

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Febrero 2007

Problema 1 Tras el test efectuado con un nuevo modelo de automóvil para determinar el consumo de gasolina, se ha observado que, para velocidades comprendidas entre 25 y 175 Km/h, el consumo $C(x)$ de gasolina, expresado en litros consumidos cada 100 Km, recorridos a una velocidad constante de x Km/h, se puede aproximar por la función siguiente:

$$C(x) = 7,5 - 0,05x + 0,00025x^2$$

- a) Determinar el consumo a las velocidades de 50 Km/h y de 150 Km/h.
- b) ¿A qué velocidad se obtiene el mínimo consumo? ¿Cuál es ese consumo mínimo?
- c) Haz un estudio del crecimiento y decrecimiento de la función $C(x)$ en el intervalo $[25, 175]$. Determina las velocidades que corresponden al consumo máximo, así como este consumo.

Solución:

- a) $C(50) = 5,625$ litros consumidos cada 100 Km, y $C(150) = 5,625$ litros consumidos cada 100 Km.

b)

$$C'(x) = -0,05 + 0,0005x = 0 \implies x = 100 \text{ Km}$$

$$C''(x) = 0,0005 > 0 \implies C''(100) = 0,0005 > 0 \implies$$

$$\implies x = 100 \text{ Km es un mínimo}$$

c)

	(25, 100)	(100, 175)
$C'(x)$	-	+
$C(x)$	Decreciente	Creciente

Tenemos además que

$$C(25) = 6,40625 \text{ rmy } C(175) = 6,40625$$

En conclusión, el consumo máximo se alcanza en ambos casos y es de 6,40625 litros cada 100 Km.

Problema 2 Calcular los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^5 - 1}$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - x}{x^2 - 1}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x} \right)^{2x}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{-x^3 - 2}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^3 + 1}}{x + 2}$$

Solución:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^5 - 1} = \frac{3}{5}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - x}{x^2 - 1} = 0$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x} \right)^{2x} = e^4$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{-x^3 - 2} = 0$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^3 + 1}}{x + 2} = \infty$$