

EJERCICIOS CAPÍTULO 6 (tema 2 del solucionario santillana – a partir de pág 83)

001 Calcula el valor de los determinantes de estas matrices.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 12 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

002 Calcula x para que estos determinantes valgan cero.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 8 & x^2 \end{vmatrix} \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 1 & x & 2 \\ -1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

003 Halla el determinante de la matriz traspuesta de estas matrices.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$
$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

004 Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -1$, calcula:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} \qquad \text{c) } \begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}$$

005 Calcula el determinante de A y, a partir de él, halla $|B|$.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -4 & 5 & 7 \\ 8 & 3 & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 8 & 10 & 14 \\ -8 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

006 Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -2$, calcula:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} a & -2b \\ c & -2d \end{vmatrix} \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} -b & a \\ -d & c \end{vmatrix} \qquad \text{c) } \begin{vmatrix} 0 & 3b \\ 0 & 3d \end{vmatrix}$$

$$\text{007 Si } \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 3, \text{ calcula } \begin{vmatrix} a & b+2a-c & c \\ d & e+2d-f & f \\ g & h+2g-i & i \end{vmatrix}.$$

008 Halla estos determinantes.

a) $\begin{vmatrix} a & a \\ b & b \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} a & -2a \\ b & -2b \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} -a & 3a \\ -b & 3b \end{vmatrix}$

009 Calcula estos determinantes.

a) $\begin{vmatrix} a & d & a+d \\ b & e & b+e \\ c & f & c+f \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} a & 7 & -a \\ b & 5 & -b \\ c & 1 & -c \end{vmatrix}$

010 Comprueba que las dos matrices cumplen que $|AB| = |A| \cdot |B|$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

013 Resuelve estos determinantes, aplicando la definición y desarrollando por alguna de sus columnas.

a) $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 7 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} -2 & 5 & 7 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 12 \end{vmatrix}$

019 Calcula el rango de estas matrices.

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & -3 & -1 & 6 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -5 & 2 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

029 Calcula el valor del determinante de la matriz $A + B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

(Navarra. Septiembre 2005. Grupo 1. Opción B)

030 Calcula el valor del determinante de la matriz AB , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 13 & -1 \\ -1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 9 \\ 1 & -1 & 17 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(Navarra. Septiembre 2004. Grupo 1. Opción B)

031 ¿Qué relación deben guardar m y n para que el determinante $\begin{vmatrix} m & -1 & 4 \\ n & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ sea nulo?

036 Si M es una matriz cuadrada y $|M| = 6$, ¿qué puedes decir del determinante de M^3 ?
¿Y del determinante de $2M$?

039 Sabiendo que $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 5$, determina sin desarrollarlos el valor de los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -6 & -4 \\ 6 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & -4 & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -5 & -3 & -4 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 6 & 4 & 1 \\ 4 & -4 & -3 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

041 Conocido que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 5 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$, calcula el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 5a & -5b & 5c \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

(Canarias. Junio 2007. Opción A. Cuestión 3)

049 Sea A una matriz cuadrada de orden 3.

a) Si sabemos que el determinante de la matriz $2A$ es $|2A| = 8$. ¿Cuánto vale el determinante de A ? Escribe la propiedad de los determinantes que hayas usado para obtener este valor.

b) Calcula para qué valores de x se cumple que $|2A| = 8$, siendo A

la matriz $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & 2-x & 1 \end{pmatrix}$.

(Extremadura. Septiembre 2007. Opción A. Ejercicio 3)

064 Sea A una matriz cuadrada de orden 2 verificando que $2A^2 = A$. Calcular razonadamente los posibles valores del determinante de A .

(Castilla y León. Junio 2001. Prueba A. Cuestión 1)

072 Obtener el valor de a para que el rango de la matriz A sea igual a 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 6 & a \end{pmatrix}$$

(La Rioja. Junio 2003. Propuesta A. Ejercicio 1)

088 Halla la matriz inversa de estas matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

089 ¿Para qué valores del parámetro a la matriz no tiene inversa? Calcula la matriz inversa cuando $a = 2$.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & 0 & 1 \\ a+1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

091

Para cada número real λ , $M(\lambda)$ es la matriz $M(\lambda) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda & -1 \end{pmatrix}$. Se pide:

- Obtener el determinante de la matriz $M(\lambda)$, y justificar que para cualquier número real λ existe la matriz $M(\lambda)^{-1}$ inversa de $M(\lambda)$.
- Calcular la matriz $M(0)^{-1}$.
- Si $A = M(8)$, $B = M(4)$ y $C = M(3)$, calcular el determinante de la matriz producto $A \cdot B^{-1} \cdot C^{-1}$.

(C. Valenciana. Junio 2002. Ejercicio B. Problema 1)

097 Se consideran las matrices cuadradas reales de orden 2,

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcular:

- La matriz P^{-1} .
- La matriz real cuadrada X de orden 2, tal que $P^{-1}XP = Q$.
- La matriz cuadrada $(PQP^{-1})^2$.

(C. Valenciana. Septiembre 2003. Ejercicio B. Problema 1)

102 a) Calcula la matriz inversa de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Escribe en forma matricial el siguiente sistema y resuélvelo usando la matriz A^{-1} hallada en el apartado anterior:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ y + z = -2 \\ x + z = 3 \end{array} \right\}$$

(Andalucía. Junio 2007. Opción B. Ejercicio 3)