

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Febrero 2008

Problema 1 Sea la función $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$:

- a) Determina sus asíntotas, máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- b) Halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x = 2$.
- c) Representala gráficamente.

Solución:

$$f(x) = \left(\frac{x+1}{x}\right)^2$$

a) Asíntotas:

- Verticales: La única posible es $x = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = +\infty$$

- Horizontales: $y = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = 1$$

- Oblicuas: No hay al haber horizontales.

Máximos y Mínimos:

$$f'(x) = -\frac{2(x+1)}{x^3} = 0 \implies x = -1$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	Decreciente	Creciente	Decreciente

En el punto $(-1, 0)$ la función presenta un Mínimo.

Puntos de Inflexión:

$$f''(x) = \frac{2(2x+3)}{x^4} = 0 \implies x = -\frac{3}{2}$$

	$(-\infty, -3/2)$	$(-3/2, \infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	Convexa	Cóncava

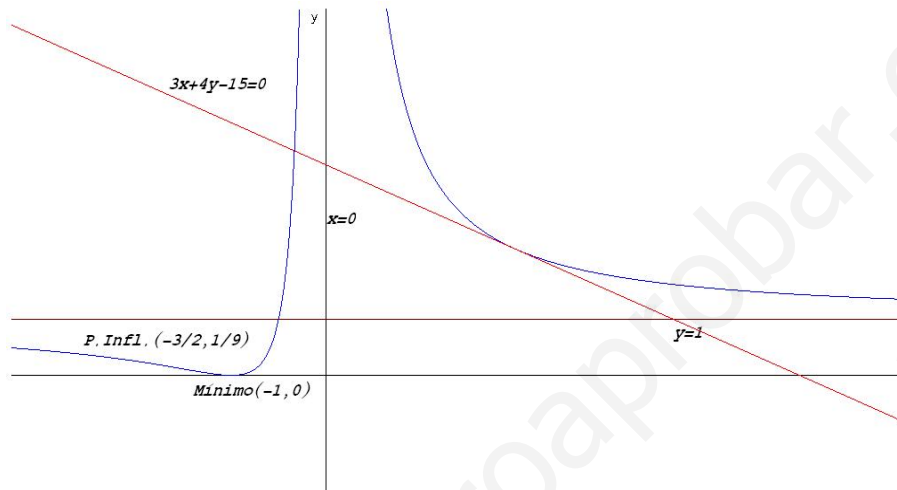
En el punto $(-3/2, 1/9)$ la función presenta un Punto de Inflexión.

b) $f(2) = \frac{9}{4}$

$$m = f'(2) = -\frac{3}{4} \implies y - \frac{9}{4} = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$4y - 9 = -3x + 6 \implies 3x + 4y - 15 = 0$$

c) Representación gráfica:



Problema 2 Calcula y simplifica la derivada de la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$

Solución:

$$f'(x) = -\frac{x^2 + 2x - 1}{(x^2 + 1)^2}$$

Problema 3 ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 - 4}$?

Solución:

$$Dom(f) = (0, 2) \cup (2, \infty)$$

(La Rioja Junio-2005)