1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $A+2B-C^t$; b) $(A+B)C$; c) $AB+2C$; d) $(A-B)(A+C)$

2. Resuelve el sistema $\left.\begin{matrix} 2X+Y=A \\ 4X-3Y=B \end{matrix}\right\}$, sabiendo que X y Y son matrices de dimensión 2x3 y $A = \begin{pmatrix} -1 & 8 & 7 \\ -3 & 6 & 12 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 13 & -4 & -21 \\ -11 & 12 & 14 \end{pmatrix}$.

3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, se pide (I matriz identidad 3x3):

a) Calcula $(A-I)^2$.

b) Usando el apartado antrerior, halla A^4.

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible, un valor de λ para que la matriz $(A-\lambda I)^2$ sea la matriz nula.

5. Calcula A^n, siendo:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **2.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **3.** $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ **4.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **5.** $A = \begin{pmatrix} 19 & -8 & -1 \\ 49 & -21 & -3 \\ -46 & 19 & 2 \end{pmatrix}$

6. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ -3 & -4 & 1 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$, calcula A^2, A^3 y A^{428}.

7. Calcula A^{125}, siendo:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **2.** $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$ **3.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

8. Resuelve la ecuación matricial: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$, siendo $abc \neq 0$.

9. Halla una matriz B sabiendo que su primera fila es $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ y que verifica $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, siendo $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. ¿Es B la inversa de A?

10. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Comprueba que se verifica $A^2-2A+I = O$, siendo I y O las matrices identidad y nula de orden 3.

b) Usando la relación anterior, calcula razonadamente A^{-1} y A^4.

11. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ encuentra una matriz simétrica P no singular tal que $B = P^{-1}AP$.

12. Calcula el valor del determinante:

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \end{vmatrix}$ **2.** $\begin{vmatrix} abc & -ab & a^2 \\ -b^2c & 2b^2 & -ab \\ b^2c^2 & -b^2c & 3abc \end{vmatrix}$ **3.** $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lg 3 & \lg 30 & \lg 300 \\ \lg^3 & \lg^2 30 & \lg^2 300 \end{vmatrix}$

13. Si $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 5$, calcula, sin desarrollar, el determinante:

1. $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ \frac{3}{2} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ **2.** $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 3a+3 & 3b & 3c+2 \\ a+1 & b+1 & c+1 \end{vmatrix}$ **3.** $\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

14. Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$, calcula de forma razonada el valor de los siguientes determinantes, sin desarrollarlos: $\begin{vmatrix} 5x & 5y & 5z \\ 1 & 0 & \frac{3}{5} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 2x+5 & 2y & 2z+3 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{vmatrix}$.

15. Sin desarrollar, demuestra que el determinante $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$ es igual a cero.

16. Teniendo en cuenta las propiedades de los determinantes, halla dos soluciones de la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$, sin desarrollar el determinante del primer miembro.

17. Sin desarrollar ninguno de los determinantes comprueba la igualdad: $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ m+n & n+l & l+m \\ x+y & y+z & z+x \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix}$.

18. Resuelve la ecuación:

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & x & 7 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ **2.** $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ -1 & x+1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ **3.** $\begin{vmatrix} 3x & 2x-1 & x-2 \\ x & 2x+1 & 2x+1 \\ 3x & 4x-1 & 3x-2 \end{vmatrix} = 0$

19. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, calcula $\frac{A+B}{2}$, $(A-B)^2$, A^{-1} y B^{-1}.

20. Halla el rango de la matriz:

1. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ **3.** $\begin{pmatrix} -3 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ **4.** $\begin{pmatrix} 3 & -8 & -8 \\ -2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ **5.** $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -11 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ **6.** $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ **7.** $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ **9.** $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **10.** $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ **11.** $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **12.** $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \\ -3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ **13.** $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ **14.** $\begin{pmatrix} -2 & -5 & 5 \\ -2 & -5 & 5 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ **16.** $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -1 & -1 & -2 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$ **17.** $\begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -3 & 3 & 1 \\ -5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ **18.** $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **19.** $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 10 \\ 1 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$ **20.** $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **21.** $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

21. Calcula, según los valores de m, el rango de la matriz:

1. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ m-1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix} 1 & -1 & m-1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **3.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2m+3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **4.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2m+4 & -1 \end{pmatrix}$ **5.** $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2m-5 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ **6.** $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ m+5 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} -m & -1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ **8.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & m-1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ **9.** $\begin{pmatrix} -m-5 & 1 \\ 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ **10.** $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -m-3 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **11.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & m+1 & 1 \end{pmatrix}$ **12.** $\begin{pmatrix} 1 & -3 & m+1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & m-4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **14.** $\begin{pmatrix} 0 & 1 & m-2 \\ 0 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ **15.** $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -4 \\ -5 & 3 & m-4 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ **16.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & m-4 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ **17.** $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & m+1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ **18.** $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -7 & m-2 & 5 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} -3 & m+3 & 5 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ **20.** $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & m+3 & 2 \\ -3 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ **21.** $\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -m \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ **22.** $\begin{pmatrix} m-5 & -6 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 2 & m+1 & -1 \end{pmatrix}$ **23.** $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2m+8 \\ -1 & -1 & 3 \\ -m & 1 & -4 \end{pmatrix}$ **24.** $\begin{pmatrix} -1 & m-3 & 0 \\ -2 & 1 & m-2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

22. Prueba que la matria $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 0 \\ 0 & 1 & m \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ tiene inversa y calcúlala.

23. Halla la matriz A que haga que $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

24. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & m \end{pmatrix}$, averigua para qué valores de m existe A^{-1}. Calcular A^{-1} para m = 2.

25. a) Halla una matriz X que verifique AX = B, con $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

b) ¿Verifica también la matriz X la igualdad XA = B?

26. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, halla una matriz X que cumpla $AXA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

27. Calcula la matriz X que verifica: AXB-3A = I, siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

28. Halla una matriz X que cumpla: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \\ -5 & -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$.

29. Encuentra una matriz A que verifique $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & -3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Explica cómo se justificaría que la matriz obtenida es regular.

30. Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Muestra que la inversa de A^n es $\begin{pmatrix} 1 & -n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

31. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Determina si A y B son invertibles y, en su caso, calcula la matriz inversa.

b) Resuelve la ecuación matricial $BA-A^2 = AB-X$.

32. Determina la matriz X tal que AX-3B = O, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

33. Resuelve el sistema de ecuaciones, dado en forma matricial, AX = -AX+B, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

34. a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & b & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, ¿para qué valores del parámetro b no tiene inversa la matriz A? Justifica la respuesta.

b) Si existe, calcula la inversa de A para b = -1.

35. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & -b & 3c \\ 3a & 0 & 4c \end{pmatrix}$, donde a, b y c son no nulos.

a) Determina el número de columnas de A que son linealmente independientes.

b) Calcula el rango de A y razona si dicha matriz tiene inversa.

36. Halla m para que el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2m \\ m & 1 & 3 \\ 1 & 7 & m \end{pmatrix}$ sea 2.

37. Estudia el rango de $A = \begin{pmatrix} m & m & 0 \\ m & 1 & m \\ m & 1 & 3-m \end{pmatrix}$ para los diferentes valores de m. ¿Para qué valores de $m \in \Re$ existe A^{-1}?

38. a) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, calcula la matriz X que cumple: $X+(AB)^t = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ (El superíndice t representa la traspuesta).

b) ¿Tiene X matriz inversa? Justifica la respuesta.

39. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ se pide:

a) AB+C.

b) ¿Es cierto que $|AB+C| = |AB|+|C|$?

c) Calcula, si es posible C^{-1}.

40. Determina una matriz A simétrica (coincide con su traspuesta) sabiendo que det(A) = -7 y $A\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

41. Sea $A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}x & -\cos x & 0 \\ \cos x & \operatorname{sen}x & 0 \\ \operatorname{sen}x+\cos x & \operatorname{sen}x-\cos x & 1 \end{pmatrix}$. ¿Para qué valores de x existe la inversa de A? Calcula dicha matriz inversa.

42. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcula A^tA y AA^t, donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

b) Siendo X una matriz columna, discute y, en su caso, resuelve la ecuación matricial $AA^tX = \lambda X$ según los valores del parámetro real λ.

43. La matriz cuadrada X de orden 3 verifica la relación $X^3+X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Determina, si es posible, el rango de X.

b) ¿Verifica alguna de las matrices A y B siguientes la relación del enunciado? $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

44. De las matrices $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ se sabe que $AB = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

a) ¿Tiene A inversa? Justifica la respuesta y si es afirmativa indica cuál es la inversa de A.

b) Es cierto que AB = BA en este caso?

45. Resuelve el sistema:

1. $\left.\begin{array}{r}x+y-z=3\\3x+4y-z=5\\x+2y+3z=-1\end{array}\right\}$ **2.** $\left.\begin{array}{r}x+y+z=2\\x+2y-3z=8\\x-y+z=-2\end{array}\right\}$ **3.** $\left.\begin{array}{r}x-y+5z=13\\3x-2y+z=12\\x+y+2z=9\end{array}\right\}$

46. Calcula el valor de m para que sea compatible el sistema $\left.\begin{array}{r}x+2y=3\\x-3y=1\\2x+y=m\end{array}\right\}$.

47. Considera $A=\begin{pmatrix}1&-2&-3\\0&a&2\\a&-1&a-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$.

a) Determina el rango de A en función del parámetro a.

b) Discute, en función de a, el sistema, dado en forma matricial, AX = B.

c) Resuelve AX = B en los casos en los que sea compatible indeterminado.

48. Escribe, cuando sea posible, sistemas de ecuaciones que correspondan a las siguientes características:

a) Un sistema de tres ecuaciones con dos incógnitas que tenga infinitas soluciones.

b) Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas que sea compatible y determinado.

c) Un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que no tenga ninguna solución.

d) Un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que no tenga solución única.

Razona en cada caso la respuesta.

49. Considera el sistema $\left.\begin{array}{r}x-y+z=1\\3x-4y-2z=-3\end{array}\right\}$.

a) Añade una ecuación lineal al sistema anterior de modo que el sistema resultante sea incompatible.

b) Si se añade al sistema dado la ecuación $mx+y-z=-1$, determina para qué valores del parámetro m el sistema es compatible indeterminado y resuélvelo.

50. Discute y resuelve (para el caso a = -1) el sistema: $\left.\begin{array}{l}x+ay+z=a+2\\x+y+az=-2(a+1)\\ax+y+z=a\end{array}\right\}$.

51. Discute y resuelve el sistema, según los valores del parámetro a:

1. $\left.\begin{array}{r}2x+y=a\\-2x+y=-1\\x-ay=-2\end{array}\right\}$ **2.** $\left.\begin{array}{r}x+y+az=1\\2x+z=2\end{array}\right\}$ **3.** $\left.\begin{array}{r}x+y-z=a+1\\ax+y+(a-1)z=a\\x+ay+z=1\end{array}\right\}$ **4.** $\left.\begin{array}{r}ax+y+z=0\\(a+1)x+y-az=0\\x+(a+1)y=0\end{array}\right\}$ **5.** $\left.\begin{array}{r}(4-a)x-5y+7z=0\\x-(4+a)y+9z=0\\-4x+(5-a)z=0\end{array}\right\}$

52. a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro m: $\left.\begin{array}{r}2x+my=0\\x+mz=m\\x+y+3z=1\end{array}\right\}$

b) Resuelve el sistema anterior para m = 6.

53. a) Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro b: $\left.\begin{array}{r}x+y+bz=b^2\\-x+y+z=-3\\bx+y+z=3b\end{array}\right\}$

b) Resuélvelo cuando sea comptible indeterminado.

54. Discute y, en su caso, resuelve el sistema: $\left.\begin{array}{r}x-y+z=2\\2x+3y-2z=-8\\4x+y+az=b\end{array}\right\}$

55. Dado el sistema $\begin{pmatrix}a&1&1\\1&a&1\\1&1&a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\a\\a^2\end{pmatrix}$, determina para qué valores de a es compatible. Resuélvelo para a = 2.

56. Considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -k & 3 & -1 \\ 1 & 2 & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

a) ¿Para qué valores de k no tiene inversa la matriz de los coeficientes?
b) Discute el sistema según los valores de k.

57. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales para los valores de a que lo hacen compatible indeterminado: $\begin{pmatrix} -7-a & 6 & 6 \\ -3 & 2-a & 3 \\ -6 & 6 & 5-a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

58. Del sistema de ecuaciones $\left.\begin{matrix} a_{11}x+a_{12}y = 0 \\ a_{21}x+a_{22}y = 0 \end{matrix}\right\}$ se conocen todas sus soluciones, que son $x = \lambda$, $y = 2\lambda$, con λ variando en los números reales. También se sabe que $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Resuelve el sistema $\left.\begin{matrix} a_{11}x+a_{12}y = 1 \\ a_{21}x+a_{22}y = 1 \end{matrix}\right\}$.

59. En un supermercado un cliente compra 5 paquetes de un producto A, 4 de B y 3 de C, pagando un total de 53€. Otro cliente compra 2 paquetes de A, 7 de B y 4 de C, pagando 46€. Un terecer cliente compra 8 de A, 13 de B y 5 de C, pagando lo que los otros dos juntos. ¿Cuánto vale cada producto?

60. En una cafetería los ocupantes de una mesa abonaron 4€ por 2 cafés, 1 tostada y 2 refrescos, mientras que los de otra mesa pagaron 9€ por 4 cafés, 3 tostadas y 3 refrescos.

a) ¿Cuánto tienen que pagar los clientes de una tercera mesa si han consumido 2 cafés y 3 tostadas?
b) Con los datos que se dan, ¿se puede calcular cuánto vale un café? Justifica la respuesta.

61. En un supermercado se ofrecen dos lotes formados por distintas cantidades de los mismos productos:

- El primer lote está formado por una botella de cerveza, tres bolsas de cacahuetes y siete vasos, y su precio es 5€.
- El segundo lote está compuesto por una botella de cerveza, cuatro bolsas de cacahuetes y diez vasos, y su precio de de 6€.

Con estos datos, ¿se podría averiguar cuánto debería valer un lote formado por una botella de cerveza, una bolsa de cacahuetes y un vaso? Justifica la respuesta.

62. Mezclando tres productos, digamos X, Y y Z, debemos obtener 10 kg de pienso que contenga 19 unidades de hidratos de carbonoy 12 unidades de grasa. Sabiendo que cada kilo del producto X contiene una unidad de hidratos de carbono y dos unidades degrasa, cada kilo del producto Y contiene dos unidades de hidratos de carbono y una unidad de grasa y cada kilo del producto Zcontiene cuatro unidades de hidratos de carbono y nada de grasa, ¿cuántos kilos de cada producto debemos poner?

63. Una persona tiene colocado su dinero en tres depósitos bancarios diferentes A, B y C. El dinero invertido en A le produce un 4% de beneficio; en B, un 7% y en C, un 6%. Sus beneficios totales fueron de 1660€ anuales. Debido a los cambios en los tipos de interés, el segundo año los beneficios son del 3'5% en A, 6% en B y 5% en C, siendo sus beneficios 1410€. ¿Cuánto dinero tiene invertido en cada depósito si en total tiene 30000€?

64. Una fábrica de electrodomésticos tiene una producción semanal fija de 42 unidades. La fábrica abastece a tres establecimientos -digamos A, B y C- que demandan toda su producción. En una determinada semana, el establecimiento A solicitó tantas unidades como B y C juntos y, por otro lado, B solicitó un 20% más que la suma de la mitad de lo que pidió A más la tercera parte de lo que pidió C. ¿Cuántas unidades solicitó cada establecimiento en dicha semana?

65. Dos marcas de detergente, *Blancol* y *Límpex*, se disputan el mercado de una cierta región. A comienzos de años, ambas lanzan sendas campañas de publicidad para captar clientes. A lo largo de la campaña, *Blancol* logra atraer al 20% de los clientes quetenía *Límpex* a comienzos de año. A su vez, *Límpex* consigue captar al 30% de los clientes que tenía *Blancol* a comienzos de año. Sial final de la campaña *Límpex* tiene el 55% del mercado, ¿qué porcentaje tenía al comienzo?

Soluciones

1. a) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 1 & -2 & 6 \\ -2 & 4 & -6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 4 & -5 & 8 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -3 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **3.** a) = b) $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ -4 & -7 & 4 \\ -4 & -8 & 5 \end{pmatrix}$ **4.** 1 **5.1.** $2^{n-1}A$ **5.2.** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **5.3.** A **5.4.**

$\begin{pmatrix}1&0&5n\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ **5.5.** O (n>2) **6.** $\begin{pmatrix}4&4&1\\-3&-3&-1\\-3&1&2\end{pmatrix}$, I, A^2 **7.1.** $\begin{pmatrix}1&0&0\\125&1&0\\125&0&1\end{pmatrix}$ **7.2.** $\begin{pmatrix}-3&3&2\\-8&7&4\\8&-6&-3\end{pmatrix}$ **7.3.** $\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ **8.** $(x,y,z) = \left(\frac{f}{c},\frac{e}{b},\frac{d}{a}\right)$ **9.** $\begin{pmatrix}1&0\\-2&1\\3&-1\end{pmatrix}$; No **10.** $A^{-1} = \begin{pmatrix}-3&4&-2\\-2&3&-1\\4&-4&3\end{pmatrix}$, $A^4 = \begin{pmatrix}17&-16&8\\8&-7&4\\-16&16&-7\end{pmatrix}$ **11.** $\begin{pmatrix}2k&0\\0&k\end{pmatrix}$ **12.1.** -18 **12.2.** $2a^2b^4c^2$ **12.3.** 2 **13.1.** 5 **13.2.** 5 **13.3.** 5 **14.** 1, 1 **16.** 1, -1 **18.1.** 2 **18.2.** 1, -5 **18.3.** -1, 0 **19.** $\begin{pmatrix}-1&2\\2&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}16&0\\0&16\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-3&2\\2&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&2\\2&3\end{pmatrix}$ **20.1.** 1 **20.2.** 2 **20.3.** 2 **20.4.** 2 **20.5.** 2 **20.6.** 1 **20.7.** 2 **20.8.** 1 **20.9.** 1 **20.10.** 1 **20.11.** 1 **20.12.** 3 **20.13.** 3 **20.14.** 2 **20.15.** 3 **20.16.** 3 **20.17.** 3 **20.18.** 3 **20.19.** 3 **20.20.** 3 **20.21.** 3 **21.1.** m=2: 1; m≠2: 2 **21.2.** 1, ∀m∈ℜ **21.3.** m=2: 1; m≠2: 2 **21.4.** m=-1: 1; m≠-1: 2 **21.5.** 1, ∀m∈ℜ **21.6.** m=-3: 1; m≠-3: 2 **21.7.** m=-1: 1; m≠-1: 2 **21.8.** m=2: 1; m≠2: 2 **21.9.** m=-7: 1; m≠-7: 2 **21.10.** m=-4: 1; m≠-4: 2 **21.11.** m=0: 2; m≠0: 3 **21.12.** m=2: 2; m≠2: 3 **21.13.** m=2: 2; m≠2: 3 **21.14.** m=-1: 2; m≠-1: 3 **21.15.** m=-2: 2; m≠-2: 3 **21.16.** m=2: 2; m≠2: 3 **21.17.** m=0: 2; m≠0: 3 **21.18.** m=4: 2; m≠4: 3 **21.19.** m=3: 2; m≠3: 3 **21.20.** m=1: 2; m≠1: 3 **21.21.** m = -3: 2; m≠ -3: 3 **21.22.** m∈{2,3}: 2; m∉{2,3}:3 **21.23.** $m\in\left\{\frac{-5}{2},-1\right\}$: 2; $m\notin\left\{\frac{-5}{2},-1\right\}$:3 **21.24.** $m\in\left\{\frac{7}{2},5\right\}$: 2; $m\notin\left\{\frac{7}{2},5\right\}$: 3 **22.** $\begin{pmatrix}1&-m&m^2\\0&1&-m\\0&0&1\end{pmatrix}$ **23.** $\begin{pmatrix}-12&5\\2&0\end{pmatrix}$ **24.** $m\neq-2\pm\sqrt{7}$, $\frac{1}{9}\begin{pmatrix}1&-1&2\\12&6&-3\\-8&-1&2\end{pmatrix}$ **25.** a) $\begin{pmatrix}-4&5\\3&3\end{pmatrix}$ b) no **26.** $\begin{pmatrix}-1&-2\\1&1\end{pmatrix}$ **27.** $\frac{1}{35}\begin{pmatrix}74&23\\-43&24\end{pmatrix}$ **28.** $\begin{pmatrix}-10&8&3&0\\25&-22&-2&0\\-12&11&2&0\end{pmatrix}$ **29.** $\begin{pmatrix}3&2&1\\2&3&0\\4&3&2\end{pmatrix}$; |A|=4≠0 **31.** a) $A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&-1&1\\-1&2&1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}2&1&1\\1&2&0\\-2&0&2\end{pmatrix}$ **32.** $\begin{pmatrix}12&-15\\2&-39\\9&-21\end{pmatrix}$ **33.** $\frac{1}{10}\begin{pmatrix}-9\\4\\7\end{pmatrix}$ **34.** a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&1&-3\\-2&1&0\\0&0&3\end{pmatrix}$ **35.** a) 2 b) 2, no **36.** -1, $\frac{12}{11}$ **37.** m∈{0,1,3/2}:2, m∉{0,1,3/2}: 3 **38.** a) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-2&2\\0&0&0\end{pmatrix}$ b) no **39.** a) $\begin{pmatrix}5&3\\-2&-1\end{pmatrix}$ b) no c) $\frac{1}{7}\begin{pmatrix}4&1\\3&-1\end{pmatrix}$ **40.** $\begin{pmatrix}-1&2\\2&3\end{pmatrix}$ **41.** ℜ; $\begin{pmatrix}\text{senx}&\text{cosx}&0\\-\text{cosx}&\text{senx}&0\\-1&-1&1\end{pmatrix}$ **42.** a) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$ b) λ∈{1,2}: $X=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$; λ=1: $X = \begin{pmatrix}k\\0\end{pmatrix}$, k∈ℜ; λ=2: $X = \begin{pmatrix}0\\k\end{pmatrix}$, k∈ℜ **43.** a) 3 b) B **44.** a) $\frac{1}{a_{21}(a_{11}-a_{12})}\begin{pmatrix}a_{21}&-a_{12}\\-a_{21}&a_{11}\end{pmatrix}$ b) si **45.1.** 7, -4, 0 **45.2.** 1, 2, -1 **45.3.** 4, 1, 2 **46.** $\frac{24}{5}$ **47.** a) a∈{1/2,1}:3; a∉{1/2,1}: 3 b) a=1/2: inc; a=1: c.i.; a∉{1/2,1}:c.d. c) (1-k,-2k,k), ∀k∈ℜ **49.** b) -1; (7-6k,6-5k,k) **50.** a=1: inc; a=-2: c.i.; a∉{-2,1}: c.d.; $\left(\frac{1}{2},\frac{-1}{2},0\right)$ **51.1.** a∉{3,-3/2}:inc; a=3: c.d. (1,1); $a=\frac{-3}{2}$: c.d. $\left(\frac{-1}{8},\frac{-5}{4}\right)$ **51.2.** [1-k,(1-2a)k,2k] **51.3.** a=1:inc; a≠1: c.d. $\left(\frac{-a^3+a^2+2a-1}{a-1},\frac{-a}{a-1},a(a+1)\right)$ **51.4.** a∉{-1,0}: c.d. (0,0,0); a=0: c.i. (k,-k,k); a=-1: c.i. (0,-k,k) **51.5.** a≠1: c.d. (0,0,0); a=1: c.i. (k,2k,k) **52.** a) m=5: inc; m=0: c.i.; m∉{0,5}: c.d. b) (-12,4,3) **53.** a) b≠±1: c.d.; b=-1: c.i.; b=1: inc b) (k,-1,k-2) **54.** a≠0: c.d. $\left(\frac{-2a-b-4}{5a},\frac{-12a+4b-16}{5a},\frac{b+4}{a}\right)$; a=0, b≠-4: inc; a=0, b=-4: c.i. (k,-4-4k,-2-5k) **55.** a≠-2; $\left(\frac{-3}{4},\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right)$ **56.** a) -2, 1 b) k=1: inc; k=-2: c.i.; k∉{-2,1}: c.d. **57.** a=2: (2k,k,2k); a=-1: (k+h,k,h) **58.** (k,2k-3); ∀k∈ℜ **59.** 6, 2, 5 **60.** a) 6€ b) no **61.** 3 **62.** 3, 6, 1 **63.** 10000, 6000, 14000 **64.** 21, 15, 6 **65.** 50%