3 Se tienen 9,50 en monedas de 5 céntimos, de 10 céntimos y de 50 céntimos. El número de monedas de 10 céntimos excede en 9 unidades el número de monedas de 50 céntimos, y por cada 3 monedas de 10 céntimos se tienen 4 de 5 céntimos.

¿Cuántas monedas se tienen de cada valor?

Resolución

Llamamos:

$x \to$ número de monedas de 5 céntimos

$y \to$ número de monedas de 10 céntimos

$z \to$ número de monedas de 50 céntimos

$$\begin{cases} 5x + 10y + 50z = 950 \\ y = z + 9 \\ \dfrac{y}{3} = \dfrac{x}{4} \end{cases} \to \begin{cases} x + 2y + 10z = 190 \\ y - z = 9 \\ -3x + 4y = 0 \end{cases}$$

Resolvemos aplicando el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ -3 & 4 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{(3.ª) - 3 \cdot (1.ª)}]{\substack{(1.ª) \\ (2.ª)}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 10 & 30 & 570 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{(3.ª) : 10}]{\substack{(1.ª) \\ (2.ª)}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 1 & 3 & 57 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{(3.ª) - (2.ª)}]{\substack{(1.ª) \\ (2.ª)}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 4 & 48 \end{array}\right)$$

$4z = 48 \to z = 12$

$y - z = 9 \to y - 12 = 9 \to y = 21$

$x + 2y + 10z = 190 \to x + 42 + 120 = 190 \to x = 28$

Se tienen 28 monedas de 5 céntimos, 21 monedas de 10 céntimos y 12 monedas de 50 céntimos.

4 El propietario de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por un importe total de 3 000 euros (sin impuestos), siendo el valor de los refrescos igual al valor conjunto de la cerveza y el vino. Tras añadir los impuestos, la factura asciende a 3 260 euros.

Halla el valor inicial de cada una de las bebidas, sabiendo que los impuestos sobre los refrescos, la cerveza y el vino eran el 6%, el 10% y el 14%, respectivamente.

Resolución

Llamamos:

$x \to$ valor de los refrescos

$y \to$ valor de la cerveza

$z \to$ valor del vino

$$\begin{cases} x + y + z = 3\,000 \\ x = y + z \\ 1{,}06x + 1{,}1y + 1{,}14z = 3\,260 \end{cases} \to \begin{cases} x + y + z = 3\,000 \\ x - y - z = 0 \\ 1{,}06x + 1{,}1y + 1{,}14z = 3\,260 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3\,000 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1{,}06 & 1{,}1 & 1{,}14 & 3\,260 \end{array}\right) \xrightarrow{\begin{array}{l}(1.^a)\\(2.^a)-(1.^a)\\(3.^a)-1{,}06\cdot(1.^a)\end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3\,000 \\ 0 & -2 & -2 & -3\,000 \\ 0 & 0{,}04 & 0{,}08 & 80 \end{array}\right) \xrightarrow{\begin{array}{l}(1.^a)\\(2.^a):2\\25\cdot(3.^a)\end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3\,000 \\ 0 & 1 & 1 & 1\,500 \\ 0 & 1 & 2 & 2\,000 \end{array}\right) \xrightarrow{\begin{array}{l}(1.^a)\\(2.^a)\\(3.^a)-(2.^a)\end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3\,000 \\ 0 & 1 & 1 & 1\,500 \\ 0 & 0 & 1 & 500 \end{array}\right)$$

$z = 500$ euros

$y + z = 1\,500 \;\rightarrow\; y = 1\,000$ euros

$x + y + z = 3\,000 \;\rightarrow\; x = 1\,500$ euros

Los refrescos cuestan 1 500 euros; la cerveza, 1 000 euros, y el vino, 500 euros.

5 **Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que:**

A) El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas.

B) El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más el 60% de las de terror representan la mitad del total de películas.

C) Hay 100 películas más del oeste que de infantiles. Halla el número de películas de cada tipo.

Resolución

Llamamos:

$x \;\rightarrow$ n.º de películas infantiles; $y \;\rightarrow$ n.º de películas del oeste americano; $z \;\rightarrow$ n.º de películas de terror

$$\begin{cases} \dfrac{60}{100}x + \dfrac{50}{100}y = \dfrac{30}{100}(x + y + z) \\[2mm] \dfrac{20}{100}x + \dfrac{60}{100}y + \dfrac{60}{100}z = \dfrac{1}{2}(x + y + z) \\[2mm] y = x + 100 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} 6x + 5y = 3x + 3y + 3z \\ 2x + 6y + 6z = 5x + 5y + 5z \\ y = x + 100 \end{cases} \;\rightarrow\; \begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ -3x + y + z = 0 \\ y = x + 100 \end{cases}$$ Sustituimos la 3.ª ecuación en las dos primeras:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2(x + 100) - 3z = 0 \\ -3z + x + 100 + z = 0 \end{array}\right\} \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} 5x - 3z = -200 \\ -2x + z = -100 \end{array}\right\} \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} 5x - 3z = -200 \\ -6x + 3z = -300 \end{array}\right\}$$

$-x = -500 \;\rightarrow\; x = 500$

$y = 600$

$-1\,000 + z = -100 \;\rightarrow\; z = 900$

Hay 500 películas infantiles, 600 del oeste americano y 900 de terror.

6 **La edad, en años, de Juan es el doble que la suma de las edades de sus dos hijos: Pedro y Luis. A su vez, Pedro es 3 años mayor que Luis. Si, dentro de 10 años, la edad del padre sobrepasa en 11 años a la suma de las edades de los hijos:**

a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Determina la edad de cada uno de ellos.

Resolución

Llamamos:

$x \rightarrow$ edad de Juan; $y \rightarrow$ edad de Pedro; $z \rightarrow$ edad de Luis

a) Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 2\,(y + z) \\ y = z + 3 \\ x + 10 = 11 + (y + 10) + (z + 10) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2z \\ -3x + y + z = 0 \\ x - y - z = 21 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema. Sustituimos la 2.ª ecuación en la 1.ª y en la 3.ª:

$$\left.\begin{array}{l} x = 2(z + 3) + 2z \\ x - (z + 3) - z = 21 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 4z + 6 \\ x - 2z = 24 \end{array}\right\}$$

$4z + 6 - 2z = 24 \rightarrow 2z = 18 \rightarrow z = 9$

$x = 4z + 6 \rightarrow x = 42$

$y = z + 3 \rightarrow y = 12$

Juan tiene 42 años; Pedro, 12 años, y Luis, 9 años.

7 **Tres hermanos tienen edades diferentes, pero saben que la suma de las edades de los tres hermanos es de 37 años, y la suma de la edad del mayor más el doble de la edad del mediano más el triple de la edad del pequeño es de 69 años.**

a) Expresa las edades de los tres hermanos en función de la edad de hermano menor.

b) ¿Es posible que el hermano pequeño tenga 5 años? ¿Y 12 años? Razona la respuesta.

c) Calcula la edad de los tres hermanos.

Resolución

a) Llamamos:

$x \rightarrow$ edad del mayor

$y \rightarrow$ edad del mediano

$z \rightarrow$ edad del pequeño

El enunciado del problema se traduce en el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 37 \\ x + 2y + 3z = 69 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x + y = 37 - z \\ x + 2y = 69 - 3z \end{array}\right\}$$

aplicando el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 37 - z \\ 1 & 2 & 69 - 3z \end{array}\right) \xrightarrow[\text{(2.ª) – (1.ª)}]{\text{(1.ª)}} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 37 - z \\ 0 & 1 & 32 - 2z \end{array}\right)$$

Por tanto:

$y = 32 - 2z$

$x + y = 37 - z \;\rightarrow\; x = 37 - z - 32 + 2z \;\rightarrow\; x = 5 + z$

b) • Si $z = 5 \;\rightarrow\; x = 10$ e $y = 22$

No es posible que el mediano tenga 22 años si el mayor tiene 10.

• Si $z = 12 \;\rightarrow\; x = 17$ e $y = 8$

No es posible que el mediano tenga 8 años si el menor tiene 12.

c) El sistema es *compatible indeterminado*. Para que se cumpla el enunciado debe ser:

$$5 + z > 32 - 2z > z \;\rightarrow\; \left.\begin{cases} 5 + z > 32 - 2z \;\rightarrow\; z > 9 \\ 32 - 2z > z \longrightarrow z < \dfrac{32}{3} \end{cases}\right\} \; 9 < z < \frac{32}{2}$$

Como las soluciones deben ser números enteros, tiene que ser:

$z = 10 \;\rightarrow\; x = 15$ e $y = 12$

El mayor tiene 15 años, 12 el mediano y 10 el pequeño.