

Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CS
Noviembre 2014

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - 3x + 1} - \sqrt{2x^2 + 2x - 1})$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^4 - 5x^2 - 4x + 1}{3x^5 + x - 4}$

3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x^2 - 8} - \sqrt{12x + 7}}{x - 5}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 5}{x^2} \right)^{x-1}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2 + 2x - 1}}{-x + 3}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - x^2 + 2x}{4x}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - 3x + 1} - \sqrt{2x^2 + 2x - 1}) = -\frac{5\sqrt{2}}{4}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^4 - 5x^2 - 4x + 1}{3x^5 + x - 4} = \frac{9}{8}$

3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x^2 - 8} - \sqrt{12x + 7}}{x - 5} = \frac{9\sqrt{67}}{67}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 5}{x^2} \right)^{x-1} = e$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 - x + 2}}{-x + 8} = -\sqrt{3}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - x^2 + 2x}{4x} = \frac{1}{2}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (3x^2 + x - 9)^{16}$

2. $y = \ln \left(\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^3 - 1} \right)$

$$3. y = \frac{e^{2x^2-1}}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$4. y = e^{x^2+1} \ln(x+1)$$

$$5. y = (\ln(x^2+2))^{15}$$

$$6. y = xe^x$$

Solución:

$$1. y = (3x^2 + x - 9)^{16} \implies y' = 16(3x^2 + x - 9)^{15}(6x + 1)$$

$$2. y = \ln\left(\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^3-1}\right) \implies y' = \frac{2x}{2(x^2+1)} - \frac{3x^2}{x^3-1}$$

$$3. y = \frac{e^{2x^2-1}}{\sqrt{x^2-1}} \implies y' = \frac{4xe^{2x^2-1}\sqrt{x^2-1} - e^{2x^2-1}\frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}}{x^2-1}$$

$$4. y = e^{x^2+1} \ln(x+1) \implies y' = 2xe^{x^2+1} \ln(x+1) + e^{x^2+1} \frac{1}{x+1}$$

$$5. y = (\ln(x^2+2))^{15} \implies y' = 15(\ln(x^2+2))^{14} \frac{2x}{x^2+2}$$

$$6. y = xe^x \implies y' = e^x + xe^x$$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones:

$$1. f(x) = \frac{5x^2-1}{x^2+2} \text{ en el punto } x = 1.$$

$$2. f(x) = \frac{x^2+3}{2x-1} \text{ en el punto } x = 0.$$

Solución:

$$1. b = f(a) \implies b = f(1) = \frac{4}{3} \text{ e } y - b = m(x - a)$$

$$f'(x) = -\frac{22x}{(x^2+2)^2} \implies m = f'(1) = \frac{22}{9}$$

$$\text{Recta Tangente: } y - \frac{4}{3} = \frac{22}{9}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal: } y - \frac{4}{3} = -\frac{9}{22}(x - 1)$$

$$2. b = f(a) \implies b = f(0) = -3 \text{ e } y - b = m(x - a)$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2-x-3)}{(2x-1)^2} \implies m = f'(0) = -6$$

$$\text{Recta Tangente: } y + 3 = -6x$$

$$\text{Recta Normal: } y + 3 = \frac{1}{6}x$$