π en los siguientes casos; si se cortan, hallar el punto de intersección:

$$\begin{array}{l} \text{a) } r: \left. \begin{array}{l} 2x+y+z=4 \\ x+y-2z=2 \end{array} \right\} \quad \pi: x-y+8z=1 \\ \text{b) } r: \left. \begin{array}{l} x=2t \\ y=1+3t \\ z=t \end{array} \right\} \quad \pi: 3x+2y-11z-5=0 \\ \text{c) } r: \left. \begin{array}{l} x=5+\lambda \\ y=-3 \\ z=-\lambda \end{array} \right\} \quad \pi: \left. \begin{array}{l} x=1-2\alpha+\beta \\ y=3+3\alpha+3\beta \\ z=8+4\alpha+\beta \end{array} \right\} \end{array}$$

(Soluc: paralelos; se cortan en $(6,10,3)$; $r \subset \pi$)

6. Determinar la posición relativa de los siguientes pares de rectas. Caso de ser secantes, encontrar el punto de intersección:

$$\begin{array}{l} \text{a) } r: \left. \begin{array}{l} x=1+3\lambda \\ y=2+4\lambda \\ z=-1-2\lambda \end{array} \right\} \quad s: \left. \begin{array}{l} x=7-3\mu \\ y=10-4\mu \\ z=-5+2\mu \end{array} \right\} \\ \text{b) } r: \left. \begin{array}{l} x=-4+6\lambda \\ y=-5+8\lambda \\ z=8-4\lambda \end{array} \right\} \quad s: \left. \begin{array}{l} x=3+\mu \\ y=5+2\mu \\ z=3-\mu \end{array} \right\} \\ \text{c) } r: \left. \begin{array}{l} 2x-y=0 \\ 3x-z+1=0 \end{array} \right\} \quad s: \left. \begin{array}{l} 3x-z=0 \\ 3y-2z=0 \end{array} \right\} \\ \text{d) } r: \left. \begin{array}{l} 2x-z=5 \\ x+5y-2z=7 \end{array} \right\} \quad s: \left. \begin{array}{l} x+2y-z=4 \\ 7x+4y+5z=6 \end{array} \right\} \end{array}$$

(Soluc: coincidentes; se cortan en $(2,3,4)$; se cruzan; se cruzan)

7. (S) Calcular la ecuación del plano que pasa por $(3,7,-5)$ y es paralelo al plano $\pi: 2x+3y+z+5=0$. Además, hallar la posición relativa entre el plano que se acaba de calcular y la recta $r: \begin{cases} 3x+2y+1=0 \\ 8x-2y-2z+2=0 \end{cases}$

(Soluc: $2x+3y+z-22=0$; se cortan)

8. (S) Se considera la recta $r: \begin{cases} x-2y-2z=0 \\ x+5y-z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x+y+mz=n$. Se pide:

- ¿Para qué valores de m y n , r y π son secantes?
- ¿Para qué valores de m y n , r y π son paralelos?
- ¿Para qué valores de m y n , π contiene a la recta r ?

(Soluc: $m \neq -23/7$ y $\forall n$; $m = -23/7$ y $n \neq 0$; $m = -23/7$ y $n = 0$)

9. (S) Dado el plano $\pi: x+y+mz=n$ y la recta $r: x/1=(y-2)/-1=z/2$

- Calcular m y n para que π y r sean secantes
- Calcular m y n para que π y r sean paralelos
- Calcular m y n para que π contenga a r .

(Soluc: $m \neq 0$ y $\forall n$; $m = 0$ y $n \neq 2$; $m = 0$ y $n = 2$)

10. (S) Determinar la posición relativa de los planos:

$$\left. \begin{array}{l} \pi: 2x+3y+z-1=0 \\ \pi': x-y+z+2=0 \\ \pi'': 2x-2y+2z+3=0 \end{array} \right\}$$

(Soluc: $\pi' // \pi''$ y π corta a ambos)

11. (S) Estudiar, para los diferentes valores de a , la posición relativa de los siguientes planos:

$$\left. \begin{array}{l} \pi: ax+y+z=1 \\ \pi': x+ay+z=1 \\ \pi'': x+y+az=1 \end{array} \right\}$$

(Soluc: $a \neq 1$ y $a \neq -2 \Rightarrow$ se cortan en un punto; $a = 1 \Rightarrow$ coincidentes; $a = -2 \Rightarrow$ se cortan dos a dos formando un prisma)

12. (S) Determinar para qué valores de λ y μ los planos:

$$\left. \begin{array}{l} \pi: 2x-y+3z-1=0 \\ \pi': x+2y-z+\mu=0 \\ \pi'': x+\lambda y-6z+10=0 \end{array} \right\}$$

- Tienen un único punto común
- Pasan por una misma recta.

(Soluc: $\lambda \neq 7$ y $\forall \mu$; $\lambda = 7$ y $\mu = 3$)