

LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. RESUELTOS

En una ciudad se han elegido al azar 730 habitantes. ¿Cuál es la probabilidad de que 4 de ellos hayan nacido el 21 de mayo?

RESOLUCIÓN apartado (a)

Encuadrando el problema:

La variable en estudio es una variable aleatoria discreta definida como:

X: "número de habitantes que han nacido el 21 de mayo"

Esta distribución se ajusta a una distribución binomial, definida por los parámetros:

n = 730

Éxito → p = 1/365

Fracaso → q = 364/365

Distribución binomial **B(730, 1/365)**

RESOLUCIÓN apartado a

La variable toma los valores $X = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 730$ con probabilidades:

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r \cdot (1 - p)^{n-r}$$

$$P(X = 4) = \binom{730}{4} \left(\frac{1}{365}\right)^4 \cdot \left(\frac{364}{365}\right)^{726} = 0.09$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

La probabilidad de que 4 de ellos hayan nacido el 21 de mayo es 0.09

Lanzamos un dado 20 veces.

(a) Calcular la probabilidad de obtener 8 veces un resultado mayor o igual a 5.

(b) Calcular la probabilidad de obtener más de 6 veces pero menos de 10 veces, un 6.

(c) Número medio de veces que se obtiene un resultado par.

Apartado (a) : encuadrando el problema

La variable en estudio es una variable aleatoria discreta definida como:

X ≡ "nº de veces que un resultado es mayor o igual a 5, de entre 20"

Esta distribución se ajusta a una distribución binomial, definida por los parámetros:

n = 20

Éxito → p = 2/6 = 1/3

Fracaso → q = 2/3

Distribución Binomial **B(20, 1/3)**

RESOLUCIÓN apartado a

$$P(X = 8) = \binom{20}{8} \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12} = 0.1480$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

La probabilidad de obtener 8 veces un resultado mayor o igual a 5 es 0.1480.

Apartado (b) : encuadrando el problema

La variable en estudio es una variable aleatoria discreta definida como:

X ≡ "nº de veces que salga el 6, de entre 20"

Esta distribución se ajusta a una distribución Binomial, definida por los parámetros:

n = 20

Éxito → p = 1/6

Fracaso → q = 5/6

Distribución binomial **B(20, 1/6)**

RESOLUCIÓN apartado b

$$P(6 < X < 10) = P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9)$$

$$P(X = 7) = \binom{20}{7} \left(\frac{1}{6}\right)^7 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{13} = 0.0258$$

$$P(X = 8) = \binom{20}{8} \left(\frac{1}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{12} = 8.41 \cdot 10^{-3}$$

$$P(X = 9) = \binom{20}{9} \left(\frac{1}{6}\right)^9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{11} = 2.24 \cdot 10^{-3}$$

$$P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9) = 0.03645$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

La probabilidad de obtener más de 6 veces pero menos de 10 veces un 6 al lanzar 20 dados es 0.03645.

Apartado (c): encuadrando el problema

La variable en estudio es una variable aleatoria discreta definida como:

$$X \equiv \text{"nº de veces que salga par, de entre 20"}$$

Esta distribución se ajusta a una distribución binomial, definida por los parámetros:

$$n = 20$$

$$\text{Éxito} \rightarrow p = 3/6 = 0.5$$

$$\text{Fracaso} \rightarrow q = 0.5$$

Distribución binomial **B(20, 0.5)**

Número medio de veces que se obtiene un resultado par:

$$E(x) = n \cdot p = 20 \cdot 0.5 = 10$$

Se espera que 10 veces se obtenga un número par.

En una manzana de casas hay 10 aparcamientos. En cada aparcamiento puede encontrarse o no un automóvil con independencia de lo que ocurra en los otros. Si la probabilidad de que un aparcamiento esté ocupado es de 0.4, se pide:

(a) Identificar y describir este modelo de probabilidad.

(b) Calcular la probabilidad de que en cierto día se encuentren 8 automóviles aparcados.

18/28

Apartado (a): encuadrando el problema

La variable en estudio es una variable aleatoria discreta definida como:

$$X \equiv \text{"nº de automóviles aparcados, de entre 10"}$$

Esta distribución se ajusta a una distribución binomial, definida por los parámetros:

$$n = 10$$

$$\text{Éxito} \rightarrow p = 0.4$$

$$\text{Fracaso} \rightarrow q = 0.6$$

Distribución Binomial **B(10, 0.4)**

La variable toma los valores $X = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 10$ con probabilidades:

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r \cdot (1 - p)^{n-r}$$

RESOLUCIÓN apartado (b)

$$P(X = 8) = \binom{10}{8} 0.4^8 \cdot 0.6^2 = 0.0106$$

La probabilidad de que en cierto día se encuentren exactamente 8 automóviles aparcados es **0.0106**