1. Dada la siguiente función, calcular, por la definición, la derivada que se indica:

1. $f(x) = 2x^2-1$; $f'(-1)$ **2.** $f(x) = \sqrt{x}$; $f'(0)$ **3.** $f(x) = \ln x$; $f'(3)$ **4.** $f(x) = |x-1|$; $f'(0)$

5. $f(x) = \begin{cases} x+1 \ , & x< 0 \\ x \ , & x\geq 0 \end{cases}$; $f'(0)$ **6.** $f(x) = \begin{cases} \text{sen } x \ , & x< 0 \\ x \ , & x\geq 0 \end{cases}$; $f'(0)$

2. Calcular la derivada de la función:

1. $y = (x+1)^3$ **2.** $y = \dfrac{x^2}{2}$ **3.** $y = \dfrac{(2x+1)^2}{2x+3}$ **4.** $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$ **5.** $y = \sqrt{\dfrac{x^2+2}{x+1}}$ **6.** $y = x\sqrt{x}$

7. $y = \ln\sqrt{2x^2+1}$ **8.** $y = \ln\dfrac{x+1}{x+2}$ **9.** $y = \ln^2\left(x^2+2\right)$ **10.** $y = \log_2 2x$

11. $y = e^{2x+1}$ **12.** $y = xe^{x^2+1}$ **13.** $y = 2^{\ln(x+2)}$ **14.** $y = e^x\sqrt{x}$ **15.** $y = \ln\left(e^{2x}+1\right)$

16. $y = \text{sen}\sqrt{2x+5}$ **17.** $y = \cos(x+1)$ **18.** $y = x^2\text{sen}\sqrt{x}$ **19.** $y = \dfrac{\text{sen } x}{x-2}$

20. $y = \cos^2(x+1)^2$ **21.** $y = \text{tg}\sqrt{x}$ **22.** $y = \text{sen } e^x$ **23.** $y = \text{sen}\sqrt{\ln x}$ **24.** $y = e^{\text{sen } x}$

25. $y = \sqrt{\ln \text{sen}^2 x}$ **26.** $y = \text{arcsen } 3x$ **27.** $y = \text{arctg } \ln x$

28. $y = \ln \text{arccos } 2x$ **29.** $y = x^{2x}$ **30.** $y = x^{\text{sen } x}$

3. Calcular la segunda derivada de la función:

1. $y = x^4+2x$ **2.** $y = \text{sen}^2 x$ **3.** $y = \sqrt{2x}$

4. Estudiar la derivabilidad de la función:

1. $f(x) = \left|x^2-4\right|$ **2.** $f(x) = \begin{cases} x \ , & x < 2 \\ x+1 \ , & x \geq 2 \end{cases}$ **3.** $f(x) = \begin{cases} -1 \ , & x = 0 \\ \dfrac{2x(x-3)}{3x^2-9x} \ , & x \notin \{0,3\} \\ \dfrac{2}{3} \ , & x = 3 \end{cases}$

5. Considerar la función $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = |x+3|$
(**1**) Estudiar la derivabilidad de **f**.
(**2**) Dibujar las gráficas de **f** y **f ´**.

6. Se considera la función $\mathbf{f}:[1,+\infty)\to\Re$ definida por $f(x) = |x-2| + \sqrt{x-1}$. Calcular, de manera razonada, su función derivada.

7. Sea $f:(-\pi,\pi)\to\Re$ la función derivable que para $x\neq 0$ verifica $f(x) = \dfrac{\ln\left(1+x^2\right)}{\text{sen } x}$ (siendo lnx el logaritmo neperiano de x).
(**1**) ¿Cuánto vale $f(0)$?
(**2**) ¿Cuánto vale $f'(0)$?

8. Si las afirmaciones que siguen son ciertas, argumentarlas razonadamente; si son falsas, poner un contra ejemplo de ellas:
Si una función f(x) es continua en al punto x=a, entonces:
(**1**) **f** es derivable en el punto x=a.
(**2**) La derivada en x=a debe ser f(a)
(**3**) El $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ no es f(a)

9. Calcular **a** y **b** para que sea derivable la función $f(x) = \begin{cases} x^2 \ , & x < 1 \\ ax+b \ , & x \geq 1 \end{cases}$

10. (**1**) Hallar **a** y **b** para que sea continua la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2+1, & x \le 0 \\ ax+b, & 0 < x < 2 \\ 3x-5, & x \ge 2 \end{cases}$

(**2**) Estudiar la derivabilidad de la función resultante en los puntos **0** y **2**.

11. La función **f** definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-(a+3)x+3a}{x-3}, & \text{si } x \ne 3 \\ 1, & \text{si } x = 3 \end{cases}$ es derivable en toda la recta real.

(**1**) ¿Cuánto vale **a**?

(**2**) Para dicho valor de a, ¿cuánto vale $f'(3)$?

12. (**a**) Determinar el valor de las constantes **a** y **b** sabiendo que la gráfica de la función $f:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \le 0 \\ ax+b & \text{si } x > 0 \end{cases}$ admite recta tangente en el punto (0,1),

(**b**) ¿Existen constantes **c** y **d** para las cuales la gráfica de la función $g:\Re\to\Re$ definida por $g(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \le 0 \\ cx^2+d & \text{si } x > 0 \end{cases}$ admita recta tangente en el punto (0,1)? Justificar la respuesta.

13. De las siguientes afirmaciones, hechas sobre una función $\mathbf{f}:\Re\to\Re$, ¿cuáles DEBEN ser ciertas, PUEDEN ser ciertas en algunas ocasiones o NUNCA son ciertas?:

(**1**) Si $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 1$ y **f** es continua, entonces $f(0) = 1$

(**2**) Si $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x} = 3$, entonces $f'(0) = 3$

(**3**) Si $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x} = 3$, entonces $y = 3x+1$ es la ecuación de la recta tangente a la gráfica de **f** en el punto de abscisa x=0.

14. Hallar la derivada de la siguiente función:

1. $x^2+y^2+2x+2y+xy = 2$

2. $x^3+3y^2-2xy = 4$

15. Calcular las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y = 2x^2-3x-2$ en el punto de abscisa x=2.

16. Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2+y^2 = 4$ en el punto x=1.

17. Si las afirmaciones que siguen son ciertas, argumentarlas razonadamente; si son falsas, poner un contra ejemplo de ellas:

Si la función f(x) es continua en el punto x=a, entonces:

(**1**) Existe $\lim\limits_{x\to a} f(x)$

(**2**) Se puede trazar la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto x=a.

(**3**) El $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ es f(a).

18. Hallar los puntos de la curva $y = x^3-3x+1$ donde la tangente es horizontal.

19. Dada la ecuación de una curva, si se conoce la inclinación de una de sus tangentes, ¿es posible hallar las coordenadas del punto de tangencia? Explicar razonadamente la respuesta y aplicar el método al caso en que la ecuación de la curva sea $y = x^2-6x+8$ y la inclinación de la recta tangente a la curva sea de 45º.

20. Considerar la curva de ecuación $y = x^2-2x+3$

(**1**) Hallar una recta que sea tangente a dicha curva y que forma un ángulo de 45º con el eje de abscisas.

(**2**) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal? En caso afirmativo, hallar la ecuación de dicha recta tangente; en caso negativo, explicar por qué.

21. Sea $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x) = 2x^3-5x^2+2x$.
(**1**) Demuestra que la recta de ecuación $y = -2x+1$ es tangente a la gráfica de la función y halla el punto de tangencia correspondiente.
(**2**) ¿Corta esta recta tangente a dicha gráfica en algún punto distinto al de tangencia?

22. Dada la parábola $y = 2x^2-2x-4$, hallar:
(**1**) Los puntos de la parábola en los que la tangente a la misma pasan por el punto $(1,-6)$.
(**2**) Las ecuaciones de dichas tangentes.

23. Calcular, aplicando la regla de L'Hôpital, el límite:

1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\text{sen}(x-1)}{2x-2}$ **2.** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\text{sen}(x-2)}{x^2-4}$ **3.** $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln x}{x^2-1}$ **4.** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{x+\text{sen}x}$ **5.** $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln x}{x-\sqrt{x}}$ **6.** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\text{sen}^2x}{1-\cos x}$

7. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\left(e^x-1\right)\text{sen}x}{x^3-x^2}$ **8.** $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^{-3x}$

24. Determinar α sabiendo que existe y es finito el límite $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}+\alpha x}{x-\text{sen}(x)}$. Calcular dicho límite.

25. Sea $\mathbf{f}:[-4,2]\to\Re$ la función definida por $f(x) = x^2e^x$.
(**1**) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de **f**.
(**2**) Hallar los máximos y mínimos relativos y absolutos de **f**.

26. Considerar la función $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = \left(3x-2x^2\right)e^x$.
(**1**) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de **f**.
(**2**) Calcular los máximos y mínimos relativos de **f**.

27. Hallar **b** y **c** para que la función $f(x) = x^2+bx+c$ pase por el punto $P(2,0)$ y tenga un mínimo para $x=3$.

28. Determinar una función cuadrática que se anule para $x=8$ y tenga un mínimo en $P(6,-12)$.

29. Determinar **a** para que la función $f(x) = x\cdot e^{ax}$ tenga un máximo para $x=1$.

30. Sea **k** un número real y sea $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ la función definida por $f(x) = \cos(x)+kx$
(**1**) Determinar todos los valores de k para los que la función es creciente en todo su dominio.
(**2**) Para $k = 1$ hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función **f** en el punto de abscisa $x=0$.

31. El número de bacterias en un cultivo experimental en un instante **t** es: $N(t) = 1000\left(25+te^{\frac{-t}{20}}\right)$, para $0 \le t \le 100$. ¿Cuánto valen el máximo y el mínimo número de bacterias y en que instante se alcanzan, respectivamente, dichos valores?

32. La capacidad de concentración de una saltadora de altura en una reunión atlética de tres horas de duración viene dada por la función $\mathbf{f}:[0,3]\to\Re$ definida por $f(t) = 300t(3-t)$, donde **t** mide el tiempo en horas.
(**1**) Calcular los intervalos en los cuales la capacidad de concentración aumenta y los intervalos en los que disminuye. ¿Cuándo es nula?
(**2**) ¿Cuál es el mejor momento, en términos de su capacidad de concentración, para que la saltadora pueda batir su propia marca?

33. La población de una colonia de aves evoluciona con el tiempo **t**, medido en años, según la función $\mathbf{P}:[2,12]\to\Re$ dada por
$$P(t) = \begin{cases} 10+(t-6)^2 & , \text{ si } 2 \le t \le 10 \\ 28-2^{t-9} & , \text{ si } 10 < t \le 12 \end{cases}$$
(**1**) Representa gráficamente la función **P** e indica en qué períodos de tiempo crece o decrece la población.
(**2**) Indica los instantes en los que la población alcanza los valores máximo y mínimo

(**3**) Si la población evoluciona a partir de t=12 con la misma función que para $10<t\leq 12$, ¿llegaría a extinguirse? Justifica la respuesta, dando, en caso afirmativo, el instante de la extinción.

34. La función $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ alcanza un mínimo relativo en un punto x=a. Se sabe que $f'(a)=4$ y que $g'(a)=2$. ¿Puedes obtener una expresión de la ordenada de la función h(x) en el punto **a**?

35. Explicar si puede ocurrir que una función tenga un punto en el que su derivada sea cero y la función no representeen él ni un máximo ni mínimo local. En caso afirmativo, poner un ejemplo.

36. Si una función **f** tiene un mínimo en x=a, explica si tiene también un mínimo en dicho punto la función $\mathbf{f}^{\mathbf{2}}$.

37. De una función se sabe que es continua y derivable en todos los números reales, que tiene un máximo en el punto (1,3), un mínimo en (4,1), y que no tiene ninguno más. Con estas condiciones, cada una de las siguientes afirmaciones puede ser cierta, falsa o posible. Indícalo en cada caso, justificándolo:
(**1**) $y'>0$ para todos los números negativos.
(**2**) $y'<0$ para cualquier $x>2$.
(**3**) $y''>0$ para todo número de un entorno de 1.
(**4**) $y''=0$ en algún punto $x>4$.
(**5**) $y''=0$ en algún punto del intervalo (1,4).

38. Sabiendo que una función polinómica de tercer grado tiene un máximo en M(-1,1) y un mínimo en N(2,-2), hallar la función y su punto de inflexión.

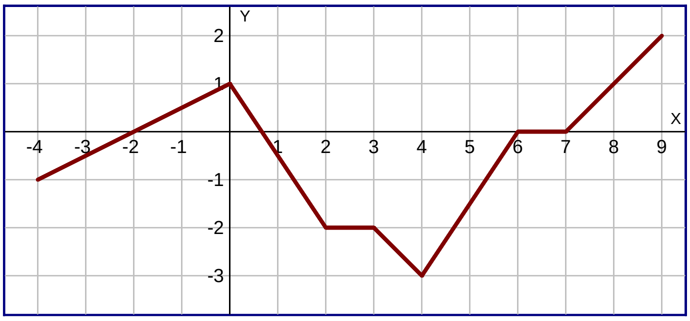
39. Determinar una función polinómica de tercer grado, sabiendo que pasa por P(3,22) y Q(2,11) y tiene un punto de inflexión en I(1,6).

40. ¿Es cierto que una función polinómica de tercer grado tiene un punto de inflexión? Razonar la respuesta e ilustrarla con un ejemplo.

41. Dada la función $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ definida por $f(x)=x^3-6x^2+2x$, hallar la ecuación de la recta tangente a su gráfica en su punto de inflexión.

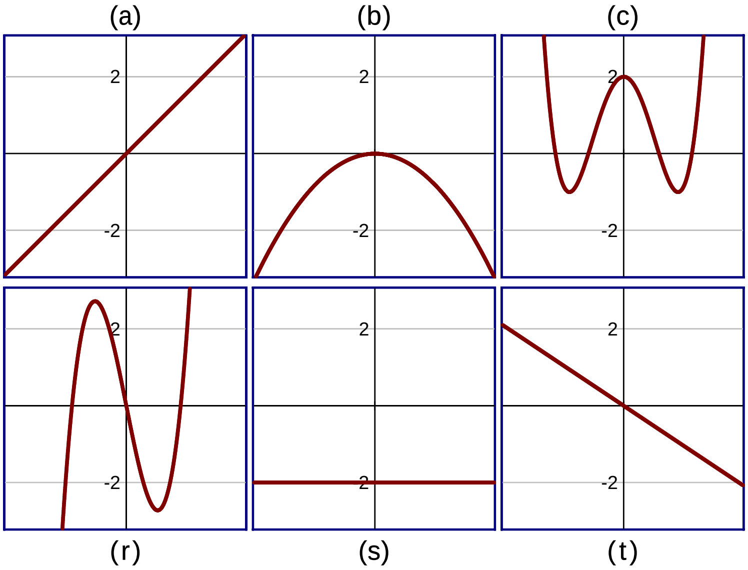
42. Sea $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ la función dada por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Calcular **a**, **b**, **c** y **d** sabiendo que la gráfica de f tiene un punto de inflexión en Q(-1,3) y que la tangente a dicha gráfica en el punto M(0,1) es horizontal.

43. La gráfica de la función derivada de una función $\mathbf{f}:[-4,9]\to\Re$ es:

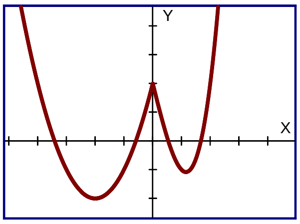


Responde a las siguientes preguntas de manera razonada:
(**1**) ¿Dónde es **f** creciente, dónde es decreciente y donde es constante?
(**2**) ¿Dónde tiene **f**, si los tiene, sus máximos locales, sus mínimos lo cales y sus puntos de inflexión?

44. Las gráficas (a), (b) y (c) corresponden, respectivamente, a tres funciones derivables f, g y h ¿Podrían representar las gráficas (r), (s) o (t) a las gráficas de f ´, g´ o h´ (no necesariamente en ese orden)? Justificar la respuesta en cada caso.

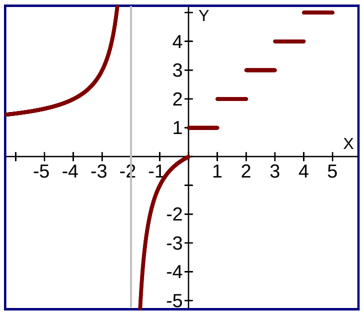


45. Observando la gráfica de la función, hacer un esbozo de la gráfica de su primera y segunda derivada.



46. De una función **f** se sabe que es polinómica de tercer grado, que sus primeras derivadas en los puntos x = 3 y x = -1 son nulas, que f(2) = 5, que f(1) = 2 y que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$. Hacer un esbozo razonado de la gráfica de **f** sin realizar ningún cálculo, a partir de los datos.

47. A partir de la observación de la gráfica de la derecha, se apuntan una serie de conclusiones, unas correctas y otras no. Determinar cuales son verdaderas y cuales falsas, corrigiendo éstas últimas y justificando las respuestas:



(**1**) La recta x = -2 es una asíntota.

(**2**) $\lim_{x \to 4} f(x) = 4$

(**3**) f ´(-5) < 0

(**4**) $\lim_{x \to -2} f(x) = 1$

(**5**) f ´(1) = 0

48. Considera la función **f**:$\Re \to \Re$ definida por $f(x) = e^{\frac{2x}{x^2+1}}$.

(**a**) Calcular las asíntotas de la gráfica de **f**.

(**b**) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos de **f** (puntos donde se obtienen y valor que alcanzan).

49. Considerar la función **f** definida por $f(x) = \dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

(**a**) Calcular las asíntotas de la gráfica de **f**.

(**b**) Estudiar la posición de la gráfica de **f** respecto de sus asíntotas.

50. Calcular las asíntotas de la gráfica de la función **f** definida para $x \neq -1$ por $f(x) = \dfrac{x^2+3x+1}{x+1}$ y estudiar la posición de dicha gráfica con respecto a las asíntotas.

51. Sea **f** la función definida, para $x \neq 1$, por $f(x) = \dfrac{2x^2}{x-1}$.

(**a**) Determinar las asíntotas de la gráfica de **f**.
(**b**) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de **f**.
(**c**) Esbozar la gráfica de **f**.

52. Sea **f** la función definida por $f(x) = \dfrac{9x-3}{x^2-2x}$, para $x \neq 0$ y $x \neq 2$.

(**a**) Calcular las asíntotas de la gráfica de **f**.
(**b**) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de **f**.
(**c**) Con los datos obtenidos, esbozar la gráfica de **f**.

53. Observar que los números naturales 2 y 4 tienen la siguiente propiedad: $2^4 = 4^2$. Para estudiar si existe otro par de número **a** y **b** enteros positivos tales que cumplan $a^b = b^a$, vemos que dicha propiedad es equivalente a:

$$a^b = b^a \Leftrightarrow b \cdot \ln a = a \cdot \ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{a} = \frac{\ln b}{b}$$

(**1**) Estudia la función $y = \dfrac{\ln x}{x}$, para hacer un esbozo de su gráfica.

(**2**) A partir de ella razonar que no puede existir otro par de números naturales que cumplan dicha propiedad.

54. Estudiar, para la siguiente función, (**a**) Dominio, (**b**) Simetrías, (**c**) Cortes con los ejes, (**d**) Asístotas, (**e**)Crecimiento, (**f**) Máximos y mínimos, (**g**) Convexidad, (**h**) Puntos de inflexión e (**i**) Gráfica:

1. $y = 1-2x^2$ **2.** $y = x^3-3x$ **3.** $y = x^3-3x^2$ **4.** $y = x^4-2x^2$ **5.** $y = (x-1)^4$

6. $y = \dfrac{2}{2-x}$ **7.** $y = \dfrac{x+2}{2x+1}$ **8.** $y = \dfrac{x^2-1}{x}$ **9.** $y = \dfrac{1-x^2}{1+2x}$ **10.** $y = \dfrac{4}{x^2+2}$ **11.** $y = \dfrac{x+1}{x^2}$ **12.** $y = \dfrac{x}{x^2-1}$

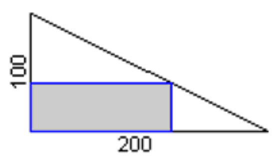
13. $y = \dfrac{x^2+1}{x^2+2}$ **14.** $y = \dfrac{x^2-4}{x^2-1}$ **15.** $y = \dfrac{x^3-4}{x^2}$ **16.** $y = \sqrt{x+1}$ **17.** $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$ **18.** $y = \operatorname{sen}^2 x$ **19.** $y = e^{1-x^2}$

55. De todos los números positivos cuyo producto es 36, encontrar aquellos cuya suma sea mínima.

56. De todos los triángulos isósceles cuyos lados iguales miden 12 cm. hallar el que tiene área máxima.

57. Se toma una cuerda de 5 metros de longitud y se unen los extremos. Entonces podemos construir con ella triángulos isósceles de diferentes medidas. Calcular, de manera razonada, las dimensiones del que tiene mayor área.

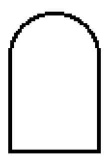
58. Sobre un terreno en forma de triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 100 y 200 m. se quiere construir un edificio de planta rectangular, como se muestra en la figura. Hallar las dimensiones que debe tener dicha planta para que su superficie sea máxima.



59. Aprovechando un río cuya orilla es rectilínea, queremos delimitar una parcela rectangular. Si disponemos de 1200 m. de alambrada, ¿cuáles serán las dimensiones de la máxima parcela que se puede acotar y cuál será su área?

60. Se quiere cercar un terreno rectangular situado junto a una carretera. La valla que está junto al camino cuesta 8€ el metro y la de los otros lados a 4€ el metro. Hallar el área del mayor campo que puede cercarse con un presupuesto de 1500€.

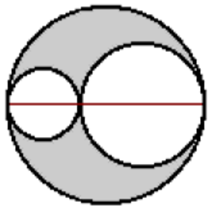
61. Determinar las dimensiones de una puerta formada por un rectágulo y un semicírculo (como en la figura), sabiendo que es la que tiene perímetro mínimo entre las que tienen área igual a 2 m^2.



62. Calcular razonadamente las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en una circunferencia de radio 2.

63. Un hilo de alambre de 1 m. de longitud se corta en dos trozos formando con uno una circunferencia y con el otro un cuadrado. Probar que la suma de las áreas es mínima cuando el lado del cuadrado es el doble del radio de la circunferencia.

64. Dada una circunferencia de radio **r**, se divide en uno de sus diámetros en dos partes que se toman como diámetros de dos circunferencias tangentes interiores a la circunferencia dada. ¿Qué longitud debe tener cada uno de esos diámetros para que sea máxima el área de la región comprendida entre las circunferencias interiores y la exterior (la región sombreada)?



65. Un agricultor calcula que si la recolección de un producto la efectúa hoy, obtendría 120 Tm. y podría venderlo a150€ por Tm., mientras que si espera algún tiempo, la cosecha aumentaría a razón de 20 Tm. por semana y el precio disminuiría en 15€ pot Tm. y semana. Calcular la época de venta, al objeto de obtener el máximo beneficio.

66. A las 10 de la mañana un barco A está situado a 130 millas al este de otro barco B. El barco A navega hacia el oestea 20 nudos (millas/hora) y el B hacia el sur a 30 nudos. ¿A qué hora será mínima la distancia entre ambos barcos?

67. En la orilla de un río de 100 m. de ancho está situada una planta eléctrica y en la orilla opuesta y a 500 m. río arriba se ha construido una fábrica. Sabiendo que el río es rectilíneo entre la planta eléctrica y la fábrica, que el tendido de cables sobre tierra cuesta 12€ el metro y que el tendido de cables sobre el agua cuesta 20€ el metro, ¿cuál es la longitud del tendido más económico posible entre la planta eléctrica y la fábrica?

68. Dos pueblos A y B distan 6 y 9 km. de la orilla de un río, cuyo cauce se considera rectilíneo, y se desea construir mancomunadamente un depósito de agua a la orilla del río para abastecer ambos pueblos, que distan entre sí 25 km. En que punto de la orilla se debe construir el depósito para que la longitud de la tubería sea mínima.

69. En un cartón cuadrado de 12´96 dm^2, hallar el lado del cuadrado que hay que cortar en sus esquinas con objeto de formar una caja de volumen máximo.

70. Se necesita construir un depósito cilíndrico cerrado de chapa con capacidad de 10,000 litros. Determinar sus dimensiones para que el gasto sea mínimo.

71. Una fábrica de cerveza decide lanzar al mercado latas de cerveza de forma cilíndrica y de 1/4 litro de capacidad. ¿Qué dimensiones debe dar a las mismas para que la cantidad de hojalata necesaria sea mínima?

72. Se quiere construir un depósito cilíndrico abierto de 3 m^3 de capacidad. La chapa para hacer la base cuesta 3€ elm^2 y la chapa de la pared lateral cuesta 1€ el m^2. Calcular las dimensiones más económicas.

73. Considerar la función $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ definida por $f(x) = 3x-2$. Calcular el punto de la gráfica de **f** más cercano al punto (2,6) y calcular también el más alejado.

74. Calcular de manera razonada los puntos de la curva $y^2 = 6x$ cuya distancia al punto (4,0) sea mínima.

75. Considerar la curva de ecuación $y = x\sqrt{x}$ $(x\geq 0)$.

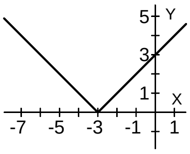
(**1**) ¿Cuál es el punto de la curva más cercano al punto $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$?

(**2**) Deduce de forma razonada si existe o no un punto en la curva que sea el que está más lejos de P.

Soluciones

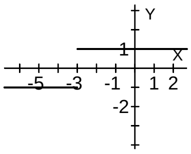
1.1. -4 **1.2.** No **1.3.** $\frac{1}{3}$ **1.4.** -1 **1.5.** No **1.6.** 1 **2.1.** $3(x+1)^2$ **2.2.** x **2.3.** $\frac{8x^2+16x+10}{(2x+3)^2}$ **2.4.** $\frac{x-1}{2x\sqrt{x}}$ **2.5.** $\frac{x^2+2x-2}{2(x+1)^2\sqrt{\frac{x^2+2}{x+1}}}$ **2.6.** $\frac{3\sqrt{x}}{2}$

2.7. $\frac{2x}{2x^2+1}$ **2.8.** $\frac{1}{(x+1)(x+2)}$ **2.9.** $\frac{4x\cdot\ln\left(x^2+2\right)}{x^2+2}$ **2.10.** $\frac{1}{x\cdot\ln 2}$ **2.11.** $2e^{2x+1}$ **2.12.** $e^{x^2+1}\left(2x^2+1\right)$ **2.13.** $\frac{2^{\ln(x+2)}\cdot\ln 2}{x+2}$ **2.14.** $\frac{e^x(2x+1)}{2\sqrt{x}}$ **2.15.** $\frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$ **2.16.** $\frac{\cos\sqrt{2x+5}}{\sqrt{2x+5}}$ **2.17.** $-\text{sen}(x+1)$ **2.18.** $2x\cdot\text{sen}\sqrt{x}+\frac{x^2\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ **2.19.** $\frac{(x-2)\cos x - \text{sen } x}{(x-2)^2}$ **2.20.** $-2(x+1)\cdot\text{sen } 2(x+1)^2$ **2.21.** $\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}$ **2.22.** $e^x\cdot\cos e^x$ **2.23.** $\frac{\cos\sqrt{\ln x}}{2x\sqrt{\ln x}}$ **2.24.** $e^{\text{sen } x}\cos x$ **2.25.** $\frac{\text{sen } 2x}{2\text{sen}^2x\sqrt{\ln \text{sen}^2x}}$ **2.26.** $\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$ **2.27.** $\frac{1}{x\left(1+\ln^2x\right)}$ **2.28.** $\frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}\cdot\text{arc cos } 2x}$ **2.29.** $2x^{2x}(1+\ln x)$ **2.30.** $\left(\cos x\cdot\ln x+\frac{\text{sen } x}{x}\right)x^{\text{sen } x}$ **3.1.** $12x^2$ **3.2.** $2\cdot\cos 2x$ **3.3.** $\frac{1}{x\sqrt{x}}$ **4.1.** $\Re - \{-2,2\}$ **4.2.** $\Re - \{2\}$ **4.3.** $\Re - \{0\}$ **5.** $\Re - \{-3\}$;



f(x)

;

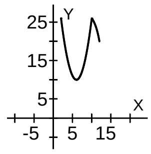


f ´(x)

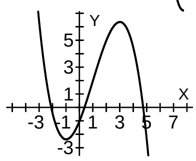
6. $\begin{cases} -1+\frac{1}{2\sqrt{x-1}}, & 1\le x<2 \\ 1+\frac{1}{2\sqrt{x-1}}, & x>2 \end{cases}$ **7.** 0 ; 1 **8.** No, no, no **9.** 2 , -1 **10.** (1) 0 , 1 (2) f ´(0) = 0 , f ´(2) No **11.** 2 ; 1 **12.** (a) -1 , 1 (b) No **14.1.** $\frac{-2x-y-2}{2y+x+2}$ **14.2.** $\frac{2y-3x^2}{6y-2x}$ **15.** $\begin{cases}\text{Tangente: } y = 5x - 10 \\ \text{Normal: } x + 5y - 2 = 0\end{cases}$ **16.** $\begin{cases} x+\sqrt{3}y-4=0 \\ x-\sqrt{3}y-4=0\end{cases}$ **17.** cierto, falso, cierto **18.** (1,-1) y (-1,3) **19.** $\left(\frac{7}{2},\frac{-3}{4}\right)$ **20.** (1) $4x - 4y + 3 = 0$ (2) $y=2$ **21.** (1) (1,-1) (2) $\left(\frac{1}{2},0\right)$ **22.** (1) (0,-4) , (2,0) (2) $y + 2x + 4 = 0$, $y - 6x + 12 = 0$

23.1. $\frac{1}{2}$ **23.2.** $\frac{1}{4}$ **23.3.** $\frac{1}{2}$ **23.4.** $\frac{1}{2}$ **23.5.** 2 **23.6.** 2 **23.7.** -1 **23.8.** 0 **24.** 2 , 2 **25.** $\begin{cases}\text{Creciente en } (-4,-2)\cup(0,2) \\ \text{Decreciente en } (-2,0)\end{cases}$ $\begin{cases}\text{Relativos: Mínimo en } x = 0. \text{ Máximo en } x = -2. \\ \text{Absolutos: Mínimo en } x = 0. \text{ Máximo en } x = 2.\end{cases}$ **26.** $\begin{cases}\text{Creciente en } \left(-\frac{3}{2},1\right) \\ \text{Decreciente en } \left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)\cup(1,+\infty)\end{cases}$ $\begin{cases}\text{máximo en } x = 1 \\ \text{mínimo en } x = -\frac{3}{2}\end{cases}$ **27.** -6 , 8 **28.** $f(x) = 3x^2 - 36x + 96$

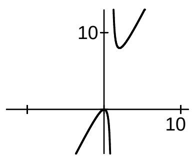
29. -1 **30.** (1) k>senx (2) $y = x+1$ **31.** $\begin{cases}\text{Máximo en } (20{,}32.360) \\ \text{Mínimo en } (0{,}25.000)\end{cases}$ **32.** (1) $\begin{cases}\text{Crece en } \left(0,\frac{3}{2}\right) \\ \text{Es nula para } t=\frac{3}{2} \\ \text{Decrece en } \left(\frac{3}{2},3\right)\end{cases}$; (2) a la hora y media. **33.** (1)



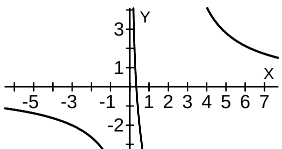
(2) mínimo a los 6 años, máximo a los 2 y 10 años. (3) a los 13 años y 296 días. **34.** h(a) = 2 **36.** $\begin{cases}\text{Si } f(a) > 0 \text{ tiene un mínimo.} \\ \text{Si } f(a) < 0 \text{ tiene un máximo.}\end{cases}$ **37.** cierto, falso, falso, posible, cierto **38.** $f(x)=\frac{2}{9}x^3-\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{2}{9}$; $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ **39.** x^3-3x^2+7x+1 **41.** $10x + y + 2 = 0$ **42.** 1 , 3 , 0 , 1 **43.** creciente en $\left(-2,\frac{3}{2}\right)$ y (7,9) ; constante en (6,7) ; máximo para $x=\frac{2}{3}$; puntos de inflexión en x = 0 y x = 4. **44.** $\begin{cases}\text{Gráfica de f: Ninguna} \\ \text{Gráfica de h: (t)} \\ \text{Gráfica de h: (r)}\end{cases}$ **46.**



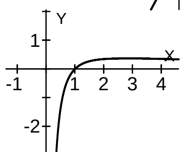
47. cierto, falso, falso, falso, falso **48.** y = 1 ; creciente en [-1,1] ; mínimo en $\left(-1,-\frac{1}{e}\right)$ y máximo en $\left(1,e\right)$ **49.** $\begin{cases}\text{Vertical: } x = 1 \\ \text{Oblícua: } y = x-1\end{cases}$; encima para x > 1 **50.** x = -1 ; y = x+2 ; encima de la asíntota en (-1,+∞) **51.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2x+2\end{cases}$; $\begin{cases}\text{Creciente en } (-\infty,0)\cup(2,+\infty) \\ \text{Decreciente en } (0,2)\end{cases}$;



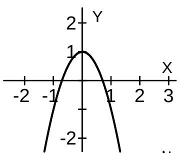
52. $\begin{cases}\text{Asíntota horizontal: } y = 0 \\ \text{Asíntotas verticales: } x = 0 \text{ ; } x = 2\end{cases}$; decreciente en su dominio ;



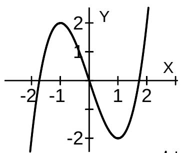
53.



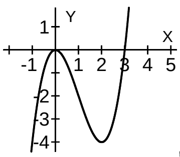
; No **54.1.**



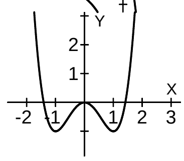
54.2.



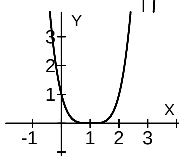
54.3.



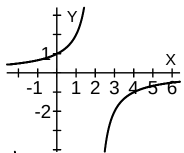
54.4.



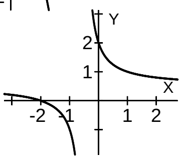
54.5.



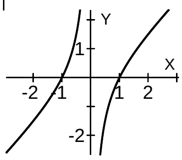
54.6.



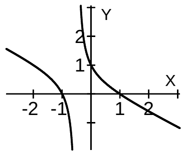
54.7.



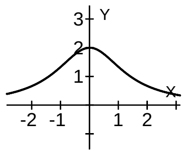
54.8.



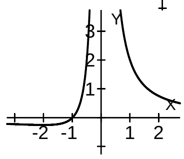
54.9.



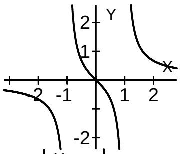
54.10.

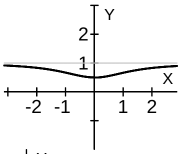


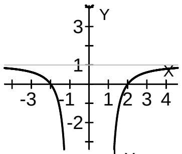
54.11.

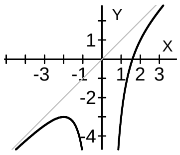


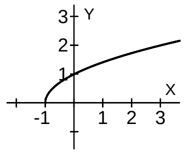
54.12.

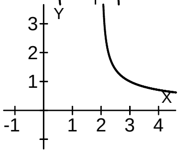


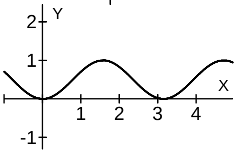
54.13. 

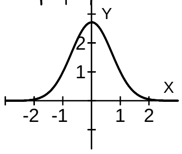
54.14. 

54.15. 

54.16. 

54.17. 

54.18. 

54.19. 

55. 6 y 6 **56.** El que tiene de base $12\sqrt{2}$. **57.** un triángulo equilátero de $\frac{5}{3}$ m. de lado. **58.** 100x50 m. **59.** Lados: 900 m. (la orilla) y 300. Área: 27 Ha. **60.** 3750 m^2 **61.** Base de 1´06 m. y altura de 1´47 m. **62.** Un cuadrado de $2\sqrt{2}$ de lado. **64.** Las dos circunferencias de diámetro r. **65.** Debe esperar 2 semanas. **66.** a las 12 hora **67.** 425 m. sobre tierra y 125 m. sobre agua. **68.** A 9´927 km. de la perpedicular a la orilla del pueblo A **69.** 12 cm. **70.** Radio de la base: 1´17 m. y altura: 2´23 m. **71.** Radio de la base: 3´41 cm. y altura: 6´84 cm. **72.** $\begin{cases}\text{Radio de la base: 68 cm.}\\ \text{Altura: 2´07 m.}\end{cases}$ **73.** $P\left(\frac{13}{5},\frac{29}{5}\right)$; No **74.** $P\left(1,\sqrt{6}\right)$ **75.** $\begin{cases}\text{Punto más cercano: } Q\left(\frac{1}{3},\frac{\sqrt{3}}{9}\right)\\ \text{Punto mas alejado: No existe.}\end{cases}$