

## Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS) Febrero 2006

---

**Problema 1** Calcular el área comprendida entre la curva  $f(x) = x^2 - 2x - 8$  y el eje  $X$  en el intervalo  $[-3, 3]$ .

**Solución:**

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \implies x = -2, x = 4$$

Dentro del intervalo sólo se encuentra el punto  $x = -1$  luego tenemos los intervalos de integración:  $[-3, -2]$  y  $[-2, 3]$ .

$$\begin{aligned} \int (x^2 - 2x - 8) dx &= \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x + C \\ I_1 &= \int_{-3}^{-2} (x^2 - 2x - 8) dx = \left[ \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x \right]_{-3}^{-2} = \frac{10}{3} \\ I_2 &= \int_{-2}^3 (x^2 - 2x - 8) dx = \left[ \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x \right]_{-2}^3 = -\frac{100}{3} \\ S &= |I_1| + |I_2| = \frac{10}{3} + \frac{100}{3} = \frac{110}{3} u^2 \end{aligned}$$

**Problema 2** Resolver las siguientes integrales:

$$\begin{aligned} 1. \int \frac{x^4 - x + 1}{x + 2} dx &= \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + 2x^2 - 9x + 19 \ln|x + 2| + C \\ 2. \int \frac{x^2 + 2\sqrt{x} - 3}{\sqrt[3]{x}} dx &= \frac{3x^{2/3}(7x^2 + 32\sqrt{x} - 84)}{56} + C \end{aligned}$$

**Problema 3** Dadas la curva:  $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Representación aproximada.

**Solución:**

1.

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

- Corte con el eje  $OX$  hacemos  $y = 0 \implies (0, 0)$ .
- Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies (0, 0)$ .
- $Dom(f) = R - \{\pm 2\}$

2. Simetría:

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 4} = -\frac{x^3}{x^2 - 4} = -f(x) \implies \text{Impar}$$

3. Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 2, x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3}{x^2 - 4} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^3}{x^2 - 4} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^3}{x^2 - 4} = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - 4} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^3 - 4x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 - 4} - x \right) = 0$$
$$y = x$$

4.

$$y' = \frac{x^2(x^2 - 12)}{(x^2 - 4)^2} = 0 \implies x = -\sqrt{12}, x = \sqrt{12}$$

	$(-\infty, -\sqrt{12})$	$(-\sqrt{2}, \sqrt{12})$	$(\sqrt{12}, +\infty)$
$y'$	+	-	+
$y$	crece	decrece	crece

5. La función tiene un máximos en el punto  $(-3.46, -5.2)$  y un mínimo en  $(3.46, 5.2)$ .

6. Representación

