1. Dada la siguiente función, calcular, por la definición, la derivada que se indica:

1. $f(x) = x+5$; $f'(2)$ **2.** $f(x)\ x^2-3x+2$; $f'(1)$ **3.** $f(x) = \text{sen } 2x$; $f'(0)$ **4.** $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$; $f'(1)$

5. $f(x) = \begin{cases} x & , x<1 \\ x^2 & , x\geq 1 \end{cases}$; $f'(1)$ **6.** $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x<0 \\ x^3 & , x\geq 0 \end{cases}$; $f'(0)$

2. Calcular la derivada de la función:

1. $y = x^2+2x+1$ **2.** $y = 2x(x-1)^2$ **3.** $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ **4.** $y = \sqrt{x^2+1}$ **5.** $y = \sqrt{\left(x^2+1\right)^3}$

6. $y = \sqrt[3]{2x+1}$ **7.** $y = \ln\left(x^2+1\right)$ **8.** $y = \ln\left(x^2+1\right)^3$ **9.** $y = \sqrt{\ln x^2}$ **10.** $y = x^2\ln^2 x$

11. $y = \dfrac{\ln(x+1)}{\ln(x+2)}$ **12.** $y = e^{2\sqrt{x}}$ **13.** $y = 2^{2x}$ **14.** $y = \sqrt{2^{2x+1}}$ **15.** $y = \dfrac{\ln x}{e^x}$

16. $y = \text{sen}\left(x^2+2\right)$ **17.** $y = \sqrt{\text{sen } x}$ **18.** $y = \text{sen}^2 3x$ **19.** $y = \text{sen}\dfrac{x}{x-2}$ **20.** $y = \dfrac{\text{sen } x}{\sqrt{x}}$

21. $y = \text{sen}2x\cdot\cos 3x$ **22.** $y = \text{ctg}(x+1)^2$ **23.** $y = \cos \ln 2x$ **24.** $y = \ln\sqrt{\cos x}$

25. $y = 2^{x\cdot\cos 2x}$ **26.** $y = \text{tg } 2^{\ln x}$ **27.** $y = \arccos e^x$ **28.** $y = \text{arcsen}\sqrt{2x}$

29. $y = \text{arctg}\sqrt{x}$ **30.** $y = (x+1)^{\ln x}$

3. Calcular la segunda derivada de la función:

1. $y = 2x+3$ **2.** $y = e^{2x}$ **3.** $y = \ln 2x$

4. Dada la función $f(t) = a\cdot\text{sen}(wt)+b\cdot\cos(wt)$, donde **a**, **b** y **w** son constantes no nulas, comprobar que satisface la ecuación $f''(t) + w^2\cdot f(t) = 0$.

5. Estudiar la derivabilidad de la función:

1. $f(x) = |x+2|$ **2.** $f(x) = [x]$ **3.** $f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x<0 \\ x^2 & , \ 0\leq x<1 \\ x & , \quad x\geq 1 \end{cases}$

6. Determinar el dominio y la expresión de la función derivada de cada una de las siguientes funciones:
(**1**) **f**:$\Re\to\Re$ es la función cuya gráfica es la recta que pasa por los puntos P(0,5) y Q(5,0).
(**2**) **g**:$\Re\to\Re$ dada por $g(x) = |x+1|x$.
(**3**) **h**:$\Re\to\Re$ dada por $h(x) = x|x|$.

7. Estudiar la derivabilidad de la función **f**:$(0, +\infty)\to\Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3+x^2} - x & \text{si} \quad 0<x\leq 1 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{x^2}{4} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$. Calcular la función derivada.

8. Considerar la función **f**:$(-\infty,10)\to\Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} a^x-6 & \text{si} \quad x<2 \\ |x-5| & \text{si} \ 2\leq x<10 \end{cases}$
(**a**) Determinar el valor de **a** sabiendo que **f** es continua (y que a>0)
(**b**) Esbozar la gráfica de **f**.
(**c**) Estudiar la derivabilidad de **f**.

9. Sea la función $f(x) = \begin{cases} 3x & , \ x\leq 1 \\ ax^2+b(x-1) & , \ x>1 \end{cases}$
(**1**) ¿Para qué valores de **a** y **b** es continua la función?
(**2**) ¿Para qué valores es derivable?

10. Dada la función $f(x) = \begin{cases} |3-x| \ , & x < 7 \\ ax+4 \ , & 7 \le x < 10 \end{cases}$, determinar:

(**1**) El valor de **a** para que **f** sea continua en x=7.
(**2**) La gráfica de **f**.
(**3**) Dominio y recorrido de **f**.
(**4**) Derivada de **f** en x=7 y x=9.

11. Se sabe que la función **f**:$[0,5]\to\Re$ dada por $f(x) = \begin{cases} ax+bx^2 \ , & \text{si } 0 \le x < 2 \\ c+\sqrt{x-1} \ , & \text{si } 2 \le x \le 5 \end{cases}$ es derivable en el intervalo (0,5) y verifica f(0) = f(5). ¿Cuánto valen **a**, **b** y **c**?

12. Una vía del ferrocarril transcurre por un terreno llano de manera que su trazado coincide con el de la recta y = 1 para $x \le 0$. A partir del punto x=0 su trazado coincide con el de la curva $y = (ax+b)e^{-x}$. Sabiendo que el trazado de la vía admite recta tangente en todos sus puntos, ¿cuánto vale **a** y **b**?

13. Hallar la derivada de la siguiente función:

1. $x^2+y^2 = 1$ **2.** $y^3+xy^2-y = 0$

14. Hallar la ecuación de la tangente a la curva $y = \ln x$ en el punto x=e.

15. Calcular las rectas tangente y normal a la elipse $2x^2+3y^2-3x-4y+2 = 0$ en el punto de tangencia (1,1).

16. Determinar las ecuaciones de la recta tangente y normal a la gráfica de la función f dada por $f(x) = 2xe^x + \dfrac{x^3-2}{x^2+4}$ en el punto de abscisa x=0.

17. Hallar el ángulo que forma con el semieje positivo de abscisas la recta tangente a la curva $y = x^2-6x+7$ en el punto x=3.

18. Determinar en que punto de la curva $y = \dfrac{x}{1-x^2}$ la tangente tiene inclinación de 45º.

19. Dada la parábola de ecuación $y = x^2-2x+5$ y la recta secante a ella por los puntos de abscisa $x_1=1$ y $x_2=3$, hallar la ecuación de la tangente a la parábola que sea paralela a la recta secante dada.

20. Una partícula que se mueve por el plano XOY baja deslizándose a lo largo de la curva de ecuación $y = \sqrt{x^2+9}$. En el punto P(4,5) abandona la curva y sigue la recta tangente a dicha curva.

(**1**) Calcular el punto R del eje OY por el que pasará la partícula.
(**2**) Contestar razonadamente a la siguiente pregunta: ¿Existe algún otro punto Q de la curva tal que la recta tangente a la curva en el punto Q corte al eje OY en el mismo punto R anterior?

21. Sean **f** y **g** las funciones definidas por $f(x) = a+bx^2+x^4$ y $g(x) = c-x^3$. Calcular los valores de **a**, **b** y **c** de manera quelas gráficas de f y g se corten en el punto (1,1) y sean tangentes en dicho punto.

22. Calcular, aplicando la regla de L'Hôpital, el límite:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x+1}{4x^2-2x-2}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\text{sen}2x}{x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x^2+2x}$ **4.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(2x+1)}{\text{sen } x}$ **5.** $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{e^x}{\ln x}$ **6.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\text{tg}x-x}{x-\text{sen}x}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{\ln x}\right)$ **8.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

23. La función **f**:$\Re\to\Re$ dada por $f(x) = \begin{cases} x^2+bx+c \ , & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} \ , & \text{si } x > 0 \end{cases}$ es derivable en el punto x=0. ¿Cuánto valen **b** y **c**?

24. Sea $f:\Re\rightarrow\Re$ la función definida por $f(x) = xe^{x-x^2}$.
(**1**) Hallar los máximos y mínimos relativos de esta función.
(**2**) Calcular $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

25. Una cierta función **h** se define como el cociente de dos funciones derivables **f** y **g**, es decir: $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. En un punto **a** de su dominio la función **h** tiene un mínimo relativo y sabemos que $f'(a) = 6$ y $g'(a) = 2$. ¿Puedes obtener el valor de h(a)? Razona la respuesta.

26. Dada la función **f** definida por $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, estudiar razonadamente: Su dominio, continuidad, derivabilidad, crecimiento y decrecimiento. Con este estudio, ¿es posible conocer sus máximos relativos? ¿Cuáles son?

27. Hallar **b** y **c** para que la función $f(x) = -x^2+bx+c$ tenga un máximo en el punto P(4,2)

28. Determinar una función cuadrática que pasa por P(1,-1), Q(2,-4) y tiene un mínimo en M(3,-5).

29. Sabemos que la temperatura en el interior de una cámara frigorífica viene dada por la expresión $f(t) = at^2+bt+c$, donde **t** representa las horas transcurridas desde que fue conectada a la red eléctrica y **a**, **b** y **c** son constantes reales. Al conectarla, y por efecto del motor, la temperatura interior asciende y alcanza su máximo a los tres cuartos de hora. A partir de ese momento comienza a descender y transcurrida una hora desde su conexión alcanza los cero grados centígrados. A las dos horas de su conexión la temperatura es de -3ºC. A partir de estos datos, determinar razonadamente los valores de **a**, **b** y **c**.

30. Si para el curso académico Ocubre de 1995-Septiembre de 1996 expresamos el tiempo **t** en días, correspondiendo t=0 al día primero de octubre de 1995, el número de horas dedicadas al estudio por un estudiante, de un país lejano, a lo largo del curso y hasta el 30 de mayo sigue la ley:

$$N(t) = (\text{Número de horas que ha estudiado el día } t) = \frac{2}{(91)^2}t^2 - \frac{4}{91}t + 3$$

Sabiendo que febrero de 1996 ha tenido 29 días, se pide:
(**1**) ¿A qué fecha corresponde el día del curso en el que menos ha estudiado y cuántas horas estudió dicho día?
(**2**) ¿En qué fecha de 1996 el número de horas de estudio es igual al de horas de estudio del primer día del curso?

31. La temperatura media en una ciudad andaluza, desde las 12 horas del mediodía hasta la medianoche de un cierto día de agosto, viene dada por la expresión $T(x) = ax^2+bx+c$ en la que x representa el número de horas transcurridas desde el mediodía.
(**1**) Calcular **a**, **b** y **c** sabiendo que a las 5 de la tarde se alcanzó una temperatura máxima de 35ºC y que a las 12 del mediodía se midieron 30ºC.
(**2**) Determina de forma razonada los puntos en los que la función anterior alcanza sus extremos absolutos y relativos.

32. Una compañía de bebidas refrescantes lanza al mercado un nuevo producto. El primer mes, con un precio de lanzamiento de 0´50€ unidad, obtuvo un beneficio de 10 millones de euros. El segundo mes el precio fue de 0´55€ unidad y el beneficio de 11´5 millones. El tercer mes, el precio fue de 0´70€ unidad y el beneficio de 12´1 millones. Ciertos estudios teóricos permiten conocer la relación entre el beneficio y el precio, y en este caso suponemos que el beneficio es una función cuadrática del precio por unidad. Con los datos obtenidos halla dicha función, y el precio para que el beneficio sea máximo.

33. Una partícula se desplaza a lo largo de una curva de ecuación $y = f(x)$ siendo $f:\Re\rightarrow\Re$ la función dada por $f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x < 0 \\ xe^{-x} & , \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$.
(**1**) ¿Hay algún punto en la trayectoria de la particula en el que dicha curva no admite recta tangente?
(**2**) Determina las coordenadas del punto de la trayectoria en el que se alcanza la máxima altura.

(**3**) ¿A qué recta se aproxima la trayectoria cuando $x\to\infty$? Justifica la respuesta.

34. Sea **f**:$(0,+\infty)\to\Re$ la función logaritmo neperiano, $f(x) = Ln(x)$

(**1**) Probar que la función derivada **f ´** es decreciente en todo su dominio.

(**2**) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función **g**:$(0,+\infty)\to\Re$ dada por $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

35. Sea **f**:$\Re\to\Re$ la función dada por $f(x) = \left|8-x^2\right|$.

(**a**) Esbozar la gráfica y halla los extremos relativos de **f** (dónde se alcanzan y cuáles son sus respectivos valores).

(**b**) Calcular los puntos de corte de la gráfica de f con la recta tangente a la misma en el punto de abscisa x = -2.

36. Sabiendo que la función $f(x) = x^3+bx^2+cx+d$ pasa por el punto P(-1,0) y tiene un máximo en M(0,4), hallar la función, el mínimo y el punto de inflexión.

37. Hallar **b**, **c** y **d** en la función $f(x) = x^3+bx^2+cx+d$, sabiendo que pasa por P(0,2) y tiene un punto de inflexión en I(2,-22).

38. Determinar **b** de forma que la función $y = x^4+bx^3+3x^2-15x+3$ tenga un punto de inflexión para x=1.

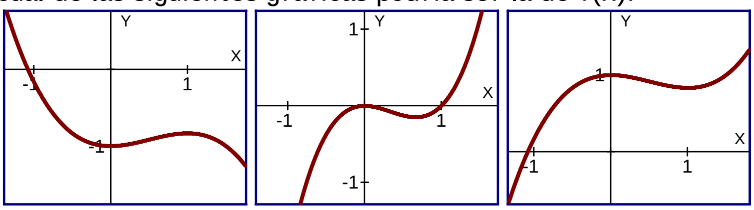
39. Determinar los números reales **m** y **n** para los que la función **f**:$(0,+\infty)\to\Re$, definida por $f(x) = \dfrac{m}{\sqrt{x}} + n\sqrt{x}$, tiene en el punto (1,4) un punto de inflexión.

40. Hallar la pendiente de la tangente a la curva $y = x^3-3x^2+2$ en su punto de inflexión.

41. Se considera la función **f** definida por $f(x) = x^2-6x+8$. ¿Existe algún punto de su gráfica en el que la recta tangente sea paralela a la bisectriz del primer cuadrante? ¿Tiene algún punto de inflexión? Razonar las respuestas y representar gráficamente las dos situaciones.

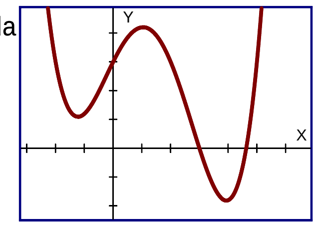
42. Determinar el valor de **a**, **b** y **c** sabiendo que la gráfica de la función f:$\Re\to\Re$ definida por $f(x) = x\left(ax^2+bx+c\right)$ tiene un punto de inflexión en (-2,12) y que en dicho punto la recta tangente tiene por ecuación 10x+y+8 = 0.

43. Si $f\,'(x) = x(x-1)$, justifica cuál de las siguientes gráficas podría ser la de f(x):



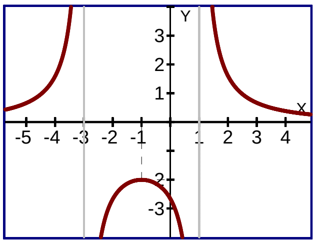
A B C

44. Observando la gráfica de la función, hacer un esbozo de la gráfica de su primera y segunda derivada.



45. Estudiar, de manera razonada, el crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad de la función **f** definida por $f(x) = (x+1)e^{-x}$.

46. Determinar **a**, **b** y **c** para que la curva $y = \dfrac{a}{x^2+bx+c}$ sea la siguiente:



47. Una partícula se mueve a la largo de la gráfica de la curva $y = \dfrac{2x}{1-x^2}$, para $x > 1$.

En el punto $P\left(2\ ,\ -\dfrac{4}{3}\right)$ la abandona y sigue desplazándose a lo largo de la recta tangente a dicha curva.

(**1**) Hallar la ecuación de dicha recta tangente.

(**2**) Si el desplazamiento es de izquierda a derecha, encontrar el punto en el que la partícula corta al eje OX.

(**3**) Si el desplazamiento es de derecha a izquierda, encontrar el punto en el que la partícula encuentra a la asíntota vertical más próxima al punto P.

48. Determinar el valor de la constante **k** sabiendo que la curva de ecuación $y = \dfrac{x^3+kx^2+1}{x^2+1}$ posee una asíntota que pasa por el punto (1,3).

49. La tasa de inflación (**x**) y la tasa de paro (**p**) de un país estan relacionados por $p(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x$ para $0 \le x \le 8$

(**1**) Dibujar la gráfica de p(x) en función de x, deduciendo de ella cuáles son los valores de la tasa de inflación que producen los paros mínimo y máximo.

(**2**) En un época la tasa de inflación era 4. Explica si un aumento de esa tasa en menos de 2 puntos produce aumento o disminución del paro.

50. (**1**) Hallar las asíntotas de la gráfica de la función definida para x>0 por $f(x) = \dfrac{1+x^2}{x}$

(**2**) Hallar las regiones de crecimiento y de decrecimiento de **f** indicando sus máximos y mínimos locales y globales si los hay.

(**3**) Esbozar la gráfica de **f**.

51. Considerar la función **f** definida para $x \neq 0$ por la relación $f(x) = \dfrac{4x^2+3x+4}{x}$.

(**1**) Hallar sus asíntotas.

(**2**) Determinar sus extemos locales.

(**3**) Dibujar la gráfica de **f** indicando su posición respecto a las asíntotas.

52. Se considera la función polinómica definida por $f(x) = x^2+mx+1$.

(**1**) Determinar el valor de **m** para que se cumpla $f(-2) = 8$.

(**2**) Representar su gráfica, indicando máximos y mínimos, crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad.

53. Representar la función $f(x) = 3\text{sen}\dfrac{x}{2}$, indicando razonadamente los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, y concavidad y convexidad.

54. Estudiar, para la siguiente función, (**a**) Dominio, (**b**) Simetrías, (**c**) Cortes con los ejes, (**d**) Asístotas, (**e**)Crecimiento, (**f**) Máximos y mínimos, (**g**) Convexidad, (**h**) Puntos de inflexión e (**i**) Gráfica:

1. $y = x^2-2x+1$ **2.** $y = (2-x)^2$ **3.** $y = x^3$ **4.** $y = x-x^3$ **5.** $y = 3x^4-8x^3+5$

6. $y = \dfrac{1}{x+1}$ **7.** $y = \dfrac{x+1}{x+2}$ **8.** $y = \dfrac{x^2}{x+1}$ **9.** $y = \dfrac{2-x^2}{2+x}$ **10.** $y = \dfrac{1}{x^2}$ **11.** $y = \dfrac{1}{x^2-4}$

12. $y = \dfrac{x}{x^2+1}$ **13.** $y = \dfrac{x}{x^2+2x+1}$ **14.** $y = \dfrac{2x^2-2x+1}{x^2+2x+1}$ **15.** $y = \dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ **16.** $y = \dfrac{x^3}{x^2-2x+1}$

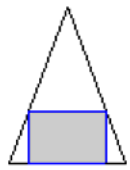
17. $y = \sqrt{x^2-4}$ **18.** $y = 2\cos 2x$ **19.** $y = \mathrm{sen}x+\cos x$ **20.** $y = e^{x-1}$

55. Descomponer el número 18 en dos sumandos tales que su producto sea máximo.

56. De todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 10 cm., hallar las dimensiones del que tiene área máxima.

57. De todos los triángulos isósceles cuyo perímetro es de 30 cm., hallar el de área máxima.

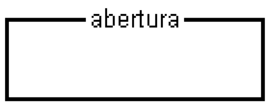
58. Dado un triángulo isósceles de base 8 cm. y altura 5 cm., calcular las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse dentro de dicho triángulo como se indica en la figura.



59. Un espejo rectangular de 10x15 cm. se ha roto por una esquina, desprendiéndose un trozo de forma triangular de 5 cm. de alto y 3 cm. de ancho. Con la parte restante se quiere se quiere formar un nuevo espejo rectangular.Hallarlas dimensiones que debe tener para que el área sea máxima.

60. La cerca de un solar cuesta 5€ el metro lineal, y se desea cercar una superficie rectangular de 25 áreas, con la condición de que le coste sea mínimo. Hallar dicho coste.

61. En un terreno llano se desea acotar una parcela rectangular usando 80 m. de tela metálica para vallarla, pero dejando en uno de sus lados una abertura de 20 m. sin vallar, tal como se muestra en la figura. Hallar las dimensiones de la parcela rectangular de área máxima que puede acotarse de esa manera y el valor de dicha área.



62. En una ventana rectangular se ha sustituido el lado superior por un triángulo equilátero. Su perímetro total es de 4 m. ¿Qué dimensiones deben elegirse para que la cantidad de luz que penetre sea máxima?

63. El perímetro de un rectángulo es de 4 m. Sus lados se sustituyen por semicircunferencias exteriores. Hallar el área mínima de la figura formada.

64. Se tiene un alambre de 1 m. de longitud y se desea dividirlo en dos trozos para formar con ellos un círculo y un cuadrado. Determinar la longitud que se ha de dar a cada trozo para que la suma de ambas áreas sea mínima.

65. En un triángulo isósceles ABC, el lado desigual AB mide 2a y la altura correspondiente a ese lado mide h. Determinar un punto P sobre la altura mencionada de forma que la suma de las distancias desde P hasta los tres vértices sea mínima.

66. Una compañía aérea ofrece vuelos para grupos de estudiantes con las siguientes condiciones: Para organizar unvuelo, el número mínimo de pasajeros debe ser 80, los cuales pagarían 210€ cada uno. Sin embargo esta tarifa sereduce en 1€ por cada viajero que exceda el número de 80. Suponiendo que la capacidad de cada avión es de 105pasajeros y que el coste para la compañía es de 100€ por plaza ocupada, ¿qué número de pasajeros ofrecen elmáximo y el mínimo de beneficio para la compañía?

67. En una empresa se ha observado que si el precio de un artículo se fija en 0'10€, se venden 100.000 unidades diarias, pero por cada 0´01€ que aumente el precio, disminuye su venta diaria en 10.000 unidades. Por otra parte, la fabricación de dicho artículo supone un coste de 0´04€. Calcular el precio de venta de dicho artículo para obtener el máximo beneficio.

68. Un barco A se encuentra a 9 km. de un punto B de la costa. En la costa, a 16 km. de B, hay un puesto militar. Un marinero debe llevar un mensaje a dicho puesto y va, en bote, a la velocidad de 4 km/h. y, andando, a 5 km/h. ¿A qué distancia del puesto debe desembarcar para que el tiempo empleado sea mínimo?

69. Los lados de una hoja de carton de forma rectangular miden 4 y 2 m. respectivamente. Cortar en sus esquinas 4 cuadrados iguales, con objeto de formar una caja de volumen máximo.

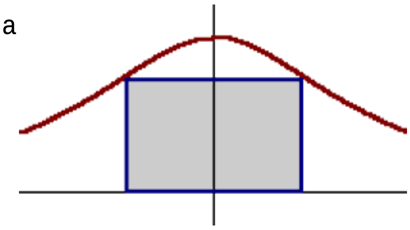
70. Se desea contruir una caja abierta de base cuadrada y de 108 litros de capacidad. Elegir las dimensiones, con objeto de que sea mínima la superficie empleada.

71. El volumen de un cilindro es de 128 dm^3. Calcular el radio que debe tener su base para que el área total sea mínima.

72. Se quiere construir un envase cerrado con forma de cilindro cuya área total (incluyendo las tapas) sea 900 cm^2. ¿Cuáles deben ser el radio de la base y la altura para que el volumen del envase sea lo más grande posible? ¿Cuánto vale ese volumen máximo?

73. (**1**) Si el precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su peso, demostrar que siempre se pierde valor al partirlo en dos trozos.
(**2**) Como se puede suponer, puede partirse en dos trozos con diferentes pesos de múltiples formas. Determinar la partición que origina la máxima pérdida de valor. Razonar la respuesta.

74. De todos los rectángulos inscritos, como indica la figura, entre la gráfica de la función $\mathbf{f}:\Re\to\Re$ dada por $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ y el eje OX, hallar el de mayor área.



75. (**1**) Hallar un punto P de la gráfica de la función **f** definida, para $x > -3$, por $f(x) = \sqrt{2x+6}$ que está más próximo al origen de coordenadas.
(**2**) Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de **f** en P.

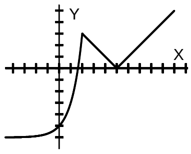
76. Desde la tierra, que suponemos situada en el origen de coordenadas del plano, se observa un objeto que sigue una trayectoria de exuación $xy = 16$ (donde las distancias se miden en años-luz). ¿Cuáles son las coordenadas del punto de la trayectoria cuya distancia a la tierra es mínima y cuánto vale dicha distancia?

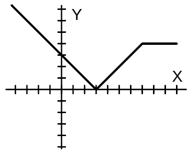
77. Dos partículas A y B se mueven en el plano XOY. En cada instante de tiempo **t** las posiciones de las partículas son, respectivamente, $A\left(\dfrac{1}{2}(t-1)\ ,\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}(1-t)\right)$ y $B(2-t,0)$. Determinar el instante t_0 en el que las partículas están más próximas entre sí y a qué distancia se hallan una de otra en ese instante.

78. Dada la función $\mathbf{f}:[1,e]\to\Re$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{x} + Ln(x)$ (donde Ln(x) es el logaritmo neperiano de x), determinar cuál de las rectas tangentes a la gráfica de **f** tiene la máxima pendiente.

— Soluciones —

1.1. 1 **1.2.** -1 **1.3.** 2 **1.4.** -3 **1.5.** No **1.6.** 0 **2.1.** $2x+2$ **2.2.** $2(x-1)(3x-1)$ **2.3.** $\dfrac{-3}{(x-2)^2}$ **2.4.** $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ **2.5.** $3x\sqrt{x^2+1}$ **2.6.** $\dfrac{2}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}}$ **2.7.** $\dfrac{2x}{x^2+1}$ **2.8.** $\dfrac{6x}{x^2+1}$ **2.9.** $\dfrac{1}{x\sqrt{\ln x^2}}$ **2.10.** $2x\cdot\ln x(\ln x+1)$ **2.11.** $\dfrac{(x+2)\ln(x+2)-(x+1)\ln(x+1)}{(x+1)(x+2)\ln^2(x+2)}$ **2.12.** $\dfrac{e^{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ **2.13.** $2^{2x}\cdot 2\ln 2$ **2.14.** $\sqrt{2^{2x+1}}\cdot\ln 2$ **2.15.** $\dfrac{1 - x\cdot\ln x}{xe^x}$ **2.16.** $2x\cdot\cos\left(x^2+2\right)$ **2.17.** $\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\text{sen } x}}$ **2.18.** $3\cdot\text{sen } 6x$ **2.19.** $\dfrac{-2\cdot\cos\frac{x}{x-2}}{(x-2)^2}$ **2.20.** $\dfrac{2x\cdot\cos x - \text{sen } x}{2x\sqrt{x}}$ **2.21.** $2\cdot\cos 2x\cdot\cos 3x - 3\cdot\text{sen}2x\cdot\text{sen}3x$ **2.22.** $\dfrac{-2(x+1)}{\text{sen}^2(x+1)^2}$ **2.23.** $\dfrac{-\text{sen} \ln 2x}{x}$ **2.24.** $-\dfrac{\text{tg } x}{2}$ **2.25.** $(\cos 2x - 2x\cdot\text{sen } 2x)2^{x\cdot\cos 2x}\cdot\ln 2$ **2.26.** $\dfrac{2^{\ln x}\cdot\ln 2}{x\cdot\cos^2 2^{\ln x}}$ **2.27.** $\dfrac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ **2.28.** $\dfrac{1}{\sqrt{2x(1 - 2x)}}$ **2.29.** $\dfrac{1}{2(x+1)\sqrt{x}}$ **2.30.** $\left(\dfrac{\ln(x+1)}{x} + \dfrac{\ln x}{x+1}\right)(x+1)^{\ln x}$ **3.1.** 0 **3.2.** $4e^{2x}$ **3.3.** $\dfrac{-1}{x^2}$ **5.1.** $\Re$ - {-2} **5.2.** $\Re$ - {k/k∈Z} **5.3.** $\Re$ - {1} **6.** (1) $\Re$.

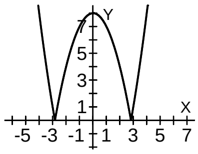
f ´(x) = -1 ; (2) $\Re$. $g'(x) = \begin{cases} -2x-1 & , x < -1 \\ 2x+1 & , x > -1 \end{cases}$; (3) $\Re$. $h'(x) = \begin{cases} -2x & , x < 0 \\ 2x & , x \geq 0 \end{cases}$ **7.** $\Re - \{1\}$; $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{3+x^2}} - 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ -\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{x}{2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ **8.** 3 ; 

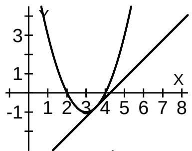
; $\Re - \{2,5\}$ **9.** (1) a = 3 ; (2) a = 3, b = -3 **10.** 0 ; 

; D: $(-\infty,10)$. R: $[0,+\infty)$; No, 0 **11.** $-\frac{7}{2}$; 1 ; -4 **12.** 1 ; 1 **13.1.** $-\frac{x}{y}$

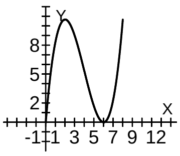
13.2. $-\dfrac{y^2}{3y^2-2xy-1}$ **14.** x - ey = 0 **15.** $\begin{cases} \text{Tangente: } x + 2y - 3 = 0 \\ \text{Normal: } 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$ **16.** $\begin{cases} \text{Tangente: } 4x - 2y - 1 = 0 \\ \text{Normal: } x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$ **17.** 0º **18.** (0,0) , $\left(\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(-\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

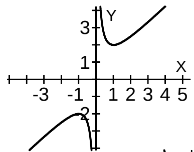
19. y = 2x+1 **20.** $R\left(0, \frac{9}{5}\right)$, Q(-4,5) **21.** $f(x) = \frac{7}{2} - \frac{7}{2}x^2 + x^4$; $g(x) = 2-x^3$ **22.1.** $\frac{1}{6}$ **22.2.** 2 **22.3.** $\frac{1}{2}$ **22.4.** 2 **22.5.** $+\infty$ **22.6.** 2 **22.7.** $\frac{1}{2}$

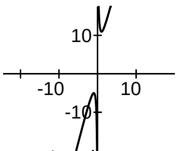
22.8. $\frac{1}{2}$ **23.** $\frac{-1}{2}$, 1 **24.** (1) Máximo en x = 1. Mínimo en x = $-\frac{1}{2}$ (2) 0 **25.** h(a) = 3 **26.** $\begin{cases} \text{creciente en } (-1,1) \\ \text{decreciente en } (-\infty,-1)\cup(1,+\infty) \end{cases}$ $\begin{cases} \text{mínimo en } x = -1 \\ \text{máximo en } x = 1 \end{cases}$ **27.** 8 , -14 **28.** $f(x) = x^2 - 6x + 4$ **29.** -2 , 3 , -1 **30.** (1) 1 hora, el 31 de diciembre de 1995. (2) el 31 de marzo de 1996. **31.** (1) $-\frac{1}{5}$, 2 , 30 ; (2) máximo (35º) a las 5 de la tarde y el mínimo (25.2º) a la 12 de la noche. **32.** $\begin{cases} B(p) = -130.000.000p^2 + 166.500.000p - 40.750.000 \\ \text{Máximo: } 0´64€ \end{cases}$ **33.** (1) en el 0 ; (2) $\left(1, \frac{1}{e}\right)$; (3) y = 0 **34.** creciente en (0,e) **35.** 

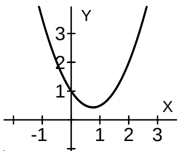
; $\begin{cases} \text{Máximo } (0,8). \\ \text{Mínimos en } (-2\sqrt{2},0) \text{ y } (2\sqrt{2},0) \end{cases}$; $\begin{cases} (-2,4) \\ (2+2\sqrt{6}, 20+8\sqrt{6}) \\ (2-2\sqrt{6}, 20-8\sqrt{6}) \end{cases}$ **36.** f(x) = x^3-3x^2+4 ; (2,0) ; (1,2) **37.** -6 , -4 , 2 **38.** -3 **39.** 1 , 3 **40.** -3 **41.** $\left(\frac{7}{2}, -\frac{3}{4}\right)$; 

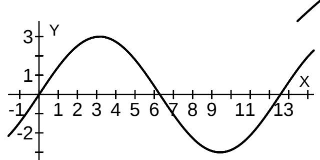
42. 1 , 6 , 2 **43.** la C **45.** creciente en $(-\infty,0)$; convexa en $(1,+\infty)$ **46.** 8 ; 2 ; -3 **47.** 10x - 9y - 32 = 0 ; Corta al eje OX en $\left(\frac{16}{5}, 0\right)$; Corta a la asíntota x = 1 en el punto $\left(1, -\frac{22}{9}\right)$

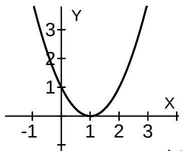
48. 2 **49.** (1) 

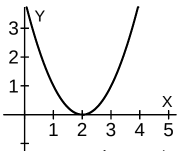
(2) Disminución **50.** (1) x = 0 ; y = x (2) creciente en $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ (3) 

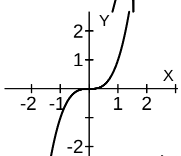
51. (1) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 4x+3 \end{cases}$; (2) $\begin{cases} \text{Máximo: } x = -1 \\ \text{Mínimo: } x = 1 \end{cases}$; (3) 

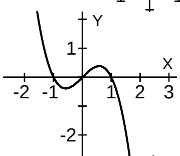
52. $-\frac{3}{2}$; 

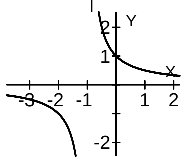
53. 

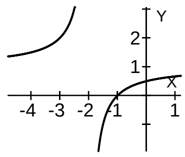
54.1. 

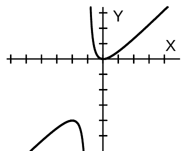
54.2. 

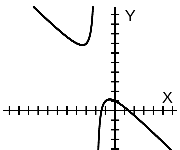
54.3. 

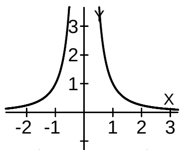
54.4. 

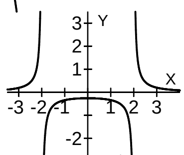
54.6. 

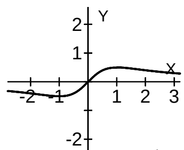
54.7. 

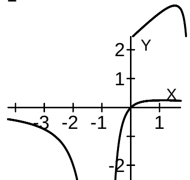
54.8. 

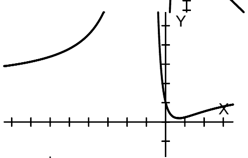
54.9. 

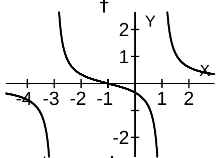
54.10. 

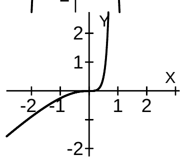
54.11. 

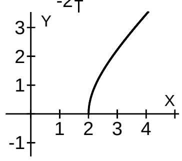
54.12. 

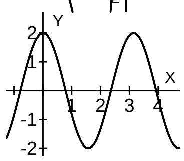
54.13. 

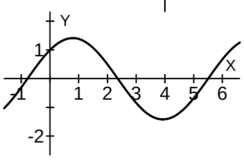
54.14. 

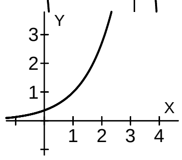
54.15. 

54.16. 

54.17. 

54.18. 

54.19. 

54.20. 

55. 9 y 9. **56.** 5 y 5. **57.** un triángulo equilátero de 10 cm. de lado **58.** Base 4 cm. y altura 2´5 cm. **59.** 8x13´33 cm. **60.** un cuadrado de 50 m. de lado. **61.** Un cuadrado de 25 m. de lado. Área = 625 m^2. **62.** Base: 94 cm., altura: 59 cm **63.** un cuadrado de 1 cm. de lado **64.** Para el círculo 44 cm. y para el cuadrado 56 cm **65.** a una distancia $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ de la base **66.**

$\begin{cases}\text{Máximo beneficio con 95 pasajeros.}\\ \text{Mínimo beneficio con 80 pasajeros.}\end{cases}$ **67.** 0´12€ **68.** a 4 km. del puesto. **69.** 42 cm **70.** 6 dm de lado de la base y 3 dm. de altura. **71.** 2´73 dm. **72.** $\begin{cases}\text{Radio de la base y altura: } \sqrt{\dfrac{225}{\pi}}\ (\approx 8´46)\text{ cm.}\\ \text{Volumen: } 225\sqrt{\dfrac{225}{\pi}}\ (\approx 1904´14)\text{ cm}^3\end{cases}$ **73.** En dos trozos iguales. **74.** Base 2 y altura 0´5. **75.** $P\left(1,\sqrt{6}\right)$; $x - 2y + 3 = 0$ **76.** $\begin{cases}\text{Puntos: } P(4,4) \text{ y } Q(-4-4)\\ \text{Distancia: } 4\sqrt{2}\end{cases}$ **77.** $t_0 = \dfrac{3}{2}$. Distancia: $\dfrac{1}{2}$ **78.** $y = \dfrac{1}{4}x + \ln 2$