

**Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)**  
**Febrero 2014**

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$$

Se pide:

- a) Calcular su dominio.
- b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Calcular su signo.
- d) Calcular su simetría.
- e) Calcular sus asíntotas.
- f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- g) Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- h) Representación gráfica.
- i) Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Solución:**

a) Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$

b) Puntos de Corte

- Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - 1 = 0 \implies x = \pm 1$ .
- Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = -1/2 \implies (0, -1/2)$ .

c)

	$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
signo	-	+	-	+

d)  $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$  la función no tiene simetrías.

e) Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 1}{x + 2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 - 1}{x + 2} = \left[ \frac{3}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 - 1}{x + 2} = \left[ \frac{3}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x + 2} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x + 2} - x \right) = -2$$

Luego la asíntota oblicua es  $y = x - 2$

f)

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x + 2)^2} = 0 \implies x = -0,27, \quad x = -6,73$$

	$(-\infty; -6,73)$	$(-6,73; -0,27)$	$(-0,27; +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en el intervalo  $(-\infty, -6,73) \cup (-0,27, +\infty)$ .

La función es decreciente en el intervalo  $(-6,73; -2) \cup (-2; -0,27)$ .

La función tiene un máximo en el punto  $(-6,73; -7,46)$  y un mínimo en  $(-0,27; -0,54)$ .

g)

$$f''(x) = \frac{6}{(x + 2)^3} \neq 0$$

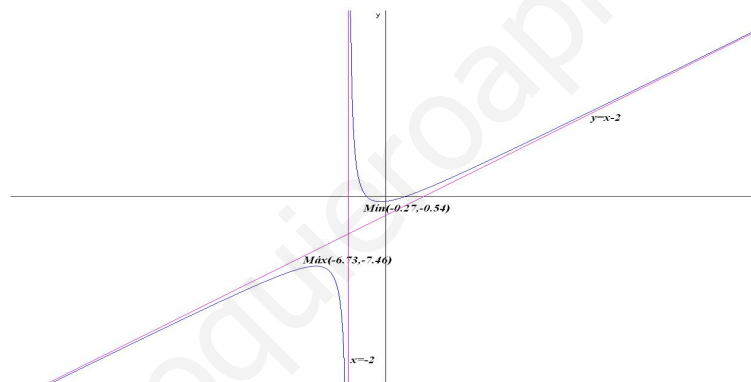
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -2)$	$(-2, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

Cóncava:  $(-2, +\infty)$

Convexa:  $(-\infty, -2)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ :

Como  $m = f'(1) = 2/3$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y = \frac{2}{3}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y = -\frac{3}{2}(x - 1)$$

Como  $f(1) = 0$  las rectas pasan por el punto  $(1, 0)$ .

www.yoquieroaprobar.es

