

EJERCICIOS: TEMA 4: PROGRAMACIÓN LINEAL.

1º Un taller de fabricación de muebles de oficina dispone de 700 kg de hierro y 1000 kg de aluminio para la producción de sillas y sillones metálicos. Cada silla requiere 1 kg de hierro y 2 kg de aluminio y cada sillón 2 kg de hierro y 2 kg de aluminio para su fabricación. El beneficio por unidad fabricada es de 40 euros por silla y 50 euros por sillón. Se pide, justificando la respuesta:

- ¿Cuántas sillas y sillones deben fabricarse para obtener el máximo beneficio?
- Hallar el valor de dicho beneficio máximo.

2º En una granja hay un total de 9000 conejos. La dieta mensual mínima que debe consumir cada conejo es de 48 unidades de hidratos de carbono y 60 unidades de proteínas. En el mercado hay dos productos (A y B) que aportan estas necesidades de consumo. Cada envase de A contiene 2 unidades de hidratos de carbono y 4 unidades de proteínas y cada envase de B contiene 3 unidades de hidratos de carbono y 3 unidades de proteínas. Sabiendo que cada envase de A cuesta 0.24 euros y que cada envase de B cuesta 0.20 euros, determinar justificando las respuestas:

- El número de envases de cada tipo que deben de adquirir los responsables de la granja con objeto de que el coste sea mínimo y se cubran las necesidades de consumo mensuales de todos los conejos.
- El valor de dicho coste mensual mínimo.

3º Un almacén de papelería dispone para su venta de 600 cuadernos y 480 bolígrafos. Para ello realiza dos tipos de lotes, A y B. Cada lote A contiene 2 cuadernos y 2 bolígrafos con un beneficio de 2.5 euros. Cada lote B contiene 3 cuadernos y 1 bolígrafo con un beneficio de 1.5 euros. Si el número de lotes de tipo B no puede ser mayor que el de tipo A, determinar:

- El número de lotes de cada tipo que se deben realizar para obtener el máximo beneficio.
- El valor de dicho beneficio máximo.

Justificar las respuestas.

4º Una fábrica de muebles de oficina produce armarios y mesas. El proceso se realiza en dos talleres: uno de carpintería y otro de montaje y pintura. Cada armario requiere 3 horas de carpintería y 3 horas de montaje y pintura y cada mesa 3 horas de carpintería y 6 horas de montaje y pintura. El beneficio obtenido por cada armario es de 120 euros y por cada mesa de 200 euros, si sólo se dispone de 240 horas de carpintería y 360 horas de montaje y pintura, determinar:

- El número de armarios y mesas que deben fabricarse para obtener el máximo beneficio.
- El valor de dicho beneficio máximo.

Justificar las respuestas.

5º Un agricultor dispone de 24 hectáreas de tierra para plantar manzanos y perales. Cada año se requiere para cada hectárea de manzanos 100 m³ de agua y 150 jornadas de trabajo y para cada hectárea de perales 200 m³ de agua y 50 jornadas de trabajo. Sólo se dispone en total, para cada año, de 4000 m³ de agua y 3000 jornadas de trabajo. Sabiendo que el beneficio anual por cada hectárea de manzanos es de 2000 euros y por cada hectárea de perales es de 3600 euros, determinar justificando las respuestas:

- El número de hectáreas que dicho agricultor tiene que plantar de cada especie (manzanos y perales) con objeto de obtener los máximos beneficios anuales.
- El valor de dichos beneficios máximos anuales.

6º Una industria quesera elabora dos tipos de quesos (A y B) mezclando leche de oveja y de cabra. Cada queso de tipo A requiere 4 litros de leche de oveja y 2 litros de leche de cabra y cada queso de tipo B requiere 3 litros de leche de oveja y 3 litros de leche de cabra. Dicha industria sólo dispone diariamente de 1800 litros de leche de oveja y de 1500 litros de leche de cabra. Sabiendo que el beneficio obtenido por cada queso del tipo A es de 5 euros y por cada

queso del tipo B es de 4 euros, determinar justificando la respuesta:

- a) El número de quesos que ha de elaborar la industria diariamente para conseguir máximos beneficios.
- b) El valor de dichos beneficios máximos.

7º/ Una compañía distribuidora de aceites vegetales tiene almacenados 2400 litros de aceite de oliva y 1800 litros de aceite de girasol. Para su venta organiza dos lotes de productos (A y B). Cada lote A contiene 2 litros de aceite de oliva y 2 litros de aceite de girasol y cada lote B contiene 4 litros de aceite de oliva y 1 litro de aceite de girasol. Sabiendo que el beneficio generado por cada lote A es de 5 euros y por cada lote B es de 6 euros y que el número de lotes del tipo A ha de ser mayor o igual que los del tipo B, determinar justificando la respuesta:

- a) El número de lotes de cada tipo que ha de organizar la compañía distribuidora con objeto de que sus beneficios sean máximos.
- b) El valor de dichos beneficios máximos.

8º/ Una hamburguesería necesita diariamente un mínimo de 180 kilogramos de carne de cerdo y 120 kilogramos de carne de ternera. Hay dos mataderos A y B que pueden suministrarle la carne requerida pero ha de ser en lotes. El lote del matadero A contiene 6 kilogramos de carne de cerdo y 2 kilogramos de carne de ternera siendo su coste 25 euros y el lote del matadero B contiene 4 kilogramos de carne de cerdo y 3 kilogramos de carne de ternera siendo su coste 35 euros. Determinar, justificando la respuesta:

- a) El número de lotes que debe adquirir la hamburguesería en cada matadero con objeto de garantizar sus necesidades diarias con el mínimo coste.
- b) El valor de dicho coste diario mínimo.

9º/ Una tienda de artículos de piel necesita para su próxima campaña un mínimo de 80 bolsos, 120 pares de zapatos y 90 cazadoras. Se abastece de los artículos en dos talleres: A y B. El taller A produce diariamente 4 bolsos, 12 pares de zapatos y 2 cazadoras con un coste diario de 360 euros. La producción diaria del taller B es de 2 bolsos, 2 pares de zapatos y 6 cazadoras siendo su coste de 400 euros cada día. Determinar, justificando la respuesta:

- a) El número de días que debe trabajar cada taller para abastecer a la tienda con el mínimo coste.
- b) El valor de dicho coste mínimo.

10º/ Una empresa fabricante de automóviles produce dos modelos A y B en dos fábricas situadas en Cáceres y Badajoz. La fábrica de Cáceres produce diariamente 6 modelos del tipo A y 4 del tipo B con un coste de 32000 euros diarios y la fábrica de Badajoz produce diariamente 4 modelos del tipo A y 4 del tipo B con un coste de 24000 euros diarios. Sabiendo que la fábrica de Cáceres no puede funcionar más de 50 días y que para abastecer el mercado del automóvil se han de poner a la venta al menos 360 modelos del tipo A y 300 modelos el tipo B determinar, justificando la respuesta:

- a) El número de días que debe funcionar cada fábrica con objeto de que el coste total sea mínimo.
- b) El valor de dicho coste mínimo.

SOLUCIONES:

1º Un taller de fabricación de muebles de oficina dispone de 700 kg de hierro y 1000 kg de aluminio para la producción de sillas y sillones metálicos. Cada silla requiere 1 kg de hierro y 2 kg de aluminio y cada sillón 2 kg de hierro y 2 kg de aluminio para su fabricación. El beneficio por unidad fabricada es de 40 euros por silla y 50 euros por sillón. Se pide, justificando la respuesta:

- ¿Cuántas sillas y sillones deben fabricarse para obtener el máximo beneficio?
- Hallar el valor de dicho beneficio máximo.

PLANTEAMIENTO:

$x = n^\circ$ de sillas; $y = n^\circ$ de sillones

Maximizar $z = 40x + 50y$

sujeta a las restricciones:

$$x + 2y \leq 700$$

$$2x + 2y \leq 1000$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x=300$ sillas; $y= 200$ sillones; BENEFICIOS MÁXIMOS: 22000 €

2º En una granja hay un total de 9000 conejos. La dieta mensual mínima que debe consumir cada conejo es de 48 unidades de hidratos de carbono y 60 unidades de proteínas. En el mercado hay dos productos (A y B) que aportan estas necesidades de consumo. Cada envase de A contiene 2 unidades de hidratos de carbono y 4 unidades de proteínas y cada envase de B contiene 3 unidades de hidratos de carbono y 3 unidades de proteínas. Sabiendo que cada envase de A cuesta 0.24 euros y que cada envase de B cuesta 0.20 euros, determinar justificando las respuestas:

- El número de envases de cada tipo que deben de adquirir los responsables de la granja con objeto de que el coste sea mínimo y se cubran las necesidades de consumo mensuales de todos los conejos.
- El valor de dicho coste mensual mínimo.

PLANTEAMIENTO:

$x = n^\circ$ envases A; $y = n^\circ$ envases B

Minimizar $z = 0,24x + 0,20y$

sujeta a las restricciones:

$$2x + 3y \geq 432000$$

$$4x + 3y \geq 540000$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x=0$ envases A; $y=180000$ envases B; COSTE MÍNIMO: 36000 €

3º Un almacén de papelería dispone para su venta de 600 cuadernos y 480 bolígrafos. Para ello realiza dos tipos de lotes, A y B . Cada lote A contiene 2 cuadernos y 2 bolígrafos con un beneficio de 2.5 euros. Cada lote B contiene 3 cuadernos y 1 bolígrafo con un beneficio de 1.5 euros. Si el número de lotes de tipo B no puede ser mayor que el de tipo A , determinar:

- El número de lotes de cada tipo que se deben realizar para obtener el máximo beneficio.
- El valor de dicho beneficio máximo.

Justificar las respuestas.

PLANTEAMIENTO:

$x = n^\circ$ lotes A ; $y = n^\circ$ de lotes B

Maximizar $z = 2,5x + 1,5y$

sujeta a las restricciones:

$$2x + 3y \leq 600$$

$$2x + y \leq 480$$

$$y \leq x$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x = 210$ lotes A ; $y = 60$ lotes B ; BENEFICIOS MÁXIMOS: 615 €

4º Una fábrica de muebles de oficina produce armarios y mesas. El proceso se realiza en dos talleres: uno de carpintería y otro de montaje y pintura. Cada armario requiere 3 horas de carpintería y 3 horas de montaje y pintura y cada mesa 3 horas de carpintería y 6 horas de montaje y pintura. El beneficio obtenido por cada armario es de 120 euros y por cada mesa de 200 euros, si sólo se dispone de 240 horas de carpintería y 360 horas de montaje y pintura, determinar:

- El número de armarios y mesas que deben fabricarse para obtener el máximo beneficio.
- El valor de dicho beneficio máximo.

Justificar las respuestas.

$x = n^\circ$ de armarios; $y = n^\circ$ de mesas

Maximizar $z = 120x + 200y$

sujeta a las restricciones:

$$3x + 3y \leq 240$$

$$3x + 6y \leq 360$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x = 40$ armarios; $y = 40$ mesas; BENEFICIOS MÁXIMOS: 9600 €

5º Un agricultor dispone de 24 hectáreas de tierra para plantar manzanos y perales. Cada año se requiere para cada hectárea de manzanos 100 m³ de agua y 150 jornadas de trabajo y para cada hectárea de perales 200 m³ de agua y 50 jornadas de trabajo. Sólo se dispone en total, para cada año, de 4000 m³ de agua y 3000 jornadas de trabajo. Sabiendo que el beneficio anual por cada hectárea de manzanos es de 2000 euros y por cada hectárea de perales es de 3600 euros, determinar justificando las respuestas:

- El número de hectáreas que dicho agricultor tiene que plantar de cada especie (manzanos y perales) con objeto de obtener los máximos beneficios anuales.
- El valor de dichos beneficios máximos anuales.

$x =$ Ha manzanos; $y =$ Ha perales

Maximizar $z = 2000x + 3600y$

sujeta a las restricciones:

$$100x + 200y \leq 4000$$

$$150x + 50y \leq 3000$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x = 16$ Ha manzanos; $y = 12$ Ha perales; BENEFICIO MÁXIMO: 75200 €

6º Una industria quesera elabora dos tipos de quesos (A y B) mezclando leche de oveja y de cabra. Cada queso de tipo A requiere 4 litros de leche de oveja y 2 litros de leche de cabra y cada queso de tipo B requiere 3 litros de leche de oveja y 3 litros de leche de cabra. Dicha industria sólo dispone diariamente de 1800 litros de leche de oveja y de 1500 litros de leche de cabra. Sabiendo que el beneficio obtenido por cada queso del tipo A es de 5 euros y por cada queso del tipo B es de 4 euros, determinar justificando la respuesta:

- El número de quesos que ha de elaborar la industria diariamente para conseguir máximos beneficios.
- El valor de dichos beneficios máximos.

$x =$ nº quesos leche oveja; $y =$ nº quesos leche cabra

Maximizar $z = 5x + 4y$

sujeta a las restricciones:

$$4x + 3y \geq 1800$$

$$2x + 3y \geq 1500$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x = 150$ quesos leche oveja; $y = 450$ quesos leche cabra; BENEFICIOS MÁXIMOS: 2550 €

7º Una compañía distribuidora de aceites vegetales tiene almacenados 2400 litros de aceite de oliva y 1800 litros de aceite de girasol. Para su venta organiza dos lotes de productos (A y B). Cada lote A contiene 2 litros de aceite de oliva y 2 litros de aceite de girasol y cada lote B contiene 4 litros de aceite de oliva y 1 litro de aceite de girasol. Sabiendo que el beneficio generado por cada lote A es de 5 euros y por cada lote B es de 6 euros y que el número de lotes del tipo A ha de ser mayor o igual que los del tipo B, determinar justificando la respuesta:

- El número de lotes de cada tipo que ha de organizar la compañía distribuidora con objeto de que sus beneficios sean máximos.
- El valor de dichos beneficios máximos.

$x = \text{n}^\circ \text{ lotes A}; y = \text{n}^\circ \text{ lotes B}$

Maximizar $z = 5x + 6y$

sujeta a las restricciones:

$$2x + 4y \leq 2400$$

$$2x + y \leq 1800$$

$$x \geq y$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x=900$ lotes A; $y=0$ lotes B; BENEFICIOS MÁXIMOS= 4500 €

8º Una hamburguesería necesita diariamente un mínimo de 180 kilogramos de carne de cerdo y 120 kilogramos de carne de ternera. Hay dos mataderos A y B que pueden suministrarle la carne requerida pero ha de ser en lotes. El lote del matadero A contiene 6 kilogramos de carne de cerdo y 2 kilogramos de carne de ternera siendo su coste 25 euros y el lote del matadero B contiene 4 kilogramos de carne de cerdo y 3 kilogramos de carne de ternera siendo su coste 35 euros. Determinar, justificando la respuesta:

- El número de lotes que debe adquirir la hamburguesería en cada matadero con objeto de garantizar sus necesidades diarias con el mínimo coste.
- El valor de dicho coste diario mínimo.

$x = \text{n}^\circ \text{ lotes matadero A}; y = \text{n}^\circ \text{ lotes matadero B}$

Minimizar $z = 25x + 35y$

sujeta a las restricciones:

$$6x + 4y \geq 180$$

$$2x + 3y \geq 120$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x=30$ lotes A; $y=0$ lotes B; COSTE MÍNIMO: 750 €

9º/ Una tienda de artículos de piel necesita para su próxima campaña un mínimo de 80 bolsos, 120 pares de zapatos y 90 cazadoras. Se abastece de los artículos en dos talleres: A y B. El taller A produce diariamente 4 bolsos, 12 pares de zapatos y 2 cazadoras con un coste diario de 360 euros. La producción diaria del taller B es de 2 bolsos, 2 pares de zapatos y 6 cazadoras siendo su coste de 400 euros cada día. Determinar, justificando la respuesta:

- El número de días que debe trabajar cada taller para abastecer a la tienda con el mínimo coste.
- El valor de dicho coste mínimo.

$x = n^\circ$ días taller A; $y = n^\circ$ días taller B

Minimizar $z = 360x + 400y$

sujeta a las restricciones:

$$4x + 2y \geq 80$$

$$12x + 2y \geq 120$$

$$2x + 6y \geq 90$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x = 15$ días taller A; $y = 10$ días taller B; COSTE MÍNIMO: 9400 €

10º/ Una empresa fabricante de automóviles produce dos modelos A y B en dos fábricas situadas en Cáceres y Badajoz. La fábrica de Cáceres produce diariamente 6 modelos del tipo A y 4 del tipo B con un coste de 32000 euros diarios y la fábrica de Badajoz produce diariamente 4 modelos del tipo A y 4 del tipo B con un coste de 24000 euros diarios. Sabiendo que la fábrica de Cáceres no puede funcionar más de 50 días y que para abastecer el mercado del automóvil se han de poner a la venta al menos 360 modelos del tipo A y 300 modelos el tipo B determinar, justificando la respuesta:

- El número de días que debe funcionar cada fábrica con objeto de que el coste total sea mínimo.
- El valor de dicho coste mínimo.

$X = n^\circ$ días fabrica Cáceres; $y = n^\circ$ días fábrica Badajoz

Minimizar $z = 32000x + 24000y$

sujeta a las restricciones:

$$6x + 4y \geq 360$$

$$4x + 4y \geq 300$$

$$x \leq 50$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

SOLUCIÓN ÓPTIMA: $x = 30$ días fábrica Cáceres; $y = 45$ días fábrica Badajoz;
COSTE MÍNIMO: 20400000 €