EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
PROGRAMACIÓN LINEAL

2008

1. Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 26 kg de mantequilla para hacer dos tipos de tartas, A y B. Para hacer una hornada de tartas del tipo A se necesitan 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla, mientras que para hacer una hornada de tartas del tipo B se necesitan 6 kg de harina, 0.5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Sabiendo que el beneficio que se obtiene al vender una hornada del tipo A es de 20 € y de 30 € al vender una hornada del tipo B, determine cuántas hornadas de cada tipo debe hacer y vender para maximizar sus beneficios.

2. Un nutricionista informa a un individuo que, en cualquier tratamiento que siga, no debe ingerir diariamente más de 240 mg de hierro ni más de 200 mg de vitamina B. Para ello están disponibles píldoras de dos marcas, P y Q. Cada píldora de la marca P contiene 40 mg de hierro y 10 mg de vitamina B, y cuesta 6 céntimos de euro; cada píldora de la marca Q contiene 10 mg de hierro y 20 mg de vitamina B, y cuesta 8 céntimos de euro. Entre los distintos tratamientos, ¿cuál sería el de máximo coste diario?

3. a) Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones:

$$2x + y \leq 6;\ 4x + y \leq 10; -x + y \leq 3;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

y determine sus vértices.

b) Calcule el máximo de la función $\mathrm{F}(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

4. Un joyero fabrica dos modelos de anillos. El modelo A se hace con 1 gramo de oro y 1.5 gramos de plata. El modelo B lleva 1.5 gramos de oro y 1 gramo de plata. El joyero sólo dispone de 750 gramos de cada metal y piensa fabricar, al menos, 150 anillos del tipo B que ya tiene encargados. Sabiendo que el beneficio de un anillo del tipo A es de 50€ y del tipo B es de 70 €, ¿cuántos anillos ha de fabricar de cada tipo para obtener el beneficio máximo y cuál será éste?

5. De las restricciones que deben cumplir las variables x e y en un problema de programación lineal se deduce el siguiente conjunto de inecuaciones:

$$2y - x \leq 8;\ x + y \geq 13; y + 4x \leq 49;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

a) Represente gráficamente el recinto determinado por estas inecuaciones.

b) Determine los vértices del recinto.

c) Obtenga los valores extremos de la función $\mathrm{F}(x, y) = 3x - 4y + 12$ en ese recinto e indique en qué punto o puntos se alcanza cada extremo.

6. Una empresa produce botellas de leche entera y de leche desnatada y tiene una capacidad de producción máxima de 6000 botellas al día. Las condiciones de la empresa obligan a que la producción de botellas de leche desnatada sea, al menos, la quinta parte de las de leche entera y, como máximo, el triple de la misma. El beneficio de la empresa por botella de leche entera es de 20 céntimos y por botella de leche desnatada es de 32 céntimos. Suponiendo que se

vende toda la producción, determine la cantidad de botellas de cada tipo que proporciona un beneficio máximo y el importe de este beneficio.

2007

7. Un Ayuntamiento concede licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B. Para ello la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros, siendo el coste de construcción de la vivienda de tipo A de 100000€ y la de tipo B 300000€. Si el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20000€ y por una de tipo B a 40000€, ¿cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener un beneficio máximo?

8. Consideramos el recinto del plano limitado por las siguientes inecuaciones:

$$y - x \leq 4;\ y + 2\mathrm{x} \geq 7;\ -2\mathrm{x} - y + 13 \geq 0;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

a) Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) Halle en qué puntos de ese recinto alcanza los valores máximo y mínimo la función $F(x, y) = 4x + 2y - 1$.

9. De un problema de programación lineal se deducen las siguientes restricciones:

$$4x + 3y \geq 60;\ y \leq 30;\ x \leq \frac{10 + y}{2};\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región factible del problema y calcule sus vértices.

b) Maximice en esa región factible la función objetivo $F(x, y) = x + 3y$

c) ¿Pertenece el punto $(11, 10)$ a la región factible?

10. Una empresa fabrica lunas para coches. Cada luna delantera requiere 2.5 m^2 de cristal, mientras que cada luna trasera requiere 2 m^2. La producción de una luna delantera precisa 0.3 horas de máquina de corte y cada luna trasera 0.2 horas. La empresa dispone de 1750 m^2 de cristal por semana y 260 horas semanales de máquina de corte. Para adaptarse a la demanda habitual, la empresa fabrica siempre, como mínimo, el doble de lunas delanteras que de lunas traseras. Determine cuántas lunas de cada tipo debe fabricar semanalmente la empresa para que el número total de lunas sea máximo.

11. La candidatura de un determinado grupo político para las elecciones municipales debe cumplir los siguientes requisitos: el número total de componentes de la candidatura debe estar comprendido entre 6 y 18 y el número de hombres (x) no debe exceder del doble del número de mujeres (y).

a) Represente el recinto asociado a estas restricciones y calcule sus vértices.

b) ¿Cuál es el mayor número de hombres que puede tener una candidatura que cumpla esas condiciones?

12. Una fábrica produce bombillas de bajo consumo que vende a 1 euro cada una, y focos halógenos que vende a 1.5€. La capacidad máxima de fabricación es de 1000 unidades, entre bombillas y focos, si bien no se pueden fabricar más de 800 bombillas ni más de 600 focos. Se sabe que la fábrica vende todo lo que produce. Determine cuántas bombillas y cuántos focos debe producir para obtener los máximos ingresos posibles y cuáles serían éstos.

2006

13. Una imprenta local edita periódicos y revistas. Para cada periódico necesita un cartucho de tinta negra y otro de color, y para cada revista uno de tinta negra y dos de color. Si sólo dispone de 800 cartuchos de tinta negra y 1100 de color, y si no puede imprimir más de 400 revistas, ¿cuánto dinero podrá ingresar como máximo, si vende cada periódico a 0.9€ y cada revista a 1.2€?

14. a) Represente gráficamente el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x \geq 3(\mathrm{y}-3);\ 2x+3y \leq 36; x \leq 15;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

b) Calcule los vértices del recinto.

c) Obtenga el valor máximo de la función $F(x,y)=8x+12y$ en este recinto e indique dónde se alcanza.

15. a) Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x \geq 0;\ y \geq 0;\ -x+2\mathrm{y} \leq 6;\ x+\mathrm{y} \leq 6;\ \mathrm{x} \leq 4$$

b) Calcule el máximo de la función $F(x,y)=2x+2y+1$ en la región anterior e indique dónde se alcanza.

16. Un laboratorio farmacéutico vende dos preparados, A y B, a razón de 40 y 20€ el kg, respectivamente. Su producción máxima es de 1000 kg de cada preparado. Si su producción total no puede superar los 1700 kg, ¿cuál es la producción que maximiza sus ingresos? Calcule dichos ingresos máximos.

17. Sea la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3} \geq 1; -x+2y \geq 0;\ y \leq 2$$

a) Represente gráficamente dicha región y calcule sus vértices.

b) Determine en qué puntos la función $F(x,y)=3x-6y+4$ alcanza sus valores extremos y cuáles son éstos

18. Se considera el recinto definido por las inecuaciones

$$\mathrm{y}-\mathrm{x} \leq 4;\ \mathrm{x}-\mathrm{y} \leq 4; x+\mathrm{y} \leq 12;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

a) Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) Dada la función objetivo $F(x,y)=\frac{2}{3}x-\frac{4}{5}y$ determine los valores máximo y mínimo de F y los puntos del recinto donde se alcanzan.

2005

19. a) Dibuje el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$\mathrm{x}-\mathrm{y} \leq 1;\ \mathrm{x}+2\mathrm{y} \geq 7; x \geq 0;\ y \leq 5$$

b) Determine los vértices de este recinto.

c) ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x,y)=2x+4y-5$ y en qué puntos alcanza dichos valores?

20. Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$2x - 3y \leq 6;\ x \geq 2y - 4; x + y \leq 8;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

a) Dibuje la región que definen y calcule sus vértices.

b) Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x, y) = 2x + 3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores.

21. El estadio del Mediterráneo, construido para la celebración de los "Juegos Mediterráneos Almería 2005", tiene una capacidad de 20000 espectadores. Para la asistencia a estos juegos se han establecido las siguientes normas: El número de adultos no debe superar al doble del número de niños; el número de adultos menos el número de niños no será superior a 5000. Si el precio de la entrada de niño es de 10€ y la de adulto 15€ ¿cuál es la composición de espectadores que proporciona mayores ingresos? ¿A cuánto ascenderán esos ingresos?

22. Sea el sistema de inecuaciones siguiente:

$$x + y \leq 600;\ x \leq 500; y \leq 3x;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

a) Represente gráficamente el conjunto de soluciones del sistema y calcule sus vértices.

b) Halle el punto del recinto anterior en el que la función $F(x, y) = 38x + 27y$ alcanza su valor máximo.

23. Una empresa monta dos tipos de ordenadores: fijos y portátiles. La empresa puede montar como máximo 10 fijos y 15 portátiles a la semana, y dispone de 160 horas de trabajo a la semana. Se sabe que el montaje de un fijo requiere 4 horas de trabajo, y reporta un beneficio de 100€, mientras que cada portátil necesita 10 horas de trabajo y genera un beneficio de 150€. Calcule el número de ordenadores de cada tipo que deben montarse semanalmente para que el beneficio sea máximo, y obtenga dicho beneficio

2004

24. Una fábrica produce dos tipos de relojes: de pulsera, que vende a 90€ la unidad, y de bolsillo, que vende a 120€ cada uno. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000 relojes, pero no puede fabricar más de 800 de pulsera ni más de 600 de bolsillo. ¿Cuántos relojes de cada tipo debe producir para obtener el máximo ingreso? ¿Cuál sería dicho ingreso?

25. Una pastelería elabora dos tipos de trufas, dulces y amargas. Cada trufa dulce lleva 20 g de cacao, 20 g de nata y 30 g de azúcar y se vende a 1 euro la unidad. Cada trufa amarga lleva 100 g de cacao, 20 g de nata y 15 g de azúcar y se vende a 1.3€ la unidad. En un día, la pastelería sólo dispone de 30 kg de cacao, 8 kg de nata y 10.5 kg de azúcar. Sabiendo que vende todo lo que elabora, calcule cuántas trufas de cada tipo deben elaborarse ese día, para maximizar los ingresos, y determine dichos ingresos.

26. Sabemos que el precio del kilo de tomates es la mitad que el del kilo de carne. Además, el precio del kilo de gambas es el doble que el de carne. Si pagamos 18€ por 3 kilos de tomates, 1 kilo de carne y 250 gramos de gambas, ¿cuánto pagaríamos por 2 kilos de carne, 1 kilo de tomates y 500 gramos de gambas?

27. a) Los vértices de un polígono convexo son $(1, 1), (3, 1/2), (8/3, 5/2), (7/3, 3)$ y $(0, 5/3)$. Calcule el máximo de la función objetivo $F(x, y) = 3x - 2y + 4$ en la región delimitada por

dicho polígono.

b)Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$x + 2y \geq 6;\ x - y \leq 1; y \leq 5;\ x \geq 0;\ y \geq 0$$

y determine sus vértices.

2003

28. Una empresa gana 150€ por cada Tm de escayola producida y 100€ por cada Tm de yeso. La producción diaria debe ser como mínimo de 30 Tm de escayola y 30 Tm de yeso. La cantidad de yeso no puede superar en más de 60 Tm a la de escayola. El triple de la cantidad de escayola, más la cantidad de yeso, no puede superar 420 Tm. Calcule la cantidad diaria que debe producirse de cada material, para obtener la máxima ganancia y determine dicha ganancia.

29. Una empresa fabrica sofás de dos tipos, A y B, por los que obtiene un beneficio, por unidad, de 1500 y 2000€, respectivamente. Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B, por semana, y además, el número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B. ¿Cuántas unidades de cada tipo se deben fabricar semanalmente para obtener beneficio máximo, si no se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente?

30. Una piscifactoría vende gambas y langostinos a 10 y 15€ el kg, respectivamente. La producción máxima mensual es de una tonelada de cada producto y la producción mínima mensual es de 100 kg de cada uno. Si la producción total es, a lo sumo, de 1700 kg al mes, ¿cuál es la producción que maximiza los ingresos mensuales? Calcule estos ingresos máximos.

2002

31. Una fábrica de muebles dispone de 600 kg de madera para fabricar librerías de 1 y de 3 estantes. Se sabe que son necesarios 4 kg de madera para fabricar una librería de 1 estante, siendo su precio de venta 20€; para fabricar una librería de 3 estantes se necesitan 8 kg de madera y el precio de venta de ésta es 35€. Calcule el número de librerías de cada tipo que se deben fabricar para obtener el máximo ingreso, sabiendo que, por falta de otros materiales, no se pueden fabricar más de 120 librerías de 1 estante, ni tampoco más de 70 de 3 estantes

32. Una persona desea adelgazar. En la farmacia le ofrecen dos compuestos A y B para que tome una mezcla de ambos en la comida, con las siguientes condiciones:

    No debe tomar más de 150 g de la mezcla, ni menos de 50 g.

    La cantidad de A debe ser mayor o igual que la de B.

    No debe incluir más de 100 g del compuesto A.

    Se sabe que cada 100 g de A contienen 30 mg de vitaminas y cada 100 g de B contienen 20 mg de vitaminas.

    a) Formule matemáticamente el conjunto de restricciones, dibuje la región factible y determine sus vértices.

    b) ¿Cuántos gramos debe tomar de cada compuesto para obtener el preparado más rico en vitaminas?

33. Un ahorrador dispone de 10000€ para invertir en fondos de dos tipos: A ó B. La inversión en

fondos A debe superar los 5000€ y, además, ésta debe doblar, al menos, la inversión en fondos B. La rentabilidad del pasado año de los fondos A ha sido del 2.7 % y la de los B ha sido del 6.3%. Suponiendo que la rentabilidad continúe siendo la misma, determine la inversión que obtenga el máximo beneficio. Calcule este beneficio.

34. Una empresa pastelera dispone semanalmente de 160 kg de azúcar y de 240 kg de almendra para hacer tortas de almendra y tabletas de turrón. Se necesitan 150 g de almendra y 50 g de azúcar para hacer una torta de almendra y 100 g de almendra y 100 g de azúcar para cada tableta de turrón. El beneficio neto por la venta de cada torta es 1.75€, y por cada tableta de turrón es de 1 euro. Determine cuántas tortas de almendra y cuántas tabletas de turrón han de elaborarse para obtener la máxima ganancia. ¿Cuál es el beneficio máximo semanal?

35. Una fábrica produce dos tipos de juguetes, muñecas y coches teledirigidos. La fábrica puede producir, como máximo, 200 muñecas y 300 coches. La empresa dispone de 1800 horas de trabajo para fabricar los juguetes y sabe que la producción de cada muñeca necesita 3 horas de trabajo y reporta un beneficio de 10€, mientras que la de cada coche necesita 6 horas de trabajo y reporta un beneficio de 15€. Calcule el número de muñecas y de coches que han de fabricarse para que el beneficio global de la producción sea máximo y obtenga dicho beneficio

<u>2001</u>

36. Cierta sala de espectáculos tiene una capacidad máxima de 1500 personas, entre adultos y niños; el número de niños asistentes no puede superar los 600. El precio de la entrada a una sesión de un adulto es de 800 pts, mientras que la de un niño es de un 40 % menos. El número de adultos no puede superar al doble del número de niños. Cumpliendo las condiciones anteriores, ¿cuál es la cantidad máxima que se puede recaudar por la venta de entradas? ¿Cuántas de las entradas serán de niños?

37. Se quiere organizar un puente aéreo entre dos ciudades, con plazas suficientes de pasaje y carga, para transportar 1600 personas y 96 toneladas de equipaje. Los aviones disponibles son de dos tipos: 11 del tipo A y 8 del tipo B. La contratación de un avión del tipo A cuesta 4 millones de pts y puede transportar 200 personas y 6 toneladas de equipaje; la contratación de uno del tipo B cuesta 1 millón de pts y puede transportar 100 personas y 15 toneladas de equipaje. ¿Cuántos aviones de cada tipo deben utilizarse para que el coste sea mínimo?

38. Para fabricar 2 tipos de cable, A y B, que se venderán a 150 y 100 pts el metro, respectivamente, se emplean 16 Kg de plástico y 4 Kg de cobre para cada Hm (hectómetro) del tipo A y 6 Kg de plástico y 12 Kg de cobre para cada Hm del tipo B. Sabiendo que la longitud de cable fabricado del tipo B no puede ser mayor que el doble de la del tipo A y que, además, no pueden emplearse más de 252 Kg de plástico ni más de 168 Kg de cobre, determine la longitud, en Hm, de cada tipo de cable que debe fabricarse para que la cantidad de dinero obtenida en su venta sea máxima