

EJERCICIOS CAPÍTULO 5 (tema 1 del solucionario santillana – a partir de pág 33)

003 Halla el valor de cada incógnita para que las dos matrices sean iguales.

$$\begin{pmatrix} x+1 & 3 & 0 \\ z+1 & x+2 & z-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & y+1 & 0 \\ y+2 & 3 & y \end{pmatrix}$$

004 Escribe un ejemplo de las siguientes matrices.

- Una matriz fila con cuatro columnas.
- Una matriz columna con cuatro filas.
- Una matriz cuadrada de orden 4.

007 Realiza la siguiente operación con matrices:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

008 Averigua los elementos que faltan si $A + B = C$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & a & b \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & c & d \\ e & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} f & 7 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

009 Haz la siguiente operación con matrices:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 5 & -2 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

013 Realiza los productos que sean posibles entre las matrices A , B y C .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

017 Calcula $(A \cdot B)^t$, siendo A y B las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

019 Completa la siguiente matriz para que sea antisimétrica.

$$\begin{pmatrix} a & 1 & b \\ c & 0 & -3 \\ 2 & d & e \end{pmatrix}$$

020 Estudia si la matriz $A + B$ es simétrica.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -3 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

021 Completa los elementos que faltan en la matriz para que sus filas sean linealmente dependientes.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & b & 2 \\ -9 & a & 0 & c \end{pmatrix}$$

028 Halla, por el método de Gauss-Jordan, la inversa de la matriz:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

030 Una empresa de autobuses tiene tres líneas: A , B y C .

El lunes salieron 5 autobuses en la línea A , 3 en la B y 4 en la C . El martes salieron 2 autobuses en la línea A , 1 en la B y 4 en la C . El miércoles salió 1 autobús en la línea A , 3 en la B y 5 en la C . Representalo en forma de matriz.

039 Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Realiza, si es posible, los siguientes productos.

- a) AB b) BA c) AC d) BC

043 Con las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible:

- a) $2A - 3B$ b) $2A \cdot 3B$ c) $A(B + C)$ d) $A - 3B$

046 Sea A una matriz $m \times n$.

- a) ¿Existe una matriz B tal que BA sea una matriz fila? Si existe, ¿qué dimensión tiene?
- b) ¿Se puede encontrar una matriz B tal que AB sea una matriz fila? Si existe, ¿qué dimensión tiene?
- c) Busca una matriz B tal que $BA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(Asturias. Junio 2001. Bloque 2)

048 Con las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,

calcula $(A + B)^2$ y $A^2 + 2AB + B^2$. ¿Por qué no coinciden los resultados?
¿Cuál sería la fórmula correcta para el cuadrado de una suma de matrices?

049 Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Se pide:

- Hallar $(A - I)^2$.
- Calcular A^4 haciendo uso del apartado anterior.

(Madrid. Año 2006. Modelo. Opción B. Ejercicio 4)

050 Sean $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = M + I$, donde I denota la matriz identidad de orden n .

Calcula N^2 y M^3 .

(Galicia. Junio 2001. Bloque 1. Pregunta 1)

053 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcular A^{10} .

(Madrid. Año 2008. Modelo. Opción B. Ejercicio 3)

054 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y sea n un número natural cualquiera.

Encuentra el valor de A^n para cada n y halla $A^{350} - A^{250}$.

(País Vasco. Junio 2003. Bloque A. Cuestión A)

055 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Encuentra la regla del cálculo de las potencias sucesivas

de A , es decir, de A^n para cualquier número natural n .

057 Calcula A^{2000} , siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

058 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$. Se pide:

- Comprobar que $A^3 - 2A^2 = 0$.
- Hallar A^n .

(Madrid. Año 2005. Modelo. Opción B. Ejercicio 2)

061 Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Hallar A^n para todo entero positivo n .

(Aragón. Junio 2001. Opción A. Cuestión 1)

062 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Halla el valor o los valores de a para que se cumpla la identidad $A^2 + 2A + I = 0$, siendo I la matriz identidad de orden 3 y 0 la matriz nula de orden 3.

(Aragón. Junio 2000. Opción A. Cuestión 1)

063 Sean A, I y B las matrices dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Contestar razonadamente a la siguiente pregunta: ¿Existe algún valor de $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que la igualdad $(A - \lambda I)^2 = B$ sea cierta?

En caso afirmativo, hallar dicho valor de λ .

(País Vasco. Julio 2007. Bloque A. Cuestión A)

067 Con las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, comprueba que se cumplen las siguientes propiedades.

- a) $(A^t)^t = A$
- b) $(A + B)^t = A^t + B^t$
- c) $(AB)^t = B^t A^t$

092 Halla la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(Navarra. Junio 2004. Grupo 1. Opción B)

097 Comprueba que la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

(Balears. Junio 2005. Opción B. Cuestión 4)

106 Calcula la matriz A que haga que: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

(La Rioja. Septiembre 2006. Propuesta A. Ejercicio 3)

107 Calcula la matriz X tal que $A^2X = A$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(Extremadura. Septiembre 2007. Opción B. Ejercicio 3)

108 Hallar una matriz X tal que $A^{-1}XA = B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(Madrid. Junio 2005. Opción B. Ejercicio 2)

110 Encuentra una matriz X que verifique $AX + B = I$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad.

111 Considera las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Calcula la matriz X que verifica $AX + B = I$, donde I representa la matriz identidad.

(Balears. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión 1)

113 Resuelve la ecuación matricial $AX + C = B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

(Galicia. Septiembre 2005. Bloque 1. Pregunta 1)

117 Resolver la ecuación matricial $B(2A + I) = AXA + B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(Canarias. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión 3)

118 Calcular una matriz cuadrada X sabiendo que verifica $XA^2 + BA = A^2$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(Madrid. Septiembre 2007. Opción B. Ejercicio 1)

119 Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Halla x para que se cumpla $A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} 8 & 18 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$.